

文章编号: 1006-2467(2024)11-1798-07

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2024.205

基于分布式扩张状态观测器的多飞行器编队控制

王先至, 李国飞, 常亚南
(西北工业大学 航天学院, 西安 710072)

摘要: 为使飞行器群按照期望队形飞行, 提出“领导-跟随”架构下的编队控制方法. 首先设计分布式扩张状态观测器, 从而跟随者能估计虚拟领导者的位置与速度; 然后根据观测器输出以及期望队形中的相对位置关系, 计算跟随者的期望位置, 给出基于动态面控制的位置跟踪控制律, 跟随者可跟踪期望位置. 借助 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计方法的稳定性, 并通过数值仿真验证了其有效性. 分布式扩张状态观测器仅需获取虚拟领导者位置的观测值即可同时估计虚拟领导者的位置与速度; 该编队控制方法可使队形在空间中的指向与虚拟领导者速度保持一致.

关键词: 编队控制; 坐标变换; 分布式扩张状态观测器; 动态面控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed Extended State Observer-Based Formation Control of Multiple Flight Vehicles

WANG Xianzhi, LI Guofei, CHANG Ya'nan

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In order that the flight vehicle group could form the expected formation, the “leader-follower” formation control law is investigated. First, the distributed extended state observer (DESO) is designed such that the followers could estimate the virtual leader's position and velocity. Then, the expected positions of the followers are calculated based on the observer outputs and the nominal formation configuration. A dynamic surface control-based position tracking control law is designed for the followers to track the expected positions. Based on the Lyapunov theory, the stability of the proposed method is proved, while numerical simulations validate the effectiveness. The DESO could estimate both the virtual leader's position and velocity via only the position observations. The method proposed guarantees that the orientation of the formation is consistent with the direction of the virtual leader's velocity.

Keywords: formation control; coordinate transformation; distributed extended state observer (DESO); dynamic surface control

多飞行器协同编队在军用与民用领域均具有广泛应用, 近年来受到较多关注^[1-2]. 飞行器编队控制

的主要目标是令多架飞行器在飞行过程中满足一定的相对位置约束. 针对多飞行器编队控制, 国内外诸

收稿日期: 2024-06-05 修回日期: 2024-07-23 录用日期: 2024-07-25

基金项目: 国家自然科学基金(62373304), 中国科协青年人才托举工程项目(YESS20230443), 陕西秦创原引用高层次创新创业人才项目(QCYRCXM-2022-136), 陕西省科协青年人才托举计划(XXJS202218)

作者简介: 王先至(2001—), 硕士生, 从事协同制导与编队控制研究.

通信作者: 李国飞, 副教授; E-mail: liguofei1@126.com.

多学者已开展了较为深入的研究。

一致性是指多智能体系统 (multi-agent system, MAS) 就某一行为达成一致的现象, 一致性理论是编队控制重要的理论基础. 基于一致性理论的编队控制律中, “领导-跟随”架构通过“领导者”决定编队整体的运动轨迹, 而控制“跟随者”按照期望队形跟随“领导者”运动, 是一种较为典型的编队控制架构. 一些文献通过构造关于空间位置的一致性误差, 并在误差中引入期望队形中“跟随者”与“领导者”之间的相对位置信息, 达到基于一致性控制的编队控制^[3]. 文献[4]中针对多无人机系统构造了引入期望相对位置的一致性误差, 给出一种滑模控制律, 通过使一致性误差收敛实现了编队控制. 文献[5]中综合考虑多无人机编队控制与避碰问题, 在位置一致性控制律中通过引入辅助变量保证各无人机间能够保持安全距离.

基于一致性理论的分布式状态观测器 (distributed state observer, DSO) 是使“跟随者”估计“领导者”状态的重要工具. 文献[6-7]中分别设计了有限时间收敛与固定时间收敛的 DSO, 使“跟随者”能够估计出“领导者”的状态. 然而大多数分布式状态观测器在观测“领导者”多个阶次的状态时, 需要“跟随者”获取其邻居关于“领导者”每个阶次状态的观测值. 当 MAS 规模较大或“领导者”状态阶次较多时, 观测器需要传输大量的数据才能实现观测. 而当“领导者”的高阶信息不可测量时, DSO 则无法对“领导者”所有阶次的状态进行估计. 因此, 本文使用分布式扩张状态观测器 (distributed extended state observer, DESO), 使“跟随者”只需获取邻居节点关于“领导者”位置的观测值即可同时完成对“领导者”位置和速度的估计.

另外, 大部分基于位置一致性的编队控制律仅在惯性空间中定义位置一致性误差与期望相对位置, 此时生成的队形在惯性空间中往往是定常的, 编队只能在空间中平移运动^[8-9]. 鉴于此, 本文在“领导者”速度坐标系中定义相对位置向量, 以此描述期望队形, 并借助 DESO 使“跟随者”获取或估计出“领导者”的位置与速度, 从而使期望队形在惯性空间中的方向始终与虚拟领导者速度方向保持一致.

