

文章编号:1006-2467(2022)04-0486-12

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2020.381

# 结构拟静力分量对中低速磁浮车-桥系统地震响应的影响

黄凤华, 程斌, 滕念管

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

**摘要:** 与传统桥梁抗震分析关注系统的相对运动不同, 车-桥系统的抗震分析关注车辆系统的绝对运动, 需考虑结构拟静力分量的影响。为探讨结构拟静力分量对中低速磁浮车-桥系统地震响应特性的影响, 以某典型中低速磁浮线路为研究对象, 考虑基于比例积分微分 (Proportional Integral Derivative, PID) 主动悬浮控制的磁浮车-桥耦合关系, 采用相对运动法和直接求解法, 分别在相对坐标系和绝对坐标系下建立中低速磁浮车-桥系统地震响应分析模型。在此基础上, 重点探讨了结构拟静力分量对磁浮间隙、车辆系统以及桥梁结构动力响应的影响规律。结果表明: 结构拟静力分量对车辆系统的动力响应影响较大, 忽略结构拟静力分量会严重低估车辆的加速度响应, 差异值最大可达 447%; 结构拟静力分量对桥梁结构位移响应的影响有限; 建议采用考虑结构拟静力分量的绝对位移法处理磁浮车-桥系统中的地震输入。

**关键词:** 中低速磁浮交通; 车桥系统; PID 主动控制; 地震响应; 结构拟静力分量

**中图分类号:** U 24; TB 123      **文献标志码:** A

## Influence of Structural Pseudo-Static Components on Seismic Responses of Low-Medium Speed Maglev Vehicle-Bridge System

HUANG Fenghua, CHENG Bin, TENG Nianguan

(School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering,  
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Unlike the traditional seismic analysis on bridge engineering which mainly concerns the relative motion, the seismic analysis of vehicle-bridge system focuses more on the absolute motion of the vehicle system, where the pseudo-static components need to be considered. In order to study the effect of structural pseudo-static components on the seismic responses of low-medium speed maglev vehicle-bridge system, the discussion relying on a typical low-medium speed maglev line was implemented. Considering the vehicle-bridge coupling relationship based on the proportional integral derivative (PID) active suspension control, two dynamic models for the low-medium speed maglev vehicle-bridge system subjected to earthquake were relatively established in the relative coordinate and the absolute coordinate, and the seismic forces were correspondingly solved by employing the relative motion method and the direct solution method. A case study was subsequently conducted, where the effect of structural pseudo-static components on dynamic responses of the vehicle-bridge system, including the maglev gap, the vehicle

收稿日期: 2020-11-16

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB1200602-28, 2016YFB1200601-B27)

作者简介: 黄凤华(1991-), 男, 江苏省南通市人, 博士生, 主要从事车桥耦合振动研究。

通信作者: 滕念管, 男, 副教授, 电话(Tel.) 025-34206334; E-mail: ngteng@sjtu.edu.cn.

system and the bridge was further analyzed. The results show that the influence of pseudo-static components on the dynamic responses of the vehicle system is quite significant. Ignoring the pseudo-static components could seriously undervalue the dynamic responses of the vehicle system, of which the difference could be as high as 447%. Compared to the vehicle system, the influence of pseudo-static components on the vertical and transversal displacement responses of the bridge is fairly limited. Therefore, it is suggested that the absolute displacement method which takes the pseudo-static components into account should be adopted to deal with the seismic excitation in the maglev vehicle-bridge system.

**Key words:** low-medium speed maglev transport; vehicle-bridge system; PID active control; seismic responses; structural pseudo-static components

中低速磁浮交通作为一种新兴的地面交通运输方式,以其噪声低、污染小、爬坡能力强等优点受到广泛关注,目前,国内已建成多条中低速磁浮线路并成功实现商业运营。同时,我国是地震多发国,随着磁浮线路的不断扩展,磁浮列车在桥上运行时遭遇地震的可能性越来越高,地震作用不仅会引起桥梁结构的破坏,更会影响到桥上列车的行车安全。

由于磁浮交通起步较晚,现有研究多集中于磁浮车-桥系统的耦合振动,鲜有关于磁浮车-桥系统地震响应的研究。耿杰等<sup>[1-2]</sup>针对长沙中低速磁浮交通运营线路展开现场测试,揭示了列车-简支梁系统的耦合振动特性。Hu 等<sup>[3-6]</sup>学者建立了基于 PID 主动悬浮控制的中低速磁浮列车-桥梁系统耦合振动模型,对车辆、桥梁系统的动力响应特性展开数值模拟。相比于磁浮交通,在轮轨交通中已有不少学者展开车-桥系统地震响应特性的研究。其中,车-桥-地震系统模型建立方法主要分 2 类,一类是建立在相对坐标系中,忽略结构拟静力分量的影响,只考虑地震力引起的动力分量,Xia 等<sup>[7-12]</sup>采用相对运动法处理地震力输入,忽略了结构拟静力分量的影响,对地震作用下车-桥系统的动力响应及桥上列车的行车安全展开研究。另一类是建立在绝对坐标系中,同时考虑地震力引起的拟静力分量和动力分量,杜宪亭等<sup>[13-15]</sup>在绝对坐标系和相对坐标系中分别建立车-桥-地震系统模型,深入探讨了结构拟静力分量对车-桥-地震系统动力响应的影响,结果表明,忽略结构拟静力分量会造成车-桥-地震系统动力分析结果出现较大偏差。事实上,与传统结构抗震分析关注相对运动不同,车-桥系统的抗震分析同时关注车辆的绝对运动,需要考虑拟静力分量的影响,因此,研究拟静力分量的影响对建立可靠的车-桥-地震系统模型具有重要意义。

鉴于磁浮交通的车桥耦合机理与轮轨交通有较大区别,本文考虑基于 PID 主动悬浮控制的磁浮车-

桥耦合关系,采用相对运动法和直接求解法,分别在相对坐标系和绝对坐标系下建立中低速磁浮车-桥系统地震响应分析模型。在此基础上,给出车-桥系统地震响应的求解步骤,并通过算例重点探讨结构拟静力分量对磁浮间隙、车辆系统、桥梁结构动力响应的影响规律,以期为地震作用下磁浮车-桥系统动力响应研究以及桥上列车行车安全性评估提供理论支撑。

## 1 磁浮车-桥-地震系统模型

### 1.1 车辆模型

选取典型的 5 模块中低速磁浮列车作为研究对象,每节车体由 5 个悬浮架模块支撑,每个悬浮架模块包含左、右侧两套悬浮架及防侧滚梁,电磁铁固定于悬浮架底部,车体与悬浮架之间通过二系悬挂系统相连。单节编组列车共有 20 个二系悬挂、40 个电磁铁。车辆模型如图 1 所示,图中,  $l_{m1x1}$  为第 1 个悬浮架上第 1 个电磁铁该悬浮架质心的纵向距离,  $l_{c1x1}$ 、 $l_{b1x1}$  分别为第 1 个悬浮架上第 1 个二系悬挂到车体质心、该悬浮架质心的纵向距离。车体和悬浮架均视为刚体,不考虑纵向运动,二系悬挂系统则简化为弹簧阻尼。车体考虑沉浮( $Y_c$ )、点头( $\alpha_c$ )、横移( $Z_c$ )、摇头( $\beta_c$ )、侧滚( $\gamma_c$ ) 5 个自由度。考虑到防侧滚梁使得左右两侧悬浮架的运动解耦,且抑制了悬浮架的侧滚,因此,悬浮架考虑沉浮( $Y_b$ )、点头( $\alpha_b$ )、横移( $Z_b$ )、摇头( $\beta_b$ ) 4 个自由度。单节编组列车模型总计 45 个自由度。

