

文章编号:1006-2467(2022)02-0156-09

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2021.073

考虑多性能约束的车辆主动前轮转向 静态输出反馈控制

毛营忠, 冯智勇, 郭会茹

(武汉理工大学 现代汽车零部件技术湖北省重点实验室;
汽车零部件技术湖北省协同创新中心, 武汉 430070)

摘要: 为使车辆能精确地跟踪理想横摆角速度,从而提高车辆路径跟踪能力,提出考虑多性能约束的主动前轮转向静态输出反馈(SOF)控制方法. 由于行驶中车辆轮胎的侧偏刚度是一强非线性参数,所以将侧偏刚度作为模型的不确定性参数. 基于饱和线性轮胎模型,建立二自由度车辆动力学多胞型模型来对参数不确定性进行处理. 针对该类不确定性系统,考虑具有区域极点配置约束与 H_∞ 性能约束的鲁棒 SOF 控制器设计问题,给出了该类不确定系统的线性矩阵不等式(LMI)充分条件,并首次扩展运用一种坐标转换矩阵优化方法来迭代求解所得到的 LMI 条件,从而得到该类不确定性系统的鲁棒最优 H_∞ SOF 控制器. MATLAB/Simulink 和 CarSim 的联合仿真结果表明,所设计的 SOF 控制器可显著提高对期望横摆角速度的跟踪性能,改善车辆路径跟踪能力,且对模型参数的不确定性具有良好的鲁棒性.

关键词: 主动前轮转向;静态输出反馈控制;多胞型模型;线性矩阵不等式;坐标转换矩阵

中图分类号: TP 273; U 461

文献标志码: A

Static Output Feedback Control of Vehicle Active Front Steering Considering Multiple Performance Constraints

MAO Yingzhong, FENG Zhiyong, GUO Huiru

(Hubei Key Laboratory of Advanced Technology of Automotive Components;
Hubei Collaborative Innovation Center for Automotive Components Technology,
Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: To enable the vehicle to accurately track the ideal yaw rate, thereby improving the vehicle path tracking ability, this paper proposes a static output feedback (SOF) control method for active front steering (AFS) considering multiple performance constraints. Since the cornering stiffness of vehicle tire is a strong nonlinear parameter, the cornering stiffness is taken as the uncertainty parameter of the model. In addition, the two-degree-of-freedom poly-topic model of the vehicle dynamics is established based on the saturated linear tire model to deal with the parameter uncertainty. Moreover, the design of robust SOF controllers with regional pole configuration constraints and H_∞ performance constraints are considered for this type of uncertain system. Furthermore, the linear matrix inequality (LMI) sufficient conditions for

收稿日期:2021-03-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61503290,51805394)

作者简介:毛营忠(1996-),男,广东省清远市人,硕士生,主要从事智能车辆横向控制研究.

通信作者:冯智勇,男,副教授,电话(Tel.):18107267191;E-mail:fengge81@163.com.

this type of uncertain system are given, and a coordinate transformation matrix (CTM) optimization method is used to iteratively solve the obtained LMI conditions for the first time. Thus, the robust optimal H_∞ SOF controller for this type of uncertain system is obtained. Co-simulation results of MATLAB/Simulink and CarSim show that the designed SOF controller can significantly improve the tracking performance of the desired yaw rate and improve the vehicle path tracking ability. In addition, the controller has a good robustness to the uncertainties of vehicle model parameters.

Key words: active front steering (AFS); static output feedback (SOF) control; poly-topic model; linear matrix inequality (LMI); coordinate transformation matrix

近年来,以提高汽车安全性与舒适性为目标的先进驾驶人辅助系统(ADAS)已成为社会的研究热点.作为 ADAS 的关键技术之一,基于主动前轮转向(AFS)的人机共驾技术成为研究人员关注的重点.其中,AFS 系统可根据车辆状态产生辅助转角对驾驶人转角进行修正,从而对横摆角速度进行跟踪控制来提高车辆的安全性与操纵稳定性.

由于车辆运动的强非线性和不确定性,AFS 的控制方法一直是研究的重点^[1].文献[2]基于模型预测控制(MPC),通过对障碍物信息的实时检测来提高 AFS 系统的性能,从而提高车辆在不同轨迹下的跟踪效果.文献[3]将滑模控制方法应用到 AFS 中来实现对车辆期望横摆角速度的跟踪,提高了线控转向车辆的操作稳定性.文献[4]基于非线性轮胎模型提出一种新型线性时变 MPC 方法以提高极限工况下 AFS 车辆的稳定性.文献[5]提出了一种基于等价输入干扰估计的转向控制方法,通过估计器估计控制输入通道上的等效扰动来抑制外界干扰对车辆的影响.文献[6]由相平面法出发提出了 AFS 系统的介入原则,并设计了 AFS 系统的滑模变结构控制器,使紧急救援车辆的稳定性和安全性得到改善.文献[7]研究差动助力转向(DDAS)系统与 AFS 系统之间的协调控制问题,通过对电机转角与方向盘转矩的实时修正来降低两者之间的干扰,提高车辆的转向性能.