1 数学模型

1.1 飞行器群通信模型

通过代数图论描述飞行器群中各飞行器之间的通信关系. 对于含有 N 个节点的有向图 G , 令 $V_G = \{1, \dots, N\}$ 与 $E_G \subseteq V_G \times V_G$ 分别代表图 G 的节点

集合与边集合. 借助图 G 的邻接矩阵 $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{i,j=1}^N$ 描述图中各节点的通信关系^[10]. 当节点 i 能够收到节点 j 发送的信息时, 两节点之间存在一条由节点 j 指向节点 i 的边, 即 $(i, j) \in E_G$, 且 $w_{ij} = 1$; 否则 $w_{ij} = 0$. 图 G 的度矩阵记为 $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_i\}_{i=1}^N$, 其中 $d_i = \sum_{j=1}^N w_{ij}$; 图 G 的拉普拉斯矩阵为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{W}$.

将由 N 架飞行器组成的网络等效为包括 N 个节点的图 G , 第 i 架飞行器对应节点 i , 并使用邻接矩阵 \mathbf{W} 描述各飞行器间的通信关系. 此外, 考虑一个虚拟领导者, 记为节点 0, 飞行器网络中仅有部分节点可以获取虚拟领导者的信息. 定义矩阵 $\mathbf{W}_0 = \text{diag}\{w_{i0}\}_{i=1}^N$, 当节点 i 可以获取节点 0 的信息时, $w_{i0} = 1$, 否则 $w_{i0} = 0$. 从节点 0 到任意节点 i 之间总存在一条路径, 则可以给出如下引理.

引理 1^[11] 对于有向图 G 的拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 与矩阵 \mathbf{W}_0 , 当图 G 是连通图并且 $\mathbf{W}_0 \neq \mathbf{0}_{N \times N}$ 时, $\mathbf{H} = \mathbf{L} + \mathbf{W}_0$ 为正定矩阵.

引理 2^[12] 当矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为 Hurwitz 矩阵时, 存在对称正定矩阵 \mathbf{M} , 使得 Lyapunov 方程 $\mathbf{M}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{M} = -k_0\mathbf{I}_N$ 成立, 其中 $k_0 \in \mathbb{R}_+$.

1.2 飞行器运动学建模

通过控制飞行器的质心运动以实现编队控制. 首先定义坐标系 $OXYZ$ 为惯性坐标系, 用以描述节点 $i, i = 0, \dots, N$ 的质心位置 $\mathbf{p}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$. 对于节点 i , 定义坐标系 $O_{1i}X_{1i}Y_{1i}Z_{1i}$ 为其质心坐标系, 原点 O_{1i} 与节点 i 质心固联, 并与坐标系 $OXYZ$ 平行. 进而定义坐标系 $O_{2i}X_{2i}Y_{2i}Z_{2i}$ 为节点 i 的速度坐标系, $O_{2i}X_{2i}Y_{2i}Z_{2i}$ 由 $O_{1i}X_{1i}Y_{1i}Z_{1i}$ 先后绕竖轴与纵轴转过角度 ϕ_i 与 θ_i 所得, 其中 θ_i 与 ϕ_i 分别为节点 i 的弹道倾角与弹道偏角; $O_{2i}X_{2i}$ 轴与节点 i 速度方向相同, $O_{2i}Y_{2i}$ 轴位于铅垂平面中, $O_{2i}Z_{2i}$ 轴与 $O_{2i}X_{2i}$ 和 $O_{2i}Y_{2i}$ 轴满足右手定则.

节点 i 的运动学方程表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_i &= \mathbf{v}_i = \\ &\left[V_i \cos \theta_i \cos \phi_i \quad V_i \sin \theta_i \quad -V_i \cos \theta_i \sin \phi_i \right]^T \\ \dot{V}_i &= a_{V,i} - g \sin \theta_i \\ \dot{\theta}_i &= V_i^{-1} (a_{\theta,i} - g \cos \theta_i) \\ \dot{\phi}_i &= -(V_i \cos \theta_i)^{-1} a_{\phi,i} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: V_i 为节点 i 的速度. 记 $\mathbf{u}_i = [a_{V,i} \ a_{\theta,i} \ a_{\phi,i}]^T$, \mathbf{u}_i 为节点 i 定义在坐标系 $O_{2i}X_{2i}Y_{2i}Z_{2i}$ 中的控制加速度矢量.

假设 1^[13] 节点 0 的加速度有限, 即存在 $\delta_0 \in \mathbb{R}_+$, 满足 $\delta_0 = \sup_{t \geq 0} \|\dot{\mathbf{v}}_0\|_2^2$.