车体和悬浮架的受力状态如图 2 所示,图中  $\alpha_c$ 、 $\beta_c$ 、 $\gamma_c$  分别为车体的点头、摇头、侧滚位移; $\alpha_b$ 、 $\beta_b$  分别为悬浮架的点头、摇头位移。由于地震不直接作用于车辆系统,而是通过磁轨关系影响车辆系统,所以地震作用下的车辆运动方程无需特别考虑地震力。基于达朗贝尔原理,建立如下车辆系统运动方程:

(1) 车体垂向运动。

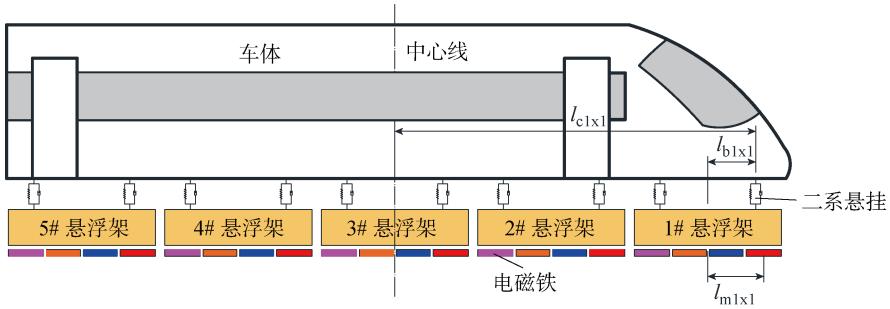
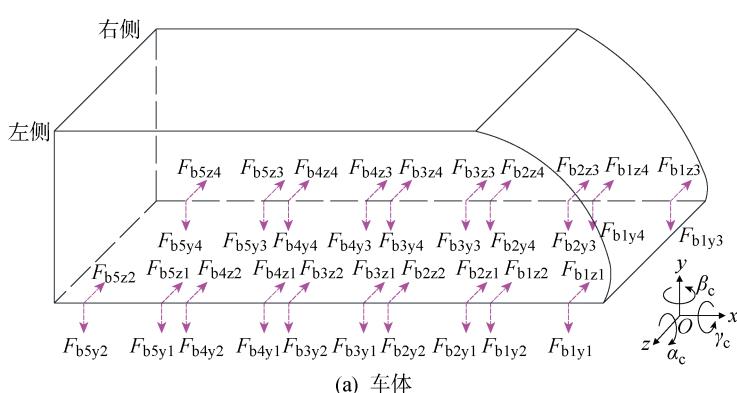


图 1 中低速磁浮车辆模型

Fig. 1 Model of low-medium speed maglev vehicle



(a) 车体

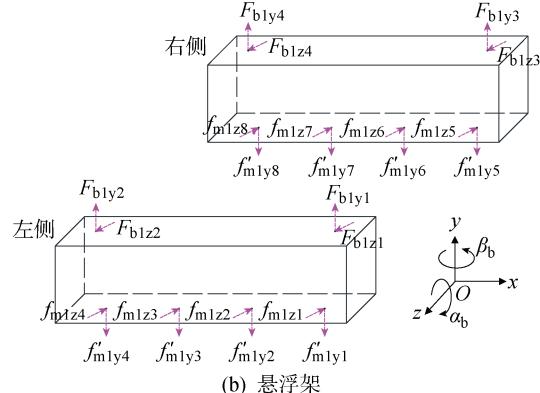


图 2 磁浮车辆受力示意图

Fig. 2 Force state of maglev vehicle

$$M_c \ddot{Y}_c + \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^4 F_{bjyi} = 0$$

$$J_{ca} \ddot{\alpha}_c - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^4 F_{bjyi} l_{cjxi} - F_{b3yi} l_{c3xi} - F_{b3y3} l_{c3x3} + F_{b3y2} l_{c3x2} + F_{b3y4} l_{c3x4} + \sum_{j=4}^5 \sum_{i=1}^4 F_{bjyi} l_{cjxi} = 0$$

(2) 车体横向运动.

$$M_c \ddot{Z}_c + \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^4 F_{bjzi} = 0$$

$$J_{cp} \ddot{\beta}_c - \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^4 F_{bjzi} l_{cjxi} - F_{b3zi} l_{c3xi} - F_{b3z3} l_{c3x3} + F_{b3z2} l_{c3x2} + F_{b3z4} l_{c3x4} + \sum_{j=4}^5 \sum_{i=1}^4 F_{bjzi} l_{cjxi} = 0$$

(3) 车体侧滚运动.

$$J_{cy} \ddot{Y}_c - \sum_{j=1}^5 \sum_{i=3}^4 F_{bjyl} l_{sz} + \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^2 F_{bjyl} l_{sz} + \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^4 F_{bjzi} h_{yc} = 0$$

(4) 第  $j$  个悬浮架模块左侧悬浮架.

$$M_{bj} \ddot{Y}_{bj} + \sum_{i=1}^4 f'_{mjyi} - \sum_{i=1}^2 F_{bjyi} = 0$$

$$J_{bj} \ddot{\alpha}_{bj} - \sum_{i=1}^2 f'_{mjyi} l_{mjxi} + \sum_{i=3}^4 f'_{mjyi} l_{mjxi} +$$

$$F_{bjy1} l_{bjx1} - F_{bjy2} l_{bjx2} = 0$$

$$M_{bj} \ddot{Z}_{bj} + \sum_{i=1}^4 f_{mjzi} - \sum_{i=1}^2 F_{bjzi} = 0$$

$$J_{bj} \ddot{\beta}_{bj} - \sum_{i=1}^2 f_{mjzi} l_{mjxi} + \sum_{i=3}^4 f_{mjzi} l_{mjxi} + F_{bjzl} l_{bjx1} - F_{bjz2} l_{bjx2} = 0$$

(5) 第  $j$  个悬浮架模块右侧悬浮架.

$$M_{bj} \ddot{Y}_{bj} + \sum_{i=5}^8 f'_{mjyi} - \sum_{i=3}^4 F_{bjyi} = 0$$

$$J_{bj} \ddot{\alpha}_{bj} - \sum_{i=5}^6 f'_{mjyi} l_{mjxi} + \sum_{i=7}^8 f'_{mjyi} l_{mjxi} +$$

$$F_{bjy3} l_{bjx3} - F_{bjy4} l_{bjx4} = 0$$

$$M_{bj} \ddot{Z}_{bj} + \sum_{i=5}^8 f_{mjzi} - \sum_{i=3}^4 F_{bjzi} = 0$$

$$J_{bj} \ddot{\beta}_{bj} - \sum_{i=5}^6 f_{mjzi} l_{mjxi} + \sum_{i=7}^8 f_{mjzi} l_{mjxi} + F_{bjz3} l_{bjx3} - F_{bjz4} l_{bjx4} = 0$$

$$f'_{mjyi} = \left( \frac{M_c + 10M_{bj}}{N_m} \right) g - f_{mjyi} \quad (1)$$

式中:  $M_c$  为车体质量;  $\ddot{Y}_c$ ,  $\ddot{Z}_c$  分别为车体的沉浮、横移加速度;  $F_{bjyi}$ ,  $F_{bjzi}$  分别为第  $j$  个悬浮架上第  $i$  个二系悬挂处的竖向悬挂力和横向悬挂力,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;