由于在抑制外部扰动与解决模型参数不确定性方面的优越性,鲁棒控制方法在 AFS 系统中的应用是目前的研究热点之一.文献[8]基于 AFS 系统的动态特性,考虑了车辆轮胎侧偏刚度的不确定性,设计一种参数能够综合鲁棒控制方法来提高车辆的路径跟踪性能.文献[9]提出一种模型跟踪与内模控制混合的二自由度鲁棒内模控制技术,解决了 AFS 控制中系统性能与鲁棒性之间的矛盾,提高了横摆角速度的跟踪性能.文献[10]基于鲁棒控制的方法设计了 AFS 系统的双环控制器以抑制干扰并改善车

辆横摆角速度的跟踪性能.文献[11]考虑外界扰动与模型不确定性,提出一种基于线性矩阵不等式的 AFS 鲁棒控制方法,将横摆角速度与质心侧偏角作为约束以保证系统的鲁棒稳定性.文献[12]研究侧向风的干扰问题,考虑系统的 H_∞ 性能指标设计了 AFS 系统的输出反馈鲁棒控制器,同时避免了对车辆质心侧偏角的测量,降低了控制器的设计成本.文献[13]建立了归一化左互素因子分解(LCF)模型来处理模型中的不确定性,从而设计了考虑 H_∞ 性能约束的鲁棒控制器,并且加入了前馈控制,提高了系统的性能.文献[14]将含有不确定性参数的车辆模型转化为线性参数可变(LPV)模型,并设计了考虑系统的 H_2 与 H_∞ 性能约束的静态输出反馈(SOF)鲁棒控制器.

SOF 控制问题的求解一直是控制领域的难点和热点问题^[15].文献[16]提出了一种坐标转换矩阵(CTM)优化方法来求解线性系统的最优 H_2 SOF、 H_∞ SOF 控制问题.与已有的一些基于线性矩阵不等式(LMI)方法相比,该方法最突出的优点是能得到局部最优解.由于 CTM 方法不需要复杂的非线性优化技术,使用简单,可推广到不确定性系统的鲁棒控制问题.至今为止,CTM 方法都是应用于线性连续或离散时不变系统,还从未应用于不确定性系统的研究.本文针对 AFS 系统控制问题,考虑轮胎侧偏刚度的不确定性,建立车辆侧向动力学多胞型模型.首次将 CTM 优化方法扩展应用于该类不确定性系统以解决基于 SOF 控制器的系统极点配置与 H_∞ 性能约束控制问题.通过对 CTM 的引入,并应用具有块三角结构的松弛变量,提出考虑参数不确定性的 LMI 充分条件.扩展运用 CTM 优化方法,通过对多个 CTM 的迭代更新来求解模型各个顶点处的 LMI 以得到最优 SOF 控制器,保证对期望横摆角速度的精确跟踪,提高车辆侧向稳定性.最后在 MATLAB/Simulink 和 CarSim 的联合仿真试验中验证所设计控制器的可行性与有效性.

1 模型的建立

1.1 二自由度车辆模型

主动转向系统主要研究车辆横向运动特征,考虑侧向与横摆两个方向的运动,建立二自由度车辆动力学模型如图 1 所示.其中: v_x 和 v_y 分别为车辆的纵向与侧向速度; v 为车辆实际速度; l_f 和 l_r 分别为车辆质心到前、后轴的距离; ω 为车辆横摆角速度; F_{yf} 和 F_{yr} 分别为汽车前后轮的轮胎侧向力; α_f 和 α_r 分别为车辆前、后轮侧偏角; δ_f 为车辆前轮转向角; β 为车辆质心侧偏角.

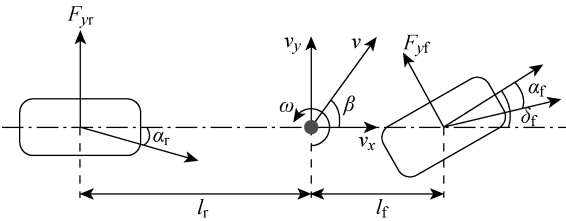


图 1 二自由度车辆模型
Fig. 1 Two-degree-of-freedom vehicle model

当车辆前轮转向角度不大时,车辆侧向动力学模型可描述为

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{v}_y + v_x \omega) &= F_{yf} + F_{yr} \\ I_z \dot{\omega} &= l_f F_{yf} + l_r F_{yr} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: m 为汽车质量; I_z 为车辆横摆转动惯量.

假设轮胎的侧偏特性位于线性范围内,则轮胎侧偏力与侧偏角具有如下近似关系:

$$F_{yf} = 2k_{mf}\alpha_f, \quad F_{yr} = 2k_{mr}\alpha_r \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_f &= \delta_f - \beta - \frac{l_f \omega}{v_x} \\ \alpha_r &= -\beta + \frac{l_r \omega}{v_x} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: k_{mf} 和 k_{mr} 分别为车辆前、后轮侧偏刚度.当汽车质心侧向速度较小时,质心侧偏角可表示为 $\beta = v_y/v_x$.

把式(2)和(3)代入式(1),可得:

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{v}_y + v_x \omega) &= -\frac{2k_{mf} + 2k_{mr}}{v_x} v_y - \frac{2k_{mf}l_f - 2k_{mr}l_r}{v_x} \omega + 2k_{mf}\delta_f \\ I_z \dot{\omega} &= -\frac{2l_f k_{mf} - 2l_r k_{mr}}{v_x} v_y - \frac{2l_f^2 k_{mf} + 2l_r^2 k_{mr}}{v_x} \omega + 2l_f k_{mf}\delta_f \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

AFS 控制器的作用是使车辆迅速跟踪理想模型的质心侧偏角以及横摆角速度,将理想二自由度车辆模型所得到的理想质心侧偏角设置为 0,理想

横摆角速度满足:

$$\omega_{des} = \frac{v_x}{(l_f + l_r)(1 + pv_x^2)} \delta_{fd} \quad (5)$$

式中: $p = \frac{m}{(l_f + l_r)^2} \left(\frac{l_f}{k_{mr}} - \frac{l_r}{k_{mf}} \right)$, 为车辆稳定性因数; δ_{fd} 为驾驶人输入的前轮转角.