1.3 控制目标

编队控制的目标是通过设计飞行器群中节点 i 的控制加速度矢量 \mathbf{u}_i , 使各节点组成期望的队形, 并按照期望队形跟随虚拟领导者飞行. 通过相对位置矢量集合 $\{\mathbf{r}_i \in \mathbb{R}^3\}$ 描述期望队形, \mathbf{r}_i 为期望队形中节点 i 与节点 0 的相对位置在坐标系 $O_{20}X_{20}Y_{20}Z_{20}$ 中的投影. 期望队形中节点 i 在坐标系 $OXYZ$ 中的位置 $\mathbf{p}_{c,i}$ 表示为

$$\mathbf{p}_{c,i} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{R}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{r}_i \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{R}(\theta_0, \phi_0) = \begin{bmatrix} \cos \phi_0 \cos \theta_0 & -\cos \phi_0 \sin \theta_0 & \sin \phi_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 \\ -\sin \phi_0 \cos \theta_0 & \sin \phi_0 \sin \theta_0 & \cos \phi_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R}(\theta_i, \phi_i)$ 为从坐标系 $O_{2i}X_{2i}Y_{2i}Z_{2i}$, $i = 0, \dots, N$ 到 $OXYZ$ 坐标系的旋转矩阵. 至此, 本文的控制目标可以表示为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{c,i}\| \leq \delta$, 其中 δ 是与控制律相关的正常数.

2 控制律设计与稳定性分析

2.1 分布式扩张状态观测器

定义 $\hat{\mathbf{p}}_i$ 与 $\hat{\mathbf{v}}_i$ 分别为节点 i 对节点 0 位置 \mathbf{p}_0 和速度 \mathbf{v}_0 的观测值, 观测器的结构为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{p}}_i &= -k_{0,1} \epsilon_{p,i} + \hat{\mathbf{v}}_i, & \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{v}}_i &= -k_{0,2} \epsilon_{p,i} \\ \epsilon_{p,i} &= \sum_{j=1}^N \omega_{ij} (\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}_j) + \omega_{i0} (\hat{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}_0) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: 正常数 $k_{0,1}$ 与 $k_{0,2}$ 为反馈增益; $\epsilon_{p,i}$ 为关于 $\hat{\mathbf{p}}_i$ 的一致性误差. 定义 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_p = [\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,1}^T \cdots \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,N}^T]^T$, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_v = [\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,1}^T \cdots \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,N}^T]^T$, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,i} = \hat{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}_0$, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,i} = \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_0$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,i}$ 与 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,i}$ 分别为节点 i 的位置观测误差与速度观测误差, 定义 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}} = [\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_p^T \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_v^T]^T$. 根据图论知识可知 $\boldsymbol{\epsilon}_p = [\epsilon_{p,1}^T \cdots \epsilon_{p,N}^T]^T = (\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_3) \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_p$. 根据式(3)可知各观测误差是全局最终一致有界的, 证明如下.

$\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}$ 对时间求导可得: $d\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}/dt = \mathbf{A}\tilde{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbf{B}(\mathbf{1}_N \otimes \dot{\mathbf{v}}_0)$, 其中 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -k_{0,1}(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_3) & \mathbf{I}_{3N} \\ -k_{0,2}(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_3) & \mathbf{0}_{3N \times 3N} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3N \times 3N} \\ \mathbf{I}_{3N} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

根据引理 1, 可知 \mathbf{H} 为正定矩阵, 并记 $\boldsymbol{\Lambda}_H = \text{diag}\{\lambda_{H,1}, \dots, \lambda_{H,N}\}$ 为 \mathbf{H} 的特征值对角矩阵. 当 $4k_{0,2}/k_{0,1}^2 \leq \min(\text{Re}(\lambda_{H,i}))$, $\lambda_{H,j} \in \mathbb{C}$ 时, \mathbf{A} 为 Hur-

witz 矩阵, 证明如下.

\mathbf{H} 可相似对角化为 $\mathbf{H} = \mathbf{P}_H^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_H \mathbf{P}_H$, 因此对于任意 $\lambda \in \mathbb{C}$, 存在:

$$\left. \begin{aligned} \lambda \mathbf{I}_{6N} - \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{P}_H^{-1} \mathbf{P}_H + k_{0,1} \mathbf{P}_H^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_H \mathbf{P}_H & -\mathbf{P}_H^{-1} \mathbf{P}_H \\ k_{0,2} \mathbf{P}_H^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_H \mathbf{P}_H & \lambda \mathbf{P}_H^{-1} \mathbf{P}_H \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_3 = \\ &[(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{P}_H^{-1}) \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{P}_H)] \otimes \mathbf{I}_3 \\ \bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{I}_N + k_{0,1} \boldsymbol{\Lambda}_H & -\mathbf{I}_N \\ k_{0,2} \boldsymbol{\Lambda}_H & \lambda \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