$4, j = 1, 2, \dots, 5; J_{ca}, J_{cb}, J_{cy}$  分别为车体关于点头、摇头、侧滚运动的转动惯量;  $\ddot{\alpha}_c, \ddot{\beta}_c, \ddot{\gamma}_c$  分别为车体的点头、摇头、侧滚加速度;  $l_{cxi}, l_{bjxi}$  分别为第  $j$  个悬浮架上第  $i$  个二系悬挂到车体质心、该悬浮架质心的纵向距离,  $i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 5$ , 详见图 1;  $l_{sz}$  为二系悬挂到车体质心的横向距离;  $h_{yc}$  为车体的质心高度;  $M_{bj}$  为第  $j$  个悬浮架的质量,  $j = 1, 2, \dots, 5$ ;  $J_{baj}, J_{bjy}$  为第  $j$  个悬浮架关于点头、摇头的转动惯量;  $\ddot{Y}_{bj}, \ddot{Z}_{bj}$  分别为第  $j$  个悬浮架的沉浮、横移加速度;  $\ddot{\alpha}_{bj}, \ddot{\beta}_{bj}$  分别为第  $j$  个悬浮架的点头、摇头加速度,  $j = 1, 2, \dots, 5$ ;  $f'_{mjyi}$  为第  $j$  个悬浮架上第  $i$  个电磁铁上平衡车辆重力后的调整悬浮力, 由式(1)计算得到,  $i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 5; f_{mzji}$  为第  $j$  个悬浮架上第  $i$  个电磁铁的导向力,  $i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 5; l_{mjxi}$  为第  $j$  个悬浮架上第  $i$  个电磁铁到该悬浮架质心的纵向距离,  $i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 5$ ;  $N_m$  为电磁铁的总数;  $g$  为重力加速度;  $f_{mjyi}$  为第  $j$  个悬浮架上第  $i$  个电磁铁的悬浮力,  $i = 1, 2, \dots, 8, j = 1, 2, \dots, 5$ .

## 1.2 桥梁模型

基于有限元法建立桥梁系统的动力学模型,采用一致质量矩阵,得到车辆荷载和地震作用下桥梁结构在绝对坐标系中的分块运动方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sg} \\ -\mathbf{M}_{gs} & \mathbf{M}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{gg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sg} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{C}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{u}}_{gg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sg} \\ \mathbf{K}_{gs} & \mathbf{K}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u}_{gg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{B,V} \\ \mathbf{P}_{gg} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, 下标 ss 为桥梁非支撑节点自由度项, 下标 gg 为支撑节点自由度项, 下标 sg 和 gs 为支撑节点和非支撑节点之间的耦合项;  $\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}$  分别为绝对位移、绝对速度和绝对加速度列向量;  $\mathbf{u}_{gg}, \dot{\mathbf{u}}_{gg}, \ddot{\mathbf{u}}_{gg}$  分别为地震波位移、速度和加速度列向量;  $\mathbf{F}_{B,V}$  为车辆与桥梁之间的相互作用力;  $\mathbf{P}_{gg}$  为支撑反力项.

展开第一行, 消去未知项  $\mathbf{P}_{gg}$ , 并忽略方程右端的阻尼项, 得:

$$\mathbf{M}_{ss}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{ss}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{u} = \mathbf{F}_{B,V} - (\mathbf{M}_{sg}\ddot{\mathbf{u}}_{gg} + \mathbf{K}_{sg}\mathbf{u}_{gg}) \quad (3)$$

以下分别采用相对运动法和直接求解法对上述运动方程进行求解.

### (1) 相对运动法.

相对运动法 (Relative Motion Method, RMM) 在相对坐标系中进行求解, 是传统桥梁抗震分析中常用的求解方法, 该方法将结构绝对位移  $\mathbf{u}$  分解为

拟静力位移  $\mathbf{u}^s$  和相对动力位移  $\mathbf{u}^d$ , 即

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^s + \mathbf{u}^d \quad (4)$$

将式(4)代入式(3), 得到相对坐标系下忽略结构拟静力分量的桥梁系统运动方程:

$$\mathbf{M}_{ss}\ddot{\mathbf{u}}^d + \mathbf{C}_{ss}\dot{\mathbf{u}}^d + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{u}^d = -(\mathbf{M}_{sg} + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{R})\ddot{\mathbf{u}}_{gg} + \mathbf{F}_{B,V} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{R}$  为影响矩阵,  $\mathbf{R} = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sg}$ .

采用振型叠加法对式(5)进行解耦:

$$\mathbf{u}^d = \sum_{n=1}^N q_n \boldsymbol{\phi}_n \quad (6)$$

式中:  $q_n$  为相对坐标系下第  $n$  阶振型对应的广义坐标;  $\boldsymbol{\phi}_n$  为相对坐标系下第  $n$  阶振型;  $N$  为桥梁系统的自由度.

将式(6)代入式(5), 引入瑞雷比例阻尼, 基于振型正交特性, 得到相对坐标系下桥梁的模态平衡方程:

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{F}_{B,V}}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M}_{ss} \boldsymbol{\phi}_n} - \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T (\mathbf{M}_{sg} + \mathbf{M}_{ss}\mathbf{R})\ddot{\mathbf{u}}_{gg}}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M}_{ss} \boldsymbol{\phi}_n} \quad (7)$$

式中:  $\xi_n$  为第  $n$  阶振型对应的阻尼系数;  $\omega_n$  为第  $n$  阶圆频率.

联立式(6)、(7)和车辆运动方程即可得到相对坐标系下忽略结构拟静力分量时车-桥耦合系统的地震响应.

### (2) 直接求解法.

直接求解法 (Direct Solution Method, DSM) 在绝对坐标系中进行求解, 即直接对式(3)进行求解. 同样采用振型叠加法对运动方程进行解耦:

$$\mathbf{u} = \sum_{n=1}^N Q_n \boldsymbol{\Phi}_n \quad (8)$$

式中:  $Q_n$  为绝对坐标系下第  $n$  阶振型对应的广义坐标;  $\boldsymbol{\Phi}_n$  为绝对坐标系下第  $n$  阶振型.

将式(8)代入式(3), 得到绝对坐标系下桥梁系统的模态平衡方程:

$$\ddot{Q}_n + 2\xi_n\omega_n\dot{Q}_n + \omega_n^2 Q_n = \frac{\boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{F}_{B,V}}{\boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{M}_{ss} \boldsymbol{\Phi}_n} - \frac{\boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{M}_{sg}\ddot{\mathbf{u}}_{gg} + \boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{K}_{sg}\mathbf{u}_{gg}}{\boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{M}_{ss} \boldsymbol{\Phi}_n} \quad (9)$$

可以看出, 相比于相对运动法, 直接求解法考虑了结构拟静力分量的影响, 需同时输入地震加速度时程和地震位移时程. 联立式(8)、(9)和车辆运动方程即可得到绝对坐标系下考虑结构拟静力分量时磁浮车-桥耦合系统的地震响应.

## 1.3 控制系统模型

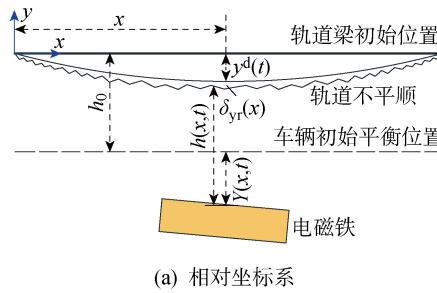
中低速磁浮车辆通过 U 形悬浮电磁铁与 F 轨

相互吸引产生的电磁力实现车辆的悬浮、导向功能。根据电磁铁二维受力分析<sup>[16]</sup>,磁铁模块在发生横向偏移时电磁悬浮力和导向力的计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} f_{my} &= \frac{A_m \mu_0}{4h^2} \left( 1 + \frac{2h}{\pi W_m} + \frac{2c}{\pi W_m} \arctan \frac{h}{c} \right) \\ &\quad (N_{\text{const}} I_{\text{const}} + N_c i_c)^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$f_{mz} = \frac{A_m \mu_0}{2h \pi W_m} (N_{\text{const}} I_{\text{const}} + N_c i_c)^2 \arctan \frac{c}{h}$$