令驾驶人输入的前轮转角作为系统的干扰输入,即 $w = \delta_{fd}$,主动转向控制器输出的辅助转向角 δ_{fc} 作为系统输入,即 $u = \delta_{fc}$,则车辆的实际前轮转角 $\delta_f = \delta_{fd} + \delta_{fc} = w + u^{[14]}$.选取系统状态变量为 $x_1 = v_y$, $x_2 = \omega$, $x_3 = \int_0^t (\omega_{des} - \omega) dt$, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$,由式(4)和(5)可得状态空间的系统模型为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_a \mathbf{x} + \mathbf{B}_{1a} w + \mathbf{B}_{2a} u \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_a &= \begin{bmatrix} \frac{-2(k_{mf} + k_{mr})}{mv_x} - v_x + \frac{2(k_{mr}l_r - k_{mf}l_f)}{mv_x} & 0 \\ \frac{2(k_{mr}l_r - k_{mf}l_f)}{I_z v_x} & \frac{-2(k_{mf}l_f^2 + k_{mr}l_r^2)}{I_z v_x} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{1a} &= \begin{bmatrix} \frac{2k_{mf}}{m} & \frac{2k_{mf}l_f}{I_z} & \frac{1}{(l_f + l_r)(\frac{1}{v_x} + pv_x)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{B}_{2a} &= \begin{bmatrix} \frac{2k_{mf}}{m} & \frac{2k_{mf}l_f}{I_z} & 0 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

1.2 驾驶人模型

本文采用基于单点预瞄的驾驶人模型来进行车辆的路径跟踪,采用传递函数形式,由车辆与期望路径之间的侧向位置偏差来计算的最优方向盘转角为^[17]

$$\delta_{fd}(s) = G_h \frac{(1 + t_L s) e^{-t_{d1}s}}{1 + t_{d2}s} \Delta Y(s) \quad (8)$$

式中: G_h 为转向比例增益; s 为拉氏变换变量; t_L 为驾驶人微分时间常数; t_{d1} 和 t_{d2} 分别为驾驶人的纯延迟和肌肉延迟; $\Delta Y(s)$ 为车辆侧向位置偏差,可表示为

$$\Delta Y(s) = Y_e(s) e^{t_p s} - (Y(s) + v_x t_p \psi(s)) \quad (9)$$

其中: $Y_e(s) e^{t_p s}$ 和 $Y(s)$ 分别为车辆在期望路径预瞄点处和实际的侧向位置; t_p 为驾驶人预瞄时间; $\psi(s)$ 为车辆的横摆角.

2 静态输出反馈控制器的设计

2.1 车辆动力学多胞型模型与问题描述

线性二自由度车辆模型中侧偏刚度为一定值,但车辆在实际行驶中,受路面附着系数、轮胎垂直载荷变化等影响,侧偏刚度具有不确定性.因此,基于

饱和和线性轮胎模型,对侧偏刚度进行修正^[18]:

$$k_f = q_f k_{mf}, \quad k_r = q_r k_{mr} \quad (10)$$

式中: k_f 、 k_r 分别为修正后前、后轮的侧偏刚度; q_f 、 q_r 为修正系数。

设 q_f 、 q_r 分别在区间 $[q_{fmin}, q_{fmax}]$ 、 $[q_{rmin}, q_{rmax}]$ 内变化,则这两个参数可组成 4 个顶点:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= (q_{fmin}, q_{rmin}), & Q_2 &= (q_{fmax}, q_{rmin}) \\ Q_3 &= (q_{fmin}, q_{rmax}), & Q_4 &= (q_{fmax}, q_{rmax}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将式(10)代入式(6),可得线性时变的系统矩阵和输入控制矩阵为^[18]

$$\begin{aligned} [A_a \quad B_{1a} \quad B_{2a}] &= [A_{a0} \quad B_{1a0} \quad B_{2a0}] + \\ & q_f [A_{a1} \quad B_{1a1} \quad B_{2a1}] + q_r [A_{a2} \quad B_{1a2} \quad B_{2a2}] = \\ & \Phi_0 + q_f \Phi_1 + q_r \Phi_2 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0 &= \begin{bmatrix} 0 & -v_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \Phi_1 &= \begin{bmatrix} \frac{-2k_{mf}}{mv_x} & \frac{-2k_{mf}l_f}{mv_x} & 0 & \frac{2k_{mf}}{m} & \frac{2k_{mf}}{m} \\ \frac{-2k_{mf}l_f}{I_z v_x} & \frac{-2k_{mf}l_f^2}{I_z v_x} & 0 & \frac{2k_{mf}l_f}{I_z} & \frac{2k_{mf}l_f}{I_z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Phi_2 &= \begin{bmatrix} \frac{-2k_{mr}}{mv_x} & \frac{2k_{mr}l_r}{mv_x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2k_{mr}l_r}{I_z v_x} & \frac{-2k_{mr}l_r^2}{I_z v_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由式(11)与(12)可得各顶点处的局部状态矩阵为

$$\left. \begin{aligned} [A_{b1} \quad B_{1b1} \quad B_{2b1}] &= \Phi_0 + q_{fmin} \Phi_1 + q_{rmin} \Phi_2 \\ [A_{b2} \quad B_{1b2} \quad B_{2b2}] &= \Phi_0 + q_{fmax} \Phi_1 + q_{rmin} \Phi_2 \\ [A_{b3} \quad B_{1b3} \quad B_{2b3}] &= \Phi_0 + q_{fmin} \Phi_1 + q_{rmax} \Phi_2 \\ [A_{b4} \quad B_{1b4} \quad B_{2b4}] &= \Phi_0 + q_{fmax} \Phi_1 + q_{rmax} \Phi_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