注意到 $\lambda = 0$ 时, \mathbf{A} 的特征多项式

$$\det((\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{P}_H^{-1}) \bar{\mathbf{A}} (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{P}_H)) = \det \bar{\mathbf{A}} = -\det(k_{0,2} \boldsymbol{\Lambda}_H) \neq 0$$

则对于

$$\det \bar{\mathbf{A}} = \det(\lambda^2 \mathbf{I}_N + \lambda k_{0,1} \boldsymbol{\Lambda}_H + k_{0,2} \boldsymbol{\Lambda}_H) = \prod_{i=1}^N (\lambda^2 + k_{0,1} \lambda \lambda_{H,i} + k_{0,2} \lambda_{H,i}) = 0$$

其解为二次方程 $\lambda^2 + k_{0,1} \lambda \lambda_{H,i} + k_{0,2} \lambda_{H,i} = 0$, $i = 1, \dots, N$ 的解. 对于任意 $\lambda_{H,i} \in \mathbb{R}$, 方程解实部显然小于 0. 对于 $\lambda_{H,i} \in \mathbb{C}$, 根据复数的几何意义, 方程的解表示为

$$\lambda_0 = (k_{0,2}/2)(-\lambda_{H,i} \pm \sqrt{r_\Delta} \exp(i\theta_\Delta/2))$$

其中 $r_\Delta \exp(i\theta_\Delta) = \lambda_{H,i}(\lambda_{H,i} - 4k_{0,2}/k_{0,1}^2)$. 因 $4k_{0,2}/k_{0,1}^2 \leq \min(\text{Re}(\lambda_{H,i}))$, $\text{Re}(\lambda_0) < 0$, 故 \mathbf{A} 的特征值实部均小于 0, \mathbf{A} 为 Hurwitz 矩阵.

根据引理 2, 对于任意正常数 k_0 , 存在正定对称矩阵 \mathbf{M} 满足 $\mathbf{M}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{M} = -k_0 \mathbf{I}_{6N}$. 故可设计 Lyapunov 函数为 $Q_0 = \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}$, 其对时间求导, 根据假设 1 并运用 Young's 不等式则有:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_0 &= -\frac{k_0}{2} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} - \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{M} \mathbf{B} (\mathbf{1}_N \otimes \dot{\mathbf{v}}_0) \leq \\ &= -\frac{k_0}{2\bar{\lambda}_M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} + \frac{k_0}{2\bar{\lambda}_M} \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} + \\ &= \frac{2\bar{\lambda}_M}{k_0} \frac{1}{2} (\mathbf{B}(\mathbf{1}_N \otimes \dot{\mathbf{v}}_0))^T \mathbf{M} (\mathbf{B}(\mathbf{1}_N \otimes \dot{\mathbf{v}}_0)) \leq \\ &= -\frac{k_0}{2\bar{\lambda}_M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} + \frac{k_0}{4\bar{\lambda}_M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \mathbf{M} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} + \frac{N}{k_0} \bar{\lambda}_M \bar{\lambda}_B^T \mathbf{M} \mathbf{B} \|\dot{\mathbf{v}}_0\|_2^2 \leq \\ &= -\frac{k_0}{2\bar{\lambda}_M} Q_0 + \frac{N}{k_0} \bar{\lambda}_M \bar{\lambda}_B^T \mathbf{M} \mathbf{B} \delta_0 \end{aligned} \quad (6)$$

可知 Q_0 是最终一致有界的, 即观测误差 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_p$ 与 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_v$ 是最终一致有界的.

2.2 位置跟踪控制律设计

首先基于 2.1 节中得到的观测值 $\hat{\mathbf{p}}_i$ 以及相对

位置矢量 \mathbf{r}_i , 将节点 i 的期望位置 $\mathbf{p}_{c,i}$ 定义为 $\mathbf{p}_{c,i} = \hat{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{r}}_i$, 其中 $\tilde{\mathbf{r}}_i$ 为 $\mathbf{R}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)\mathbf{r}_i$ 的滤波值, 即 $d\tilde{\mathbf{r}}_i/dt = -k_{1,2}\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}$, 其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}$ 为与期望相对位置相关的滤波误差, 定义为 $\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i} = \tilde{\mathbf{r}}_i - \mathbf{R}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)\mathbf{r}_i$, $\hat{\theta}_i$ 与 $\hat{\phi}_i$ 分别为与 $\hat{\mathbf{v}}_i$ 相关的弹道倾角与弹道偏角. 记 $\hat{\mathbf{v}}_i = [\hat{v}_{x,i} \ \hat{v}_{y,i} \ \hat{v}_{z,i}]^T$, 则 $\hat{\theta}_i$ 与 $\hat{\phi}_i$ 的计算方法为

$$\hat{\theta}_i = \arcsin(\hat{v}_{y,i}\hat{V}_i^{-1}), \hat{\phi}_i = -\arctan(\hat{v}_{z,i}\hat{v}_{x,i}^{-1})$$