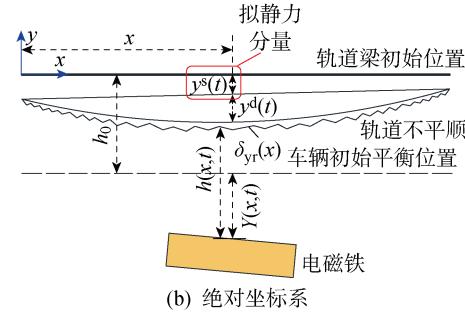
式中: $f_{my}$  和  $f_{mz}$  分别为电磁悬浮力和导向力; $A_m$  为磁极面积; $\mu_0$  为空气磁导率; $h$  为悬浮间隙; $W_m$  为磁极宽度; $c$  为导向间隙; $N_{\text{const}}$  为恒流线圈数; $I_{\text{const}}$



(a) 相对坐标系

为恒电流,用于平衡车辆自重; $N_c$  控制电流线圈数; $i_c$  为控制电流。

可见,磁浮间隙是计算电磁悬浮力和导向力的重点,也是准确预测车-桥系统动力响应的关键。图 3 给出了相对坐标系和绝对坐标系下磁浮间隙的计算示意图,其中  $\delta_{yr}(x)$  为轨道不平顺; $Y(x,t)$  为车辆到平衡位置的距离, $t$  为时间; $h(x,t)$  为悬浮间隙; $h_0$  为额定间隙,一般取 8 mm。显然,相比于相对坐标系,绝对坐标下的磁浮间隙不仅包含了地震作用和车辆荷载引起的动力分量  $y^d(t)$ ,同时叠加了地震作用引起的桥梁结构拟静力分量  $y^s(t)$ 。



(b) 绝对坐标系

图 3 磁浮间隙计算示意图

Fig. 3 Schematic of maglev gap calculation

由于中低速磁浮车的车速较低(通常不高于 120 km/h),列车运行时所需导向力较小,所以车辆采用悬浮主动控制、导向被动控制的悬浮导向策略。侧向上,通过电磁力横向分力促使车辆自复位以实现导向功能;垂向上,引入主动控制器使悬浮间隙稳定在一定误差范围内,即在控制系统获取悬浮间隙信号后,通过控制算法产生与间隙扰动成一定关系的控制电流,调整电磁悬浮力,保证悬浮间隙在容许范围内波动。引入 PID 控制器建立悬浮控制系统,基于悬浮间隙波动  $\Delta h$  和悬浮间隙变化率  $\dot{h}$  反馈输出控制电流,其数学模型如下:

$$i_c = K_p \Delta h + K_i \sum_{k=0}^t \Delta h + K_D \dot{h} \quad (11)$$

式中: $K_p$ 、 $K_i$ 、 $K_D$  分别为比例参数、积分参数、微分参数; $k$  为控制时间。

#### 1.4 数值求解流程

在求解磁浮车-桥系统地震响应时,分别建立车辆、桥梁、控制器 3 个子系统,地震激励直接作用于桥墩支撑处,通过车-桥相互作用关系影响车辆系统,继而影响整个车-桥耦合系统。基于上述模型,编制计算程序,具体步骤如下:

(1) 输入车辆参数、桥梁结构参数、轨道不平顺、控制系统参数以及地震波信息,建立车辆、桥梁

系统运动方程及悬浮控制系统模型,设置初始条件。

(2) 确定列车在梁上的位置,根据上一时刻车辆、桥梁的振动状态确定磁浮间隙及其变化率,通过控制算法式(11)输出控制电流,基于电磁力计算式(10)得到悬浮力和导向力,并作为当前时刻的电磁力作用于车辆上,然后通过四阶龙格库塔法求解车辆运动方程得到当前时刻车辆的振动状态。

(3) 计算桥梁运动方程右端的地震荷载项,叠加上一步骤的电磁悬浮力和导向力,通过龙格库塔法求解桥梁的运动方程得到当前时刻桥梁的振动状态。

(4) 保存当前时刻车辆、桥梁的振动状态,并作为下一时刻车-桥-地震系统的输入条件。

(5) 判断列车是否完全驶离桥梁,如果“是”,则结束计算;如果“否”,则重复步骤(2)~(4),直至列车完全驶离桥梁。

## 2 模型参数及验证

### 2.1 计算参数

以中低速磁浮线路中常见的简支混凝土箱梁作为研究对象,建立 3 跨简支梁桥模型。简支梁的跨度为 20 m,梁体跨中顶宽 1.5 m,底宽 1.13 m,高为 1.55 m,墩高 6 m,混凝土强度等级为 C50,如图 4

所示。轨道梁、桥墩均采用空间梁单元模拟,支座采用弹簧单元模拟,弹簧竖向刚度为  $4 \times 10^{10}$  N/m,侧向刚度为  $2 \times 10^8$  N/m。建模时假定 F 轨、轨枕与轨道梁变形一致,且忽略 F 轨和轨枕对整个轨道梁的刚度贡献。轨道不平顺采用文献[17]基于唐山中低速磁浮试验线轨道不平顺的实测数据,车辆模型选用长沙中低速磁浮列车,为 3 节编组 (30 t + 30 t + 30 t),其关键计算参数如表 1 所示。

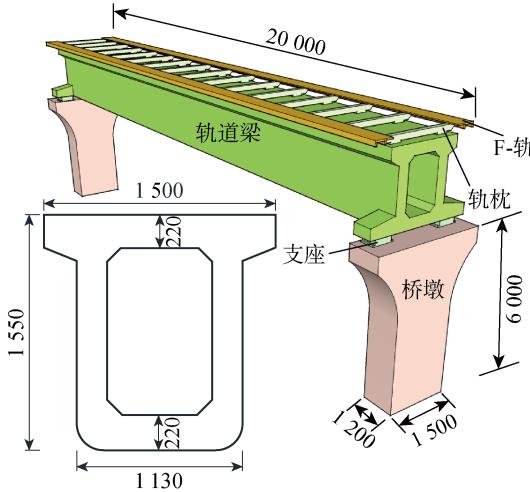


图 4 简支梁桥布置 (mm)

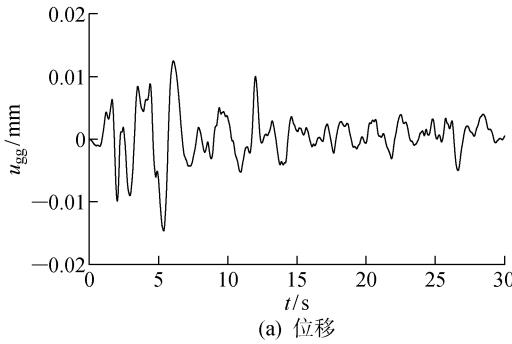
Fig. 4 Layout of simply supported bridge (mm)

表 1 磁浮车辆主要计算参数

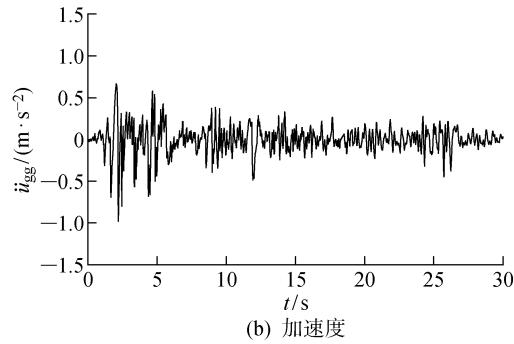
Tab. 1 Main calculation parameters of maglev vehicle