取采样时间 $t_{sam} = 0.001$ s,采用欧拉方法对各顶点处状态空间的系统模型进行离散化可得^[19]

$$x(k+1) = Ax(k) + B_1 w(k) + B_2 u(k) \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \sum_{j=1}^4 \alpha_j A_{cj} \\ B_1 &= \sum_{j=1}^4 \alpha_j B_{1cj}, \quad B_2 = \sum_{j=1}^4 \alpha_j B_{2cj} \\ A_{cj} &= A_{bj} t_{sam} + I; \quad B_{1cj} = B_{1bj} t_{sam} \\ B_{2cj} &= B_{2bj} t_{sam}, \quad j = 1, 2, 3, 4 \\ \alpha_1 &= \rho_1 \rho_2, \quad \alpha_2 = (1 - \rho_1) \rho_2 \\ \alpha_3 &= \rho_1 (1 - \rho_2), \quad \alpha_4 = (1 - \rho_1) (1 - \rho_2) \\ \rho_1 &= \frac{q_{fmax} - q_i}{q_{fmax} - q_{fmin}}, \quad \rho_2 = \frac{q_r - q_{rmin}}{q_{rmax} - q_{rmin}} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中: I 为单位矩阵。

由式(16)可知,车辆动力学系统模型式(15)实质上是一个多胞型模型,系统矩阵和输入控制矩阵可表示为如下形式^[20]:

$$\left. \begin{aligned} [A \quad B_1 \quad B_2] &= \sum_{j=1}^4 \alpha_j [A_{cj} \quad B_{1cj} \quad B_{2cj}] \\ \sum_{j=1}^4 \alpha_j &= 1, \quad \alpha_j \geq 0 \\ [A \quad B_1 \quad B_2] &\in \Omega = \text{Co}\{[A_{c1} \quad B_{1c1} \quad B_{2c1}], \\ & [A_{c2} \quad B_{1c2} \quad B_{2c2}], [A_{c3} \quad B_{1c3} \quad B_{2c3}], \\ & [A_{c4} \quad B_{1c4} \quad B_{2c4}]\} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: $\Omega = \text{Co}\{[A_{cj} \quad B_{1cj} \quad B_{2cj}]\}$ 为凸集集合。

考虑到车辆的侧向速度通常需要使用高性能传感器来测量,因此从实际应用出发,采用基于输出反馈的控制方法,选取 x_2 、 x_3 作为系统测量输出变量,则有:

$$y = C_2 x + D_{21} w \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ D_{21} &= \begin{bmatrix} 1 \\ (l_f + l_r) \left(\frac{1}{v_x} + p v_x \right) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

为保证实际横摆角速度能够跟踪理想横摆角速度,并使质心侧偏角的理想值与实际值偏差尽量小,选取横摆角速度与质心侧偏角跟踪误差为系统的控制输出,即

$$z = C_1 x + D_{11} w \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{v_x} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ D_{11} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ (l_f + l_r) \left(\frac{1}{v_x} + p v_x \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

将式(18)和(20)进行离散化处理,结合式(15),用于设计 AFS 控制器的车辆侧向动力学模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B_1 w(k) + B_2 u(k) \\ z(k) &= C_1 x(k) + D_{11} w(k) \\ y(k) &= C_2 x(k) + D_{21} w(k) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

考虑 SOF 控制器的设计,其控制律可定义为

$$u(k) = Ky(k) \quad (23)$$

式中: $K \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 为控制增益矩阵, $\mathbf{R}^{1 \times 2}$ 为所有 1×2 个实矩阵的集合。由式(18)可知,式(23)就相当于比例-积分(PID)控制。

将 SOF 控制器应用到系统式(22)中,可得以下

闭环系统:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_{cl}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{cl}\omega(k) \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{11}\omega(k) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\mathbf{A}_{cl} = \mathbf{A} + \mathbf{B}_2\mathbf{K}\mathbf{C}_2, \quad \mathbf{B}_{cl} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{K}\mathbf{D}_{21} \quad (25)$$

所设计的控制器应使系统在存在参数不确定性时具有鲁棒稳定性,并且保证系统具有良好的动态与稳态性能. 设 E_{zw} 为系统式(24)中由 w 到 z 的闭环传递函数,则控制目标可以表述为:对于一给定的正标量 γ ,为系统式(22) 找到一个合适的控制器式(23),使得闭环系统式(24)渐近稳定且满足 $\|E_{zw}\|_{\infty} < \gamma$;同时将闭环系统的所有极点配置在圆心在 $(-a, 0)$,半径为 b 的圆盘区域 $N(a, b)$ 内.

2.2 静态输出反馈鲁棒控制器设计

本节设计使系统同时满足极点配置约束与 H_{∞} 性能约束的 SOF 控制器,同时需要考虑系统模型参数的不确定性. SOF 控制器的设计是一个困难的非凸问题,文献[16]和[21]提出了一种 CTM 优化方法.

定义 \mathbf{T}_{bj} 为一坐标转换矩阵,当 \mathbf{B}_{2cj} 为一列满秩阵时,则有:

$$\mathbf{T}_{bj}\mathbf{B}_{2cj} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (26)$$

以下引理给出了 CTM 的一个参数化解[15].

引理 1 当系统控制矩阵 \mathbf{B}_{2cj} 为一列满秩矩阵时,总存在一非奇异矩阵 $\mathbf{T}_{bj} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 使得式(26)成立,且有:

$$\mathbf{T}_{bj} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{2cj}^+ + \mathbf{T}_{clj}\mathbf{B}_{2cj}^{\perp T} \\ \mathbf{T}_{c2j}\mathbf{B}_{2cj}^{\perp T} \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (27)$$

式中: \mathbf{B}_{2cj}^+ 为矩阵 \mathbf{B}_{2cj} 的广义逆矩阵; \mathbf{B}_{2cj}^{\perp} 为矩阵 \mathbf{B}_{2cj} 正交补的标准正交基; $\mathbf{T}_{clj} \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 为任意常数矩阵; $\mathbf{T}_{c2j} \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 为任意非奇异常数矩阵.

CTM 在解决 SOF 控制问题上起了至关重要的作用,本文将在后续中加以说明.

以下两个引理分别描述了线性时不变系统区域极点配置约束和 H_{∞} 性能的约束[15, 22].