其中 $\hat{V}_i = \|\hat{\mathbf{v}}_i\|$. 然后将虚拟速度指令 $\mathbf{v}_{c,i}$ 设计为

$$\mathbf{v}_{c,i} = -k_{1,1}\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i} + d(\hat{\mathbf{p}}_i + \tilde{\mathbf{r}}_i)/dt$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i} = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{c,i}$, 代表节点 i 实际位置与其期望位置之间的跟踪误差.

然后求取实际控制加速度 \mathbf{u}_i . 式(1)中的动力学部分可改写为 $\dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{R}(\theta_i, \phi_i)\mathbf{u}_i - [0 \ g \ 0]^T$, 同时注意到 $\mathbf{R}(\theta_i, \phi_i)\mathbf{R}^T(\theta_i, \phi_i) = \mathbf{I}_3$. 故将 \mathbf{u}_i 设计为

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{R}^T(\theta_i, \phi_i) \left(-k_{2,1}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i} + \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{v}}_i + [0 \ g \ 0]^T \right) \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i} = \mathbf{v}_i - \tilde{\mathbf{v}}_i$, 代表节点 i 实际速度与滤波后期望速度之间的跟踪误差; $\tilde{\mathbf{v}}_i$ 是 $\mathbf{v}_{c,i}$ 的滤波值, 即 $\frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{v}}_i = -k_{2,2}\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}$, 其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i} = \tilde{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_{c,i}$, 代表与期望速度相关的滤波误差; $k_{1,1}, k_{2,1}$ 与 $k_{2,2}$ 均为正常数.

在该位置跟踪控制律下, 对于节点 i 而言, 跟踪误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}$ 与 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i}$ 以及滤波误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}$ 均为最终一致有界的, 证明如下.

首先构造李雅普诺夫函数:

$$Q_{1,1} = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}\|_2^2, \quad Q_{1,2} = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}\|_2^2$$

$$Q_{2,1} = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i}\|_2^2, \quad Q_{2,2} = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}\|_2^2$$

并有

$$\dot{Q}_{2,1} = -k_{2,1}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i}\|_2^2$$

$$\dot{Q}_{2,2} = -\frac{1}{2}k_{2,2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}\|_2^2 + \frac{1}{2k_{2,2}}\left\|\frac{d}{dt}\mathbf{v}_{c,i}\right\|_2^2$$

$$\dot{Q}_{1,1} = -\frac{1}{2}k_{1,1}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}\|_2^2 + \frac{1}{2k_{1,1}}(\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i}\|_2^2 + \|\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}\|_2^2)$$

$$\dot{Q}_{1,2} = -\frac{1}{2}k_{1,2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}\|_2^2 + \frac{1}{2k_{1,2}}\|\dot{\mathbf{R}}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)\mathbf{r}_i\|_2^2$$

设 $Q_3 = Q_{1,1} + Q_{1,2} + (k_{1,1}k_{2,1})^{-1}Q_{2,1} + 2(k_{1,1}k_{2,2})^{-1}Q_{2,2}$. Q_3 对时间求导:

$$\dot{Q}_3 = -\frac{1}{2}k_{1,1}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}\|_2^2 - \frac{1}{2}k_{1,2}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}\|_2^2 + \delta_p -$$

$$\frac{1}{2k_{1,1}}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu,i}\|_2^2 - \frac{1}{2k_{1,1}}\|\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}\|_2^2 \leq -c_3Q_3 + \delta_p$$

$$\delta_p = (2k_{1,2})^{-1}\|\dot{\mathbf{R}}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i)\mathbf{r}_i\|_2^2 + (k_{1,1}k_{2,2}^2)^{-1}\bar{v}_c$$

$$\bar{v}_c = \sup_{t>0}\|\tilde{\mathbf{v}}_{c,i}\|_2^2$$

$$c_3 = \min\left\{k_{1,1}, k_{1,2}, k_{2,1}, \frac{1}{2}k_{2,2}\right\}$$

可见 Q_3 是最终一致有界的. 进一步考虑本文的控制目标, 可以推知:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{c,i}\| &= \|\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p,i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{r,i} + \\ &\quad (\mathbf{R}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i) - \mathbf{R}(\theta_0, \phi_0))\mathbf{r}_i\| \leq \\ &\quad \|\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}\| + \|\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p,i}\| + \|\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}\| + \\ &\quad \|\mathbf{R}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i) - \mathbf{R}(\theta_0, \phi_0)\|\|\mathbf{r}_i\| \end{aligned} \quad (9)$$

据前文分析可知, 位置跟踪误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}$ 、位置观测误差 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p,i}$ 和滤波误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_{r,i}$ 均为最终一致有界的; 速度观测误差 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v,i}$ 也是最终一致有界的, 故 $\|\mathbf{R}(\hat{\theta}_i, \hat{\phi}_i) - \mathbf{R}(\theta_0, \phi_0)\|\|\mathbf{r}_i\|$ 同为有界变量. 则推知 $\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{c,i}\|$ 也是最终一致有界的, 即所提出的控制方法能够完成控制目标.