符号	名称及单位	数值
$M_c$	车体质量/kg	$2.0 \times 10^4$
$M_b$	悬浮侧架质量/kg	1 000
$J_{ac}$	车体转动惯量(点头)/(kg·m <sup>2</sup> )	$3.85 \times 10^5$
$J_{bc}$	车体转动惯量(摇头)/(kg·m <sup>2</sup> )	$3.88 \times 10^5$
$J_{rc}$	车体转动惯量(侧滚)/(kg·m <sup>2</sup> )	$2.21 \times 10^3$
$J_{ab}$	悬浮架转动惯量(点头)/(kg·m <sup>2</sup> )	1 150
$J_{pb}$	悬浮架转动惯量(摇头)/(kg·m <sup>2</sup> )	1 200
$K_{sy}$	二系悬挂系竖向刚度/(N·m <sup>-1</sup> )	$8.0 \times 10^4$
$C_{sy}$	二系悬挂系竖向阻尼/(N·s·m <sup>-1</sup> )	$5.0 \times 10^3$
$K_{sz}$	二系悬挂系横向刚度/(N·m <sup>-1</sup> )	$1.5 \times 10^5$
$C_{sz}$	二系悬挂系横向阻尼/(N·s·m <sup>-1</sup> )	$2.25 \times 10^3$

选取典型的地震记录 El Centro 地震波作为系统激励,通过高通滤波处理对实测地震波进行修正以消除基线漂移误差,并采用频域积分法获取地震位移时程,具体的地震波修正及积分方法详见文献[18]。修正处理后的地震记录如图 5 所示,并将该地震波时程按竖向加速度 0.065g、横向加速度 0.1g 进行规格化处理作为系统输入,重力加速度 g 取  $9.8 \text{ m/s}^2$ 。考虑到地震动开始时刻的随机性,分析时假定在车辆入桥前 1.0 s 时地震动开始。



(a) 位移



(b) 加速度

图 5 地震波时程

Fig. 5 Time history of seismic wave

## 2.2 仿真结果验证

鉴于目前缺乏地震作用下磁浮车-桥耦合系统动力响应的实测数据,分别从车-桥耦合振动响应和桥梁地震响应两个方面出发,对所建立的磁浮车-桥-地震系统模型进行验证,以桥梁的竖向位移时程响应为例。首先,只考虑车辆荷载,将程序计算得到的桥梁位移时程与文献[19]的现场测试结果进行对比。其次,只考虑地震激励,将桥梁位移时程的程序计算值与商业软件 SAP2000 计算值进行对比。对比结果如图 6 所示,图中: $y_{by}$  为轨道梁跨中竖向位移。

可以看出,桥梁振动位移数值模拟波形与实测波形有所差异,这是因为桥梁振动位移的波形受轨道不平顺的影响较大<sup>[20]</sup>,而数值模拟中的轨道不平顺与现场测试中的轨道不平顺难以保持一致,此外,实测值易受到外界因素的干扰。总体而言,桥梁在车辆荷载下的位移响应仿真结果与实测结果较为吻合,都经历了车辆上桥、桥上运行和离桥 3 个阶段,仿真和实测得到的最大动位移误差在 5% 以内。基于 RMM 和 DSM 分别得到的桥梁地震响应仿真结果与相应的 SAP2000 计算结果几乎完全重合。可

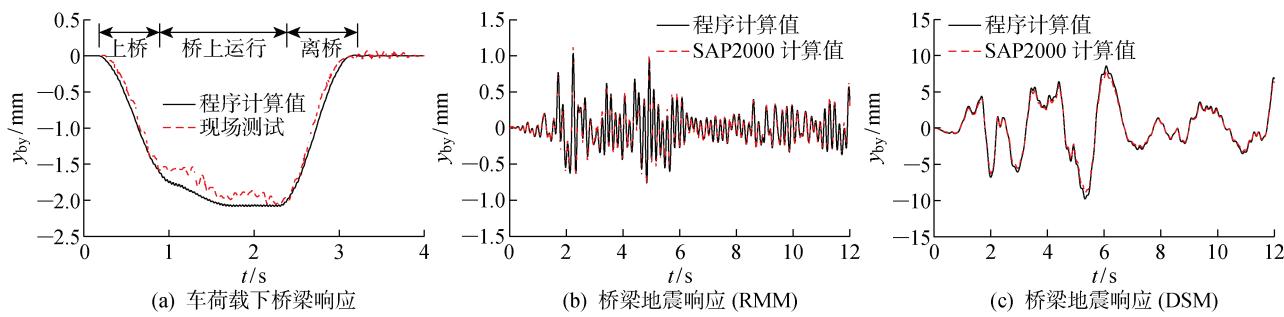


图 6 仿真结果验证

Fig. 6 Verification of simulated results

见,本文所建立的中低速磁浮车-桥-地震系统数值模型是可靠的.

### 3 拟静力分量对系统响应的影响

#### 3.1 磁浮间隙和电磁力

图 7~8 给出了车辆以 80 km/h 速度过桥时同一个电磁铁处磁浮间隙和电磁力的时程曲线, 可以看出:

(1) 考虑拟静力分量时悬浮间隙时程曲线的波

形与不考虑时较相似, 但幅值有所差异. 不考虑拟静力分量时悬浮间隙的最大波动幅值为 1.09 mm, 考虑后悬浮间隙的最大波动幅值为 1.27 mm, 后者比前者高 16%. 拟静力分量对悬浮电磁力的影响规律与悬浮间隙的较一致, 考虑拟静力分量时悬浮电磁力的最大波动幅值较不考虑时大 6.3%.