引理 2 闭环系统矩阵 \mathbf{A}_{cl} 的所有特征值都落在圆盘 $N(a, b)$ 内,当且仅当存在一个正定矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 与矩阵 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$,使如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -b\mathbf{P} & \mathbf{A}_{cl}^T\mathbf{S}^T + a\mathbf{S}^T \\ * & -b(\mathbf{S} + \mathbf{S}^T - \mathbf{P}) \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

引理 3 闭环系统(24)是稳定的并且满足 $\|E_{zw}\|_{\infty} < \gamma$ 当且仅当存在一个正定矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 与矩阵 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$,使得以下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 & \mathbf{A}_{cl}^T\mathbf{S}^T & \mathbf{C}_1^T \\ * & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{B}_{cl}^T\mathbf{S}^T & \mathbf{D}_{11}^T \\ * & * & \mathbf{P} - \mathbf{S} - \mathbf{S}^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

由式(25)可知, \mathbf{A}_{cl} 和 \mathbf{B}_{cl} 中均含有未知变量矩阵 \mathbf{K} ,因此不等式(28)、(29)均为双线性矩阵不等式(BMI). 直接求解这样非凸的 BMI 是十分困难的,文献[15]应用具有块三角结构的松弛变量 $\bar{\mathbf{S}}$,将上述 BMI 转化成 LMI,这种技术为求解 LMI 条件时决策变量的选择提供了更大的自由度,并可进一步降低保守性.

通过适当运用 CTM 和松弛变量技术,文献[22]提出了同时考虑系统区域极点配置约束和 H_{∞} 性能约束的 LMI 充分条件,但并未考虑系统参数的不确定性,因此不能直接用于 SOF 控制器的设计. 为解决这一问题,本文提出如下定理:

定理 1 给定系统性能指标 γ ,当存在一正定矩

$$\text{阵 } \bar{\mathbf{P}}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}, i = 1, 2, \text{ 矩阵 } \bar{\mathbf{S}}_i = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_{1,1} & \bar{\mathbf{S}}_{i,2} \\ 0 & \bar{\mathbf{S}}_{i,3} \end{bmatrix} \in$$

$$\mathbf{R}^{3 \times 3}, i = 1, 2 \text{ 与 } \bar{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{L}}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3 \times 2} \text{ 满足不等式:}$$

$$\begin{bmatrix} -b\bar{\mathbf{P}}_1 & \bar{\mathbf{A}}_{1j}^T\bar{\mathbf{S}}_1^T + a\bar{\mathbf{S}}_1^T + \bar{\mathbf{C}}_{21j}^T\bar{\mathbf{L}}^T \\ * & -b(\bar{\mathbf{S}}_1 + \bar{\mathbf{S}}_1^T - \bar{\mathbf{P}}_1) \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{\mathbf{P}}_2 & 0 & \bar{\mathbf{A}}_{2j}^T\bar{\mathbf{S}}_2^T + \bar{\mathbf{C}}_{22j}^T\bar{\mathbf{L}}^T & \bar{\mathbf{C}}_{1j}^T \\ * & -\gamma\mathbf{I} & \bar{\mathbf{B}}_{1j}^T\bar{\mathbf{S}}_2^T + \mathbf{D}_{21}^T\bar{\mathbf{L}}^T & \mathbf{D}_{11}^T \\ * & * & \bar{\mathbf{P}}_2 - \bar{\mathbf{S}}_2 - \bar{\mathbf{S}}_2^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

$j = 1, 2, 3, 4$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}_{ij} &= \mathbf{T}_{bij}\mathbf{A}_{cj}\mathbf{T}_{bj}^{-1}, \quad \bar{\mathbf{B}}_{1j} = \mathbf{T}_{b2j}\mathbf{B}_{1cj} \\ \bar{\mathbf{C}}_{1j} &= \mathbf{C}_1\mathbf{T}_{b2j}^{-1}, \quad \bar{\mathbf{C}}_{2ij} = \mathbf{C}_2\mathbf{T}_{bij}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

那么存在一个 SOF 控制器使得系统(22)稳定且闭环系统式(24)满足 $\|E_{zw}\|_{\infty} < \gamma$,并且闭环系统矩阵 \mathbf{A}_{cl} 的所有特征值都位于圆盘 $N(a, b)$ 中. 在式(32)中表示的 \mathbf{T}_{bij} 即为考虑参数不确定性的非奇异坐标转换矩阵, $i = 1, 2, j = 1, 2, 3, 4$. 而系统的静态输出反馈控制增益矩阵可表示为

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{S}}_1^{-1}\bar{\mathbf{L}}_1 \quad (33)$$

证明 由文献[15]的定理 1 可知,式(31)可变换为如式(29)的形式,即

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2 & 0 & \mathbf{A}_{clj}^T \mathbf{S}_2^T & \mathbf{C}_1^T \\ * & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{B}_{clj}^T \mathbf{S}_2^T & \mathbf{D}_{f1}^T \\ * & * & \mathbf{P}_2 - \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_2^T & 0 \\ * & * & * & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$
$$j = 1, 2, 3, 4$$

成立,其中:

$$\mathbf{A}_{clj} = \mathbf{A}_{cj} + \mathbf{B}_{2cj} \mathbf{K} \mathbf{C}_{22}, \quad \mathbf{B}_{clj} = \mathbf{B}_{1cj} + \mathbf{B}_{2cj} \mathbf{K} \mathbf{D}_{21} \quad (35)$$

因此,系统在每个顶点处稳定.由式(16)的定义可得:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{cl} &= \sum_{j=1}^4 \alpha_j \mathbf{A}_{clj}, \quad \mathbf{B}_{cl} = \sum_{j=1}^4 \alpha_j \mathbf{B}_{clj} \\ \sum_{j=1}^4 \alpha_j &= 1, \quad \alpha_j \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

则由文献[20]的定理 3.3 可知式(34)与式(29)是等价的,即闭环系统式(21)稳定且满足 $\|E_{zw}\|_\infty < \gamma$. 类似地,可以证明系统满足区域极点配置要求,篇幅所限在此不再赘述.