3 仿真实验

考虑由 4 架飞行器与 1 个虚拟领导者组成的网络, 其通信关系如图 1 所示, 图中由节点 j 指向节点 i 的实线代表节点 j 可向 i 发送信息. 虚拟领导者的运动轨迹设置为 $V_0 = 100 \text{ m/s}$, $\theta_0 = 0.05 \times \sin[0.05(t - 0.5)] \text{ rad}$, $\phi_0 = 0.4\sin[0.1(t - 2.5)] - 0.79 \text{ rad}$. 虚拟领导者初始位置为 $\mathbf{p}_0(0) = [50 \ 150 \ 50]^T \text{ m}$. 期望队形中的相对位置向量设为 $\mathbf{r}_1 = [70 \ 0 \ 0]^T \text{ m}$, $\mathbf{r}_2 = [0 \ 0 \ -70]^T \text{ m}$, $\mathbf{r}_3 = [-70 \ 0 \ 0]^T \text{ m}$ 以及 $\mathbf{r}_4 = [0 \ 0 \ 70]^T \text{ m}$. 分布式观测器与位置跟踪控制律中的参数设置为 $k_{0,1} = 400$, $k_{0,2} = 80$, $k_{1,1} = k_{2,1} = 0.5$ 以及 $k_{2,2} = 80$. 各飞行器初始运动状态如表 1 所示. 将本文中飞行器期望位置 $\mathbf{p}_{c,i}$ 的定义方法与文献[8-9]中期望位置定义方法进行对比仿真. 根据文献[8], $\mathbf{p}_{c,i}$ 表示为 $\mathbf{p}_{c,i} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{r}_i$.

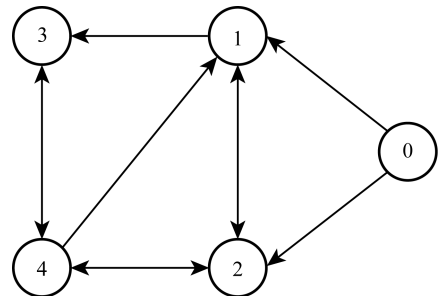


图 1 飞行器群通信拓扑

Fig. 1 Communication topology of flight vehicles

表 1 各飞行器初始状态
Tab. 1 Initial states of flight vehicles

节点 i	$p_i(0)/\text{m}$	$V_i(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$\theta_i(0)/\text{rad}$	$\psi_i(0)/\text{rad}$
1	$[70 \ 140 \ 75]^\text{T}$	100	-0.1	-0.60
2	$[75 \ 160 \ -20]^\text{T}$	110	0	-0.79
3	$[-25 \ 130 \ -35]^\text{T}$	100	0.1	-0.90
4	$[-25 \ 150 \ 75]^\text{T}$	100	0	-0.79

在本文控制方法作用下,各飞行器与虚拟领导者的运动轨迹如图 2 所示;按照文献[8-9]方法计算飞行器期望位置并使用本文的位置跟踪控制律时,各飞行器与虚拟领导者的运动轨迹如图 3 所示. 在

第 20 s 与第 30 s 时飞行器的相对位置如图 4 所示. 图中,文献[8-9]中的方法虽使各飞行器跟随领导者飞行,但队形只能在空间中平移运动;而本文方法使队形方向始终与领导者速度方向保持一致.

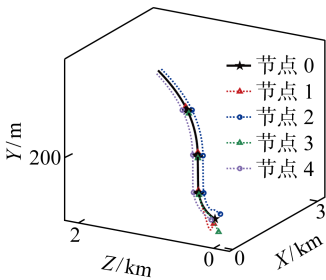


图 2 飞行器轨迹(本文方法)

Fig. 2 Trajectories of flight vehicles (method proposed)