(2) 拟静力分量改变了导向间隙及导向电磁力时程曲线的波形, 且显著增大了曲线幅值. 不考虑拟静力分量时导向间隙、导向电磁力的最大波动幅值

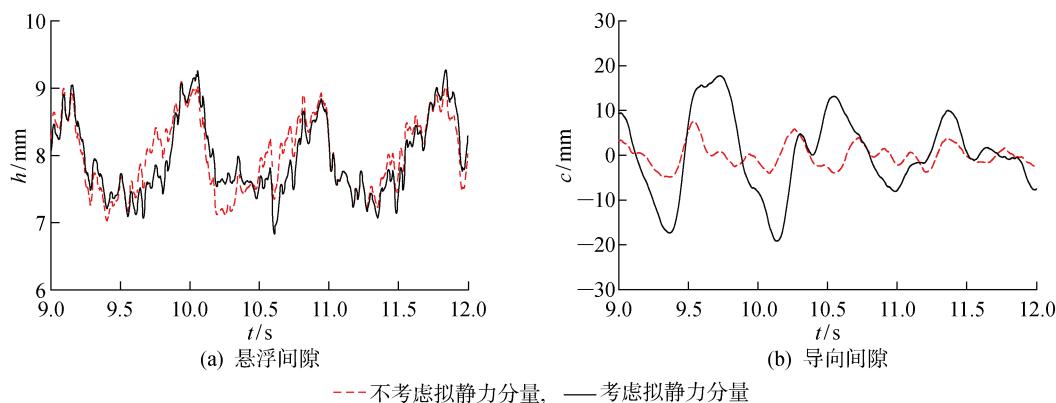


图 7 磁浮间隙时程曲线

Fig. 7 Time-history curves of magnetic gap

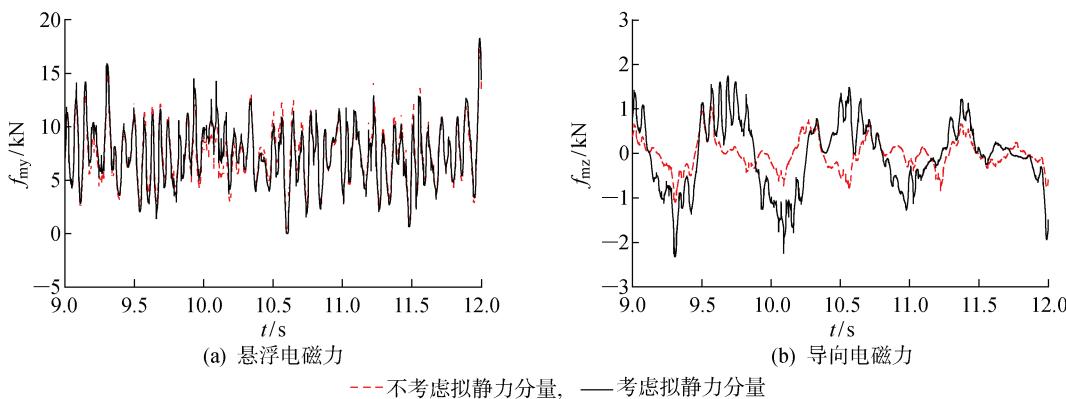


图 8 电磁力时程曲线

Fig. 8 Time-history curves of electromagnetic forces

分别为 7.55 mm、1.10 kN, 而考虑后最大波动幅值分别为 19.14 mm、2.32 kN, 后者比前者分别高 153% 和 110%。

为进一步揭示拟静力分量的影响, 图 9~10 给

出了磁浮间隙波动  $\Delta h$ 、导向间隙波动  $\Delta c$  和电磁力波动  $\Delta f_{my}$ 、导向电磁力波动  $\Delta f_{mz}$  随车速  $v$  的变化规律, 表 2 进一步给出了各车速下考虑与不考虑拟静力分量时计算结果之间的差异值。可以看出:

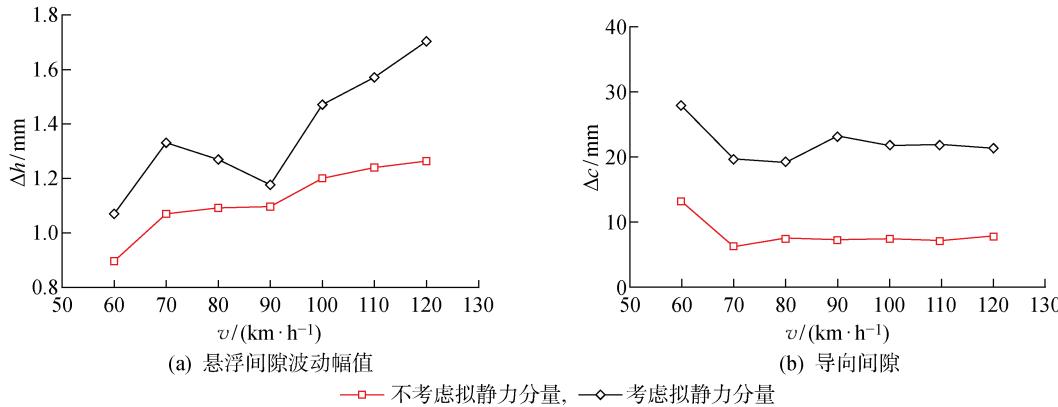


图 9 磁浮间隙幅值随车速的变化

Fig. 9 Variation of magnetic gap amplitude with vehicle speed

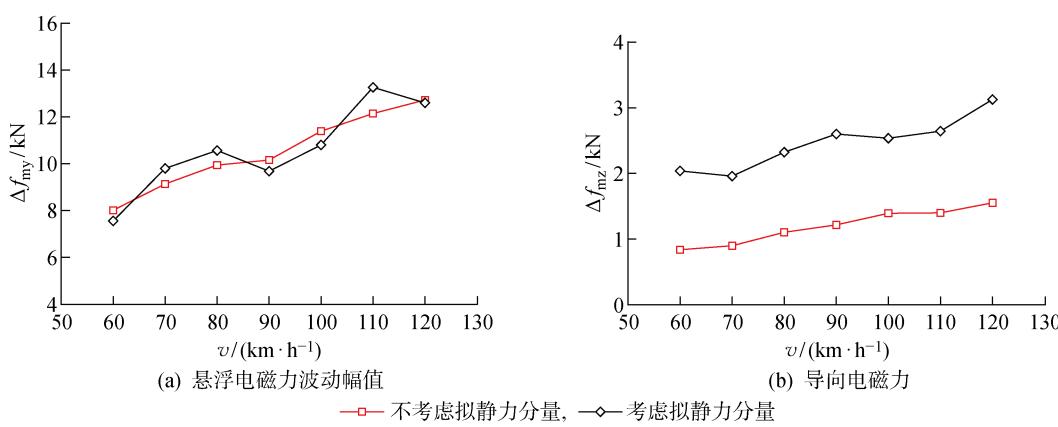


图 10 电磁力幅值随车速的变化

Fig. 10 Variation of electromagnetic force amplitude with vehicle speed

表 2 考虑和忽略拟静力分量时车桥系统响应幅值的差异值

Tab. 2 Differences of responses of the system between two cases considering and ignoring pseudo-static components %

车速/ $(km \cdot h^{-1})$	悬浮系统				车辆系统			轨道梁跨中	
	悬浮间隙 波动幅值	导向间隙	悬浮电磁力 波动幅值	导向电磁力	沉浮加速度	偏航加速度	竖向位移	横向位移	
60	19.2	111.9	-5.7	143.2	368.3	61.1	3.7	-1.5	
70	23.4	216.5	7.3	118.1	394.1	61.2	0.8	0.2	
80	16.3	153.6	6.3	110.6	449.1	50.5	2.1	1.2	
90	7.3	219.1	4.7	113.8	322.9	44.3	2.2	0.2	
100	22.5	192.4	-5.1	82.3	323.0	46.7	-0.3	2.0	
110	26.7	205.8	9.2	89.0	309.1	56.2	-0.4	1.0	
120	34.8	171.2	0.97	101.4	366.9	47.2	-0.2	-1.5	

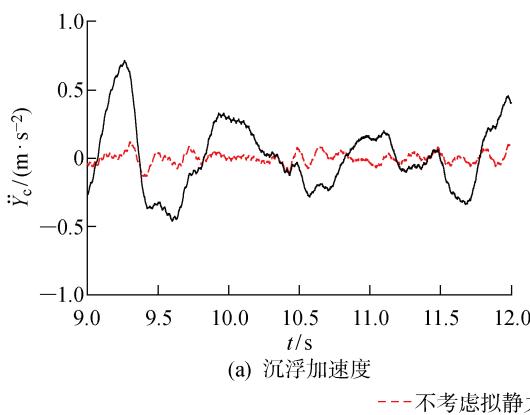
注: 差异值 = (考虑拟静力时系统幅值 - 忽略拟静力时系统幅值) / 忽略拟静力时系统幅值

(1) 考虑拟静力分量后悬浮间隙有所增大, 在计算车速范围内, 忽略拟静力分量会导致悬浮间隙的差异值为 7.3%~34.8%, 而拟静力分量对悬浮电磁力的影响较小, 最大差异值为 9.23%. 拟静力分量显著增大了导向间隙和导向电磁力, 忽略拟静力分量会使得导向间隙和导向电磁力被严重低估, 差异值分别为 111%~219% 和 82%~143%.

(2) 相比对导向间隙、导向电磁力的影响, 拟静力分量对悬浮间隙、悬浮电磁力的影响较小, 原因与磁浮车辆悬浮主动控制、导向被动控制的策略有关, 考虑拟静力分量后, 桥梁动力响应加大(见图 6(b)~6(c)), 致使车辆与轨道梁之间的间隙显著增大, 导向间隙增大, 然而悬浮方向采用主动控制策略, 悬浮间隙被快速调节并稳定在额定范围内, 波动幅度较小.