由式(32)可知,LMI 式(30)、(31)的解受坐标转换矩阵 \mathbf{T}_{bj} 的选择影响.更具体地说,式(27)所示的矩阵中常数矩阵 \mathbf{T}_{clj} 的选择将影响 LMI 式(30)、(31)的可行性,而非奇异矩阵 \mathbf{T}_{c2j} 的选择则不会^[21].

本文所述的 SOF 控制器的设计是一个多目标优化问题,其局部最优解可以通过求解以下问题来逼近.

问题 1 寻找合适的坐标转换矩阵, \mathbf{T}_{bj} (更具体地说, \mathbf{T}_{clj}), $i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4$, 使以下凸优化问题的解 γ 最小.

$$\begin{aligned} \min \quad & \gamma \\ \text{s. t.} \quad & \text{LMI (30) 与 (31)} \end{aligned} \quad (37)$$

因此,如何找到一个合适的矩阵 \mathbf{T}_{clj} 是 SOF 控制器设计过程中的关键.基于上述讨论,本文应用文献[23]中提出的 NM-HS(Nelder-Mead and Harmony Search)混合算法与文献[22]中提出的 CTM 迭代优化算法来求解问题 1. 首先,应用 NM-HS 混合算法来设计具有极点配置约束的 SOF 控制器增益矩阵 \mathbf{K}_1 ,由初始的 \mathbf{K}_1 经过计算得到初始的 CTM, \mathbf{T}_{bj} ; 然后扩展并推广运用文献[22]中的算法 3,考虑系统不确定性参数的加入,通过对 8 个常数矩阵 \mathbf{T}_{cl} 进行迭代更新得到最优的 \mathbf{T}_{bj} 并同时求解问题 1 得到 γ_{\min} 以求得局部最优解,再根据式(33)求得对应的 SOF 控制器.

3 仿真结果及分析

本文应用 MATLAB/Simulink 和 CarSim 联合仿真环境对上节所设计的 SOF 控制器进行仿真验

证,仿真工况选择双移线工况和蛇形线工况,联合仿真框图如图 2 所示.在 AFS 系统中,本文设计的 SOF 控制器用来计算图 2 中的辅助转向角 δ_{fc} .

假设期望路径已预先通过路径规划得到.仿真中使用的整车模型选择为 CarSim 中的 E-Class/Sedan,参数如表 1 所示,轮胎与路面的附着系数设为 0.85.为了更好地表现控制器的控制效果,将驾驶人模型选择为非熟练驾驶人,驾驶人特征参数设置为 $G_h=0.7$, $t_{d1}=0.06\text{ s}$, $t_{d2}=0.2\text{ s}$, $t_L=0.09\text{ s}$.由于驾驶人预瞄时间与驾驶人自身、车辆行驶速度和行驶工况等因素有关,所以在进行双移线工况与蛇形线工况仿真中,将预瞄时间分别设置为 0.58 s 和 0.53 s.

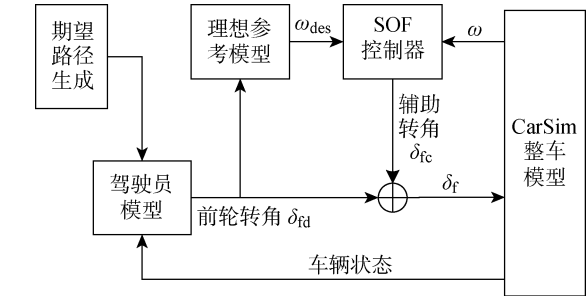


图 2 联合仿真控制框图
Fig. 2 Block diagram of co-simulation control

表 1 仿真车辆模型参数
Tab. 1 Simulation vehicle model parameters

参数	取值
m/kg	1 650
l_f/m	1.4
l_r/m	1.65
$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	3 234
$k_{mf}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	132 500
$k_{mr}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	118 000
$q_{f\max}$	1.0
$q_{f\min}$	0.8
$q_{r\max}$	1.0
$q_{r\min}$	0.8

3.1 双移线工况仿真

在进行双移线工况仿真时,车速设置为 24 m/s,应用 NM-HS 混合算法以及迭代算法对问题 1 进行求解,极点配置区域选择为 $N(0, 0.99)$,可求得初始的 H_∞ 范数 $\gamma_{\text{ini}}=22.510\ 2$,对应的初始 SOF 控制器增益矩阵 $\mathbf{K}_{\text{ini}}=[0.199\ 7\ 5.255\ 7]$,经过 CTM 迭代优化后的 H_∞ 范数的最小值 $\gamma_{\min}=18.368\ 6$,此时

SOF 控制器增益矩阵 $\mathbf{K}_{\text{opt}} = [4.698 \ 3 \ 72.427 \ 4]$, 仿真结果如图 3 所示. 其中: ω_{err} 为横摆角速度跟踪误差;

差; a_y 为侧向加速度; δ 为车辆转角; X 和 Y 分别为纵向与侧向位移; t 为仿真时间.