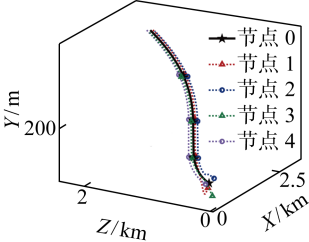
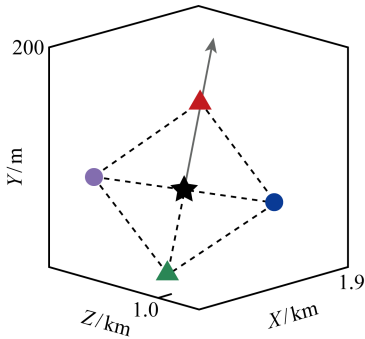
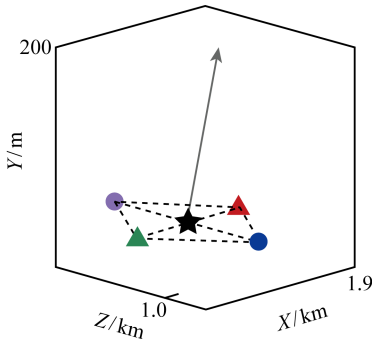


图 3 飞行器轨迹(文献[8-9]方法)

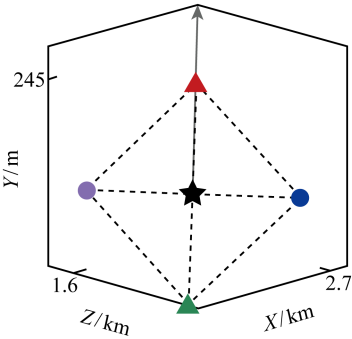
Fig. 3 Trajectories of flight vehicles (method in references [8-9])



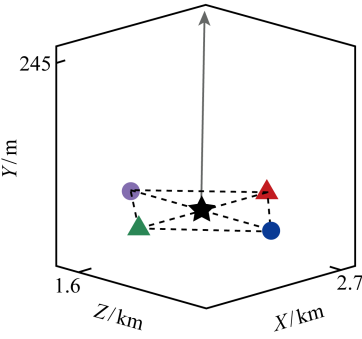
(a) 本文方法 $t=20 \text{ s}$



(b) 文献[8-9]中方法 $t=20 \text{ s}$



(c) 本文方法 $t=30 \text{ s}$



(d) 文献[8-9]中方法 $t=30 \text{ s}$

●节点 4, ▲节点 3, ●节点 2, ▲节点 1, ★节点 0, → v_0 方向

图 4 $t=20 \text{ s}$ 与 $t=30 \text{ s}$ 的编队构型
Fig. 4 Formation at $t=20 \text{ s}$ and $t=30 \text{ s}$

将位置观测误差与速度观测误差分别表示为 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,i} = [\tilde{\epsilon}_{x,i} \ \tilde{\epsilon}_{y,i} \ \tilde{\epsilon}_{z,i}]^T$ 与 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,i} = [\tilde{\epsilon}_{vx,i} \ \tilde{\epsilon}_{vy,i} \ \tilde{\epsilon}_{vz,i}]^T$, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,i}$ 变化曲线如图 5 所示, $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,i}$ 变化曲线如图 6 所示. 可见位置观测误差 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,i}$ 在反馈观测一致性误差 $\boldsymbol{\epsilon}_{p,i}$ 的作用下实现收敛,而速度观测误差 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{v,i}$ 随着 $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{p,i}$ 的

收敛而收敛,验证了 DESO 的有效性.

将位置跟踪误差表示为 $\boldsymbol{\epsilon}_{p,i} = [\epsilon_{x,i} \ \epsilon_{y,i} \ \epsilon_{z,i}]^T$, 各飞行器位置跟踪误差如图 7 所示,可见位置误差是最终一致有界的,各飞行器可以通过跟踪期望位置完成编队控制任务.