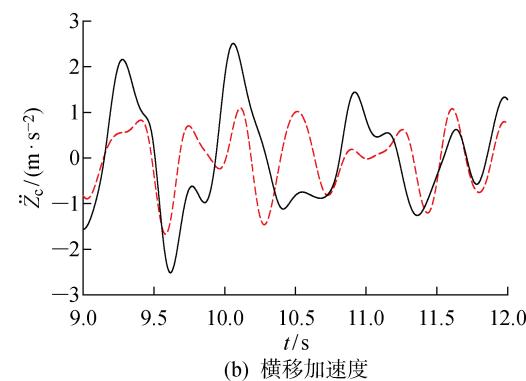
### 3.2 车辆系统

图 11 所示为车辆以 80 km/h 速度过桥时第 2



(a) 沉浮加速度

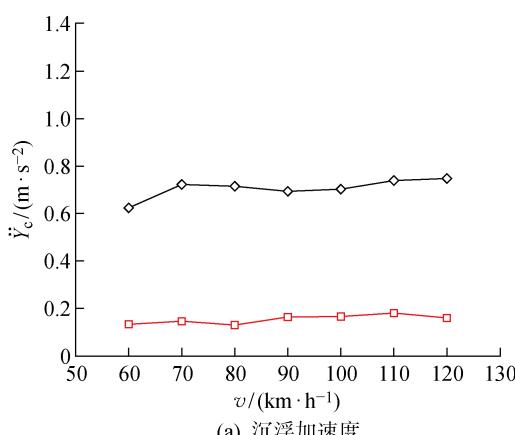
—不考虑拟静力分量, ——考虑拟静力分量



(b) 横移加速度

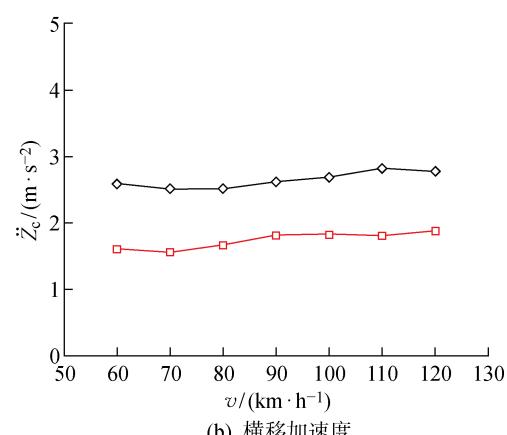
图 11 车体质心处加速度时程曲线

Fig. 11 Acceleration time-history curves at centroid of vehicle



(a) 沉浮加速度

—□—不考虑拟静力分量, —◇—考虑拟静力分量



(b) 横移加速度

图 12 车体加速度随车速的变化

Fig. 12 Variation of vehicle acceleration with vehicle speed

节车体质心的加速度时程曲线. 可见, 考虑拟静力分量后车辆沉浮、横移加速度时程曲线波形、幅值与不考虑时差别较大, 不考虑拟静力分量时车辆沉浮、横移最大加速度分别为  $0.13$ 、 $1.67 \text{ m/s}^2$ , 考虑后加速度明显增大, 最大加速度分别为  $0.72$ 、 $2.52 \text{ m/s}^2$ , 显然忽略拟静力分量会严重低估车辆加速度响应.

图 12 所示为车体质心最大加速度随车速的变化规律, 各车速下考虑与不考虑拟静力分量时计算结果之间的差异详见表 2, 可以看出:

(1) 考虑结构拟静力分量后, 车辆的沉浮、横移加速度显著增大, 在车速计算范围内, 比不考虑拟静力分量时分别大 309%~449% 和 44%~61%, 意味着忽略拟静力分量将严重低估桥上列车的动力响应, 继而可能造成地震作用下列车行车安全的误判.

(2) 比较而言, 拟静力分量对车辆沉浮加速度的影响要明显大于对车辆横向加速度的影响, 原因

同样与悬浮导向控制策略有关。考虑拟静力分量后桥梁动力响应增大,为保证车辆与轨道梁间的悬浮间隙在额定范围内,在控制器作用下车辆短时间内经历较大的沉浮运动,致使车辆沉浮加速度显著增大。相比于垂向的主动控制,横向靠二系悬挂系统提供阻尼,属于被动控制,调节速率相对缓慢,因而横移加速度的增大趋势比沉浮加速度的小。

### 3.3 桥梁结构

图13所示为车辆以80 km/h速度过桥时第2跨简支梁的跨中位移时程曲线,图中 $y_{bz}$ 为轨道梁跨中横向位移。考虑到桥梁结构关注相对运动,此处的桥梁跨中位移取相对桥墩支撑运动的动力响应。可以看出:考虑拟静力分量时桥梁跨中的位移时程变

化规律与不考虑时较一致,但幅值有细微差别,不考虑拟静力分量时桥梁跨中竖向、横向最大位移为3.02、10.42 mm,考虑后最大位移分别为3.08、10.60 mm,两种情况下的位移响应差别较小。

图14所示为桥梁跨中最大动位移随车速的变化规律,各车速下考虑与不考虑拟静力分量时计算结果之间的差异详见表2,可以看出,在车速计算范围内,拟静力分量对桥梁的竖向、横向位移影响甚微,考虑结构拟静力分量时桥梁竖向、横向最大位移与不考虑时的最大差异值仅分别为3.7%和2.0%,意味着计算桥梁结构在地震激励和车辆荷载同时作用下的动力响应时,可以采用传统结构抗震分析方法RMM,即忽略结构拟静力分量的影响。

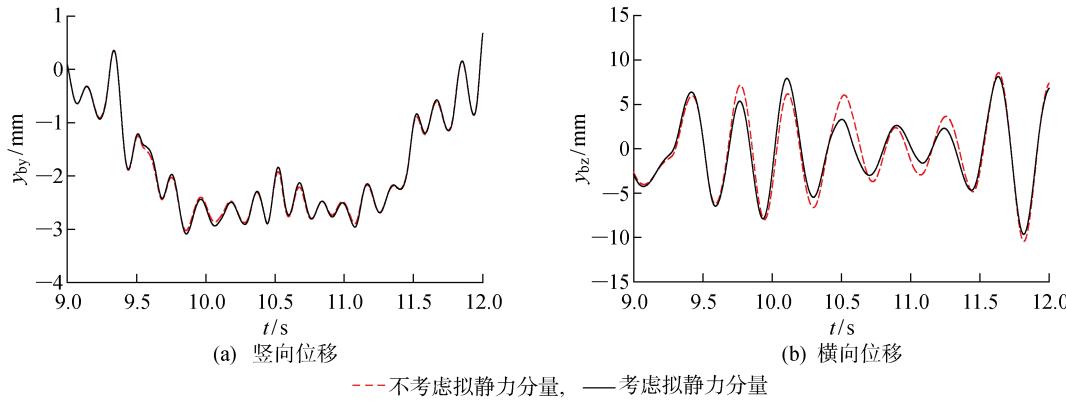


图13 桥梁跨中位移时程曲线

Fig. 13 Displacement time-history curves at mid-span of bridge

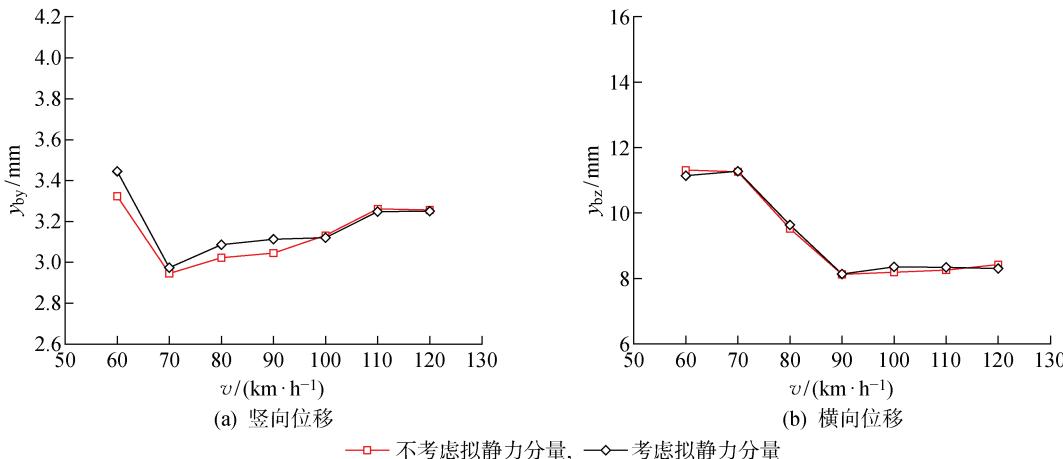


图14 桥梁跨中位移随车速的变化

Fig. 14 Variation of displacement at mid-span of bridge with vehicle speed

## 4 结论

基于磁浮车-桥动力相互作用理论,建立了不同坐标系下中低速磁浮车-桥系统地震响应的分析模型,深入研究了结构拟静力分量对车-桥系统地震响

应特性的影响规律,得到如下结论:

(1) 考虑结构拟静力分量后,悬浮间隙及悬浮电磁力均有所增大,但增大趋势不明显,而导向间隙和导向电磁力则显著增大,原因与磁浮列车悬浮主动控制、导向被动控制的策略有关。

(2) 结构拟静力分量对车辆系统的动力响应影响最大, 将显著增大车辆的沉浮、横移加速度, 忽略结构拟静力分量会严重低估桥上列车的动力响应, 继而造成地震作用下桥上列车行车安全的误判。

(3) 相比于车辆系统, 结构拟静力分量对桥梁系统动力响应的影响有限, 因此, 当仅需计算桥梁结构在地震激励和车辆荷载同时作用下的动力响应时, 可以采用传统结构抗震分析方法 RMM, 即忽略结构拟静力分量的影响。

(4) 为准确合理地预测地震作用下中低速磁浮车-桥系统的动力响应, 建议采用考虑结构拟静力分量的绝对位移法 (DSM) 处理车-桥-地震系统的地震输入, 此时需同时输入地震波位移时程和加速度时程。

## 参考文献:

- [1] 耿杰, 王党雄, 李小珍, 等. 中低速磁浮列车-简支梁系统耦合振动试验研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(2): 117-124.  
GENG Jie, WANG Dangxiong, LI Xiaozhen, et al. Experimental study on coupled vibration of low-medium speed maglev train and simply supported girder system[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2018, 40(2): 117-124.
- [2] LI X Z, WANG D X, LIU D J, et al. Dynamic analysis of the interactions between a low-to-medium-speed maglev train and a bridge: Field test results of two typical bridges[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2018, 232(7): 2039-2059.
- [3] HU J X, MA W H, LUO S H. Coupled dynamic analysis of low and medium speed maglev vehicle-bridge interaction using SIMPACK[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2021, 235(3): 377-389.
- [4] HUANG F H, CHENG B, TENG N G. A numerical model to predict three-dimensional interaction dynamics of low-medium-speed maglev vehicle-guideway bridge system[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2021, 235(10): 1249-1267.
- [5] KIM K J, HAN J B, HAN H S, et al. Coupled vibration analysis of maglev vehicle-guideway while standing still or moving at low speeds[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2015, 53(4): 587-601.
- [6] MIN D J, JUNG M R, KIM M Y, et al. Dynamic interaction analysis of maglev-guideway system based on a 3D full vehicle model[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2017, 17(1): 1750006.
- [7] XIA H, HAN Y, ZHANG N, et al. Dynamic analysis of train-bridge system subjected to non-uniform seismic excitations[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2006, 35(12): 1563-1579.
- [8] 王少林, 翟婉明. 地震作用下高速列车-线路-桥梁系统动力响应[J]. 西南交通大学学报, 2011, 46(1): 56-62.  
WANG Shaolin, ZHAI Wanming. Dynamic responses of high-speed train-track-bridge system under seismic excitations[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2011, 46(1): 56-62.
- [9] 户东阳, 陈克坚, 李聪林, 等. 近场地震作用下高速铁路简支梁桥行车安全性影响研究[J]. 铁道标准设计, 2021, 65(3): 99-105.  
HU Dongyang, CHEN Kejian, LI Conglin, et al. Research on driving impact on high-speed railway simply supported beam bridges under near-field earthquakes[J]. *Railway Standard Design*, 2021, 65(3): 99-105.
- [10] ZENG Q, DIMITRAKOPoulos E G. Seismic response analysis of an interacting curved bridge-train system under frequent earthquakes[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2016, 45(7): 1129-1148.
- [11] PARASKEVA T S, DIMITRAKOPoulos E G, ZENG Q. Dynamic vehicle-bridge interaction under simultaneous vertical earthquake excitation[J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2017, 15(1): 71-95.
- [12] BORJIGIN S, KIM C W, CHANG K C, et al. Non-linear dynamic response analysis of vehicle-bridge interactive system under strong earthquakes[J]. *Engineering Structures*, 2018, 176: 500-521.
- [13] 杜宪亭, 夏禾, 余竹. 车桥耦合动力分析中地震动输入模式的研究[J]. 中国铁道科学, 2011, 32(6): 34-40.  
DU Xianting, XIA He, YU Zhu. Study on the input patterns of seismic ground motion in the dynamic interaction analysis of train-bridge system[J]. *China Railway Science*, 2011, 32(6): 34-40.
- [14] 杜宪亭, 乔宏, 夏禾, 等. 地震作用下结构拟静力分量对车桥系统动力响应的影响分析[J]. 振动与冲击, 2016, 35(16): 6-11.  
DU Xianting, QIAO Hong, XIA He, et al. Influence of structure quasi-static components on the dynamic response of train-bridge systems during earthquakes [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(16):

- 6-11.
- [15] 雷虎军, 李小珍. 拟静力分量对列车-轨道-桥梁系统地震响应的影响[J]. 西南交通大学学报, 2015, 50(1): 124-130.  
LEI Hujun, LI Xiaozhen. Effects of structural quasi-static components on seismic responses of train-track-bridge system[J]. **Journal of Southwest Jiaotong University**, 2015, 50(1): 124-130.
- [16] BRZEZINA W, LANGERHOLC J. Lift and side forces on rectangular pole pieces in two dimensions [J]. **Journal of Applied Physics**, 1974, 45(4): 1869-1872.
- [17] 张耿, 李杰, 杨子敬. 低速磁浮轨道不平顺功率谱研究[J]. 铁道学报, 2011, 33(10): 73-78.  
ZHANG Geng, LI Jie, YANG Zijing. Estimation of power spectrum density track irregularities of low-speed maglev railway lines[J]. **Journal of the China Railway Society**, 2011, 33(10): 73-78.
- [18] 王济, 胡晓. MATLAB 在振动信号处理中的应用 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 知识产权出版社, 2006.  
WANG Ji, HU Xiao. Application of MATLAB in vibration signal processing[M]. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower Press, Intellectual Property Press, 2006.
- [19] 李小珍, 王党雄, 耿杰, 等. F轨对中低速磁浮列车-桥梁系统竖向耦合振动的影响研究[J]. 土木工程学报, 2017, 50(4): 97-106.  
LI Xiaozhen, WANG Dangxiong, GENG Jie, et al. Study on the influence of F-rail in vertical coupling vibration of low-medium speed maglev train-bridge system[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2017, 50(4): 97-106.
- [20] ZHANG L, HUANG J Y. Dynamic interaction analysis of the high-speed maglev vehicle/guideway system based on a field measurement and model updating method[J]. **Engineering Structures**, 2019, 180: 1-17.

(本文编辑:陈晓燕)