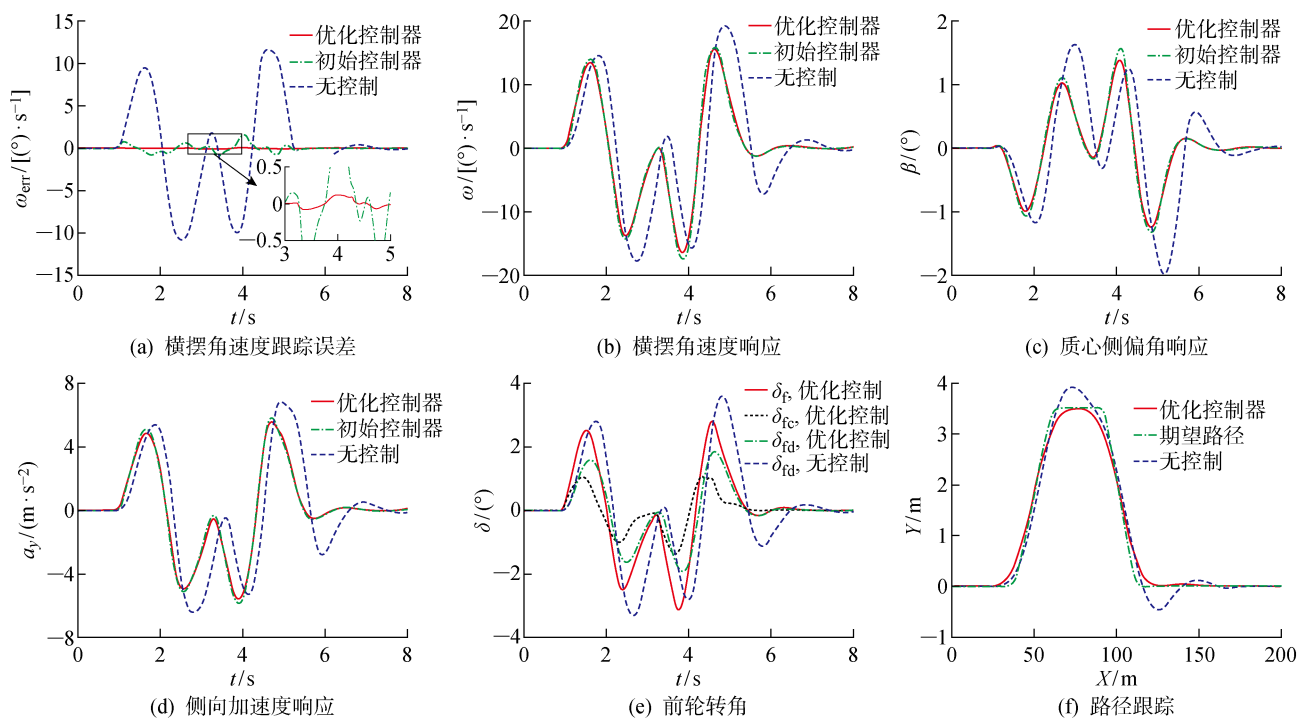


图3 双移线工况仿真对比结果

Fig. 3 Simulation comparison results under double line shifting conditions

由图 3(a)可以看出,经过优化后的 SOF 控制器可以大幅度地降低车辆横摆角速度的跟踪误差,提高车辆的跟踪性能.通过图 3(b)~3(d)可知,与初始控制器相比,优化后的 SOF 控制器控制效果更好;在优化控制器的作用下,车辆的横摆角速度、质心侧偏角以及侧向加速度均明显减小且快速达到稳态,说明车辆的舒适性与安全性得到提高.同时可以看出,施加控制后车辆的前轮转角、横摆角速度与质心侧偏角响应速度加快,提高了车辆横摆角速度的跟踪性能.由图 3(e)和 3(f)可知,优化后的控制器加入使前轮产生了一个额外的辅助转角以确保跟踪性能.当不施加控制时,仅依靠所建立的非熟练驾驶人模型虽然也能完成双移线工况试验,但是出现了较大的侧向偏移量,路径跟踪效果不理想.施加控制后,驾驶人可顺利地完路径跟踪操作,且跟踪误差较小.上述结果表明,所设计的 AFS 鲁棒控制器可以显著提高车辆的操纵稳定性并改善乘坐舒适性.

3.2 蛇形线工况仿真

在进行蛇形线工况仿真时,车速设置为 20 m/s,此时通过求解问题 1 可求得初始的 H_{∞} 范数 $\gamma_{\text{ini}} = 15.145 \ 8$,对应的初始 SOF 控制器增益矩阵 $\mathbf{K}_{\text{ini}} = [0.306 \ 1 \ 9.981 \ 3]$,经过 CTM 迭代优化后可得

H_{∞} 范数的最小值 $\gamma_{\text{min}} = 12.650 \ 8$,SOF 控制器增益矩阵 $\mathbf{K}_{\text{opt}} = [5.458 \ 8 \ 93.699 \ 3]$,仿真结果如图 4 所示.

由图 4(a)可以看出,与初始控制器相比,优化后的控制器可进一步降低车辆的横摆角速度跟踪误差.由于在初始控制器作用下车辆的横摆角速度跟踪误差已达到一较小值,所以图 4(b)~4(d)中所示的两种控制器的控制效果差别不大.同时由图 4(a)和 4(e)可知,蛇形线工况下车辆的横摆角速度跟踪误差在由优化后的 SOF 控制器产生的辅助转角干预下大幅度降低,大大提高了横摆角速度的跟踪性能.图 4(d)~4(f)表明了施加控制后车辆的横摆角速度、质心侧偏角以及侧向加速度均有不同程度的减小,说明了车辆的舒适性与稳定性都得到提高.同时由图 4 可以看出,在优化控制器的作用下车辆的前轮转角、横摆角速度和质心侧偏角的响应速度加快,从而保证了横摆角速度的跟踪性能.由图 4(f)可以看出,施加优化控制后车辆路径跟踪误差明显减小,AFS 系统可很好地辅助驾驶人完成路径跟踪操作.综上所述,所设计的 AFS 鲁棒控制器可以很好地跟踪期望的横摆角速度,提高车辆极限工况下的操纵稳定性.