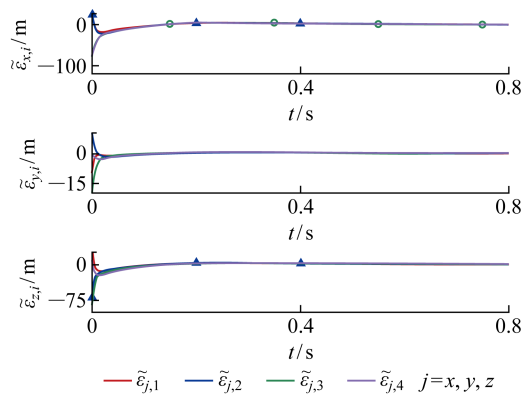


图 5 位置观测误差
Fig. 5 Position observation errors

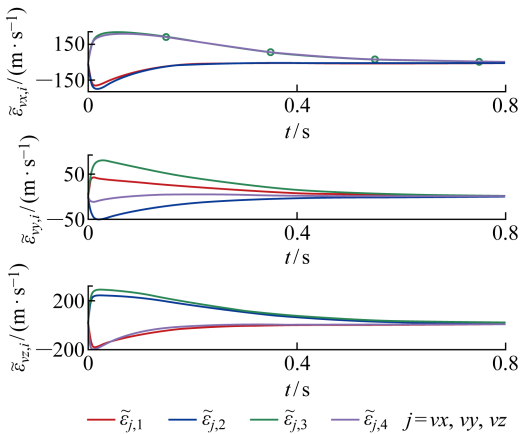


图 6 速度观测误差
Fig. 6 Velocity observation errors

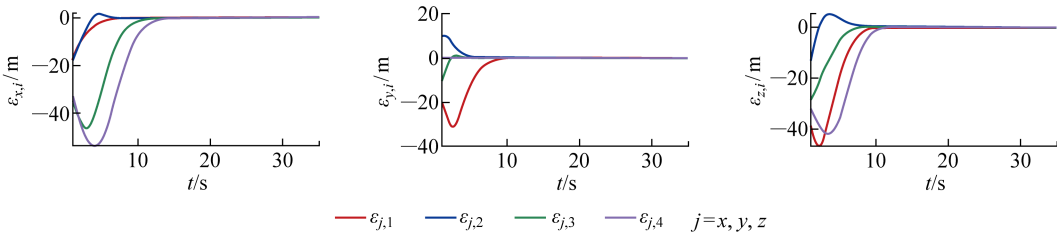


图 7 位置跟踪误差
Fig. 7 Position tracking errors

4 结语

本文研究一种基于分布式观测器的飞行器编队控制方法,首先给出分布式状态观测器,使各飞行器观测出虚拟领导者的位置;然后基于观测结果与期望队形计算出各飞行器的期望位置,并通过给出的位置跟踪控制律使飞行器跟踪期望位置,从而实现编队控制.数值仿真验证了所提编队控制方法的有效性.

参考文献:

[1] OH K K, PARK M C, AHN H S. A survey of multi-agent formation control[J]. *Automatica*, 2015, 53: 424-440.

[2] LI G F, ZUO Z Y. Robust leader-follower cooperative guidance under false-data injection attacks[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Sys-*

tems, 2023, 59(4): 4511-4524.

[3] 叶帅, 蒋国平, 周映江, 等. 基于事件触发的多无人机固定时间编队控制[J]. *系统仿真学报*, 2021, 33(10): 2420-2431.

YE Shuai, JIANG Guoping, ZHOU Yingjiang, *et al.* Fixed-time event-triggered formation control for multiple UAVs[J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(10): 2420-2431.

[4] 王君, 李昂. 多无人机编队递归非奇异终端滑模容错控制[J]. *信息与控制*, 2024, 53(1): 71-85.

WANG Jun, LI Ang. Recursive non-singular terminal sliding mode fault-tolerant control of multi-UAV formation[J]. *Information and Control*, 2024, 53(1): 71-85.

[5] PARK B S, YOO S J. Time-varying formation control with moving obstacle avoidance for input-saturated quadrotors with external disturbances[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Sys-*

tems, 2024, 54(5): 3270-3282.

[6] WANG Q, DONG X W, WANG B H, *et al.* Finite-time observer-based H_{∞} fault-tolerant output formation tracking control for heterogeneous nonlinear multi-agent systems[J]. **IEEE Transactions on Network Science and Engineering**, 2023, 10(4): 1822-1834.

[7] MA X, DAI K R, ZOU Y, *et al.* Fixed-time anti-saturation grouped cooperative guidance law with state estimations of multiple maneuvering targets[J]. **Journal of the Franklin Institute**, 2023, 360(8): 5524-5547.

[8] LI G F, WANG X Z, ZUO Z Y, *et al.* Fault-tolerant formation control for leader-follower flight vehicles under malicious attacks[J]. **IEEE Transactions on Intelligent Vehicles**, 2024(99): 1-15.

[9] WU X, WEI C S, CHEN T Y, *et al.* On novel distributed fixed-time formation tracking of multiple hypersonic flight vehicles with collision avoidance[J]. **Aerospace Science and Technology**, 2023, 141: 108517.

[10] LI G F, WU Y J. Adaptive cooperative guidance with seeker-less followers: A position coordination-based framework[J]. **ISA Transactions**, 2023, 143: 168-176.

[11] PENG Z H, JIANG Y, WANG J. Event-triggered dynamic surface control of an underactuated autonomous surface vehicle for target enclosing[J]. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2021, 68(4): 3402-3412.

[12] LI D Y, MA G F, XU Y, *et al.* Layered affine formation control of networked uncertain systems: A fully distributed approach over directed graphs[J]. **IEEE Transactions on Cybernetics**, 2021, 51(12): 6119-6130.

[13] LI G F, LÜ J H, ZHU G L, *et al.* Distributed observer-based cooperative guidance with appointed impact time and collision avoidance[J]. **Journal of the Franklin Institute**, 2021, 358(14): 6976-6993.

(本文编辑:孙伟)