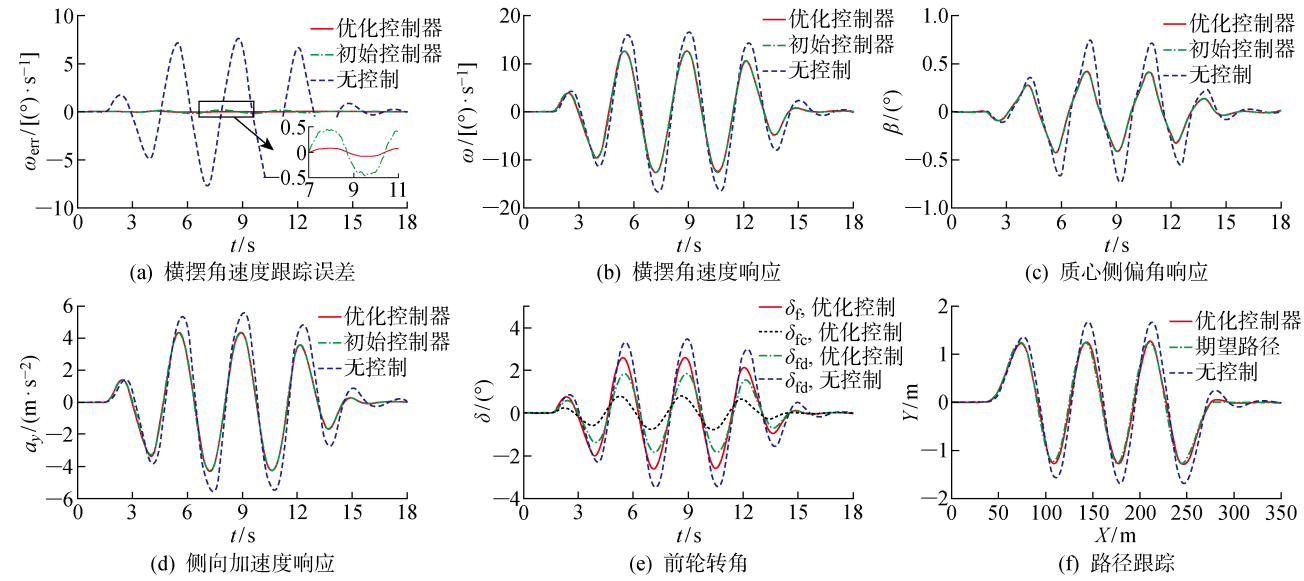


图 4 蛇形线工况仿真对比结果

Fig. 4 Simulation comparison results under serpentine line working conditions

4 结语

本文设计了一种基于 SOF 的 AFS 鲁棒控制器,以提高车辆对期望横摆角速度的跟踪性能。为了处理系统侧偏刚度的不确定性,建立了车辆侧向动力学多胞型模型。通过对 CTM 与松弛变量的应用,提出了考虑系统不确定性的使系统满足极点配置与 H_{∞} 性能约束的充分条件,并首次将 CTM 优化方法推广应用到具有不确定性的系统的鲁棒 H_{∞} SOF 控制器的设计问题,以提高系统的动态与稳态性能并保证良好的鲁棒性。MATLAB/Simulink 和 Car-Sim 的联合仿真结果表明在双移线和蛇形线等极限工况下 SOF 控制器能使车辆很好地跟踪理想横摆角速度,显著提高车辆的操纵稳定性并改善乘坐舒适性。在极限工况下车辆轮胎进入非线性区,仿真结果也说明了 SOF 控制器能使系统保持良好的鲁棒性。

参考文献:

[1] WU J, ZHAO Y Q, JI X W, *et al.* Generalized internal model robust control for active front steering intervention[J]. **Chinese Journal of Mechanical Engineering**, 2015, 28(2): 285-293.

[2] YOON Y, SHIN J, KIM H J, *et al.* Model-predictive active steering and obstacle avoidance for autonomous ground vehicles[J]. **Control Engineering Practice**, 2009, 17(7): 741-750.

[3] 罗建南, 朱光钰, 杨浩瀚, 等. 线控转向系统的前轮转角跟踪策略研究[J]. **机械工程学报**, 2019, 55

(22): 165-173.

LUO Jiannan, ZHU Guangyu, YANG Haohan, *et al.* Study on front wheel angle tracking strategy of steering-by-wire system[J]. **Journal of Mechanical Engineering**, 2019, 55(22): 165-173.

[4] 李绍松, 郭孔辉, 仇韬, 等. 极限工况下主动前轮转向汽车稳定性控制[J]. **汽车工程**, 2020, 42(2): 191-198.

LI Shaosong, GUO Konghui, QIU Tao, *et al.* Stability control of vehicle with active front steering under extreme conditions[J]. **Automotive Engineering**, 2020, 42(2): 191-198.

[5] SHE J H, XIN X, OHYAMA Y. Estimation of equivalent input disturbance improves vehicular steering control[J]. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, 2007, 56(6): 3722-3731.

[6] ZHOU C, LIU X H, XU F X. Intervention criterion and control strategy of active front steering system for emergency rescue vehicle[J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2021, 148: 107160.

[7] 王军年, 郭德东, 颜庭旭, 等. 电动汽车差动助力转向与主动前轮转向协调控制[J]. **吉林大学学报(工学版)**, 2020, 50(3): 776-783.

WANG Junnian, GUO Dedong, YAN Tingxu, *et al.* Coordination control of differential drive assisted steering and active front steering of electric vehicle[J]. **Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)**, 2020, 50(3): 776-783.

[8] WANG C Y, ZHAO W Z, XU Z J, *et al.* Path planning and stability control of collision avoidance system based on active front steering[J]. **Science China**

- Technological Sciences**, 2017, 60(8): 1231-1243.
- [9] WU J, LIU Y H, WANG F B, *et al.* Vehicle active steering control research based on two-DOF robust internal model control[J]. **Chinese Journal of Mechanical Engineering**, 2016, 29(4): 739-746.
- [10] NAM K, OH S, FUJIMOTO H, *et al.* Robust yaw stability control for electric vehicles based on active front steering control through a steer-by-wire system[J]. **International Journal of Automotive Technology**, 2012, 13(7): 1169-1176.
- [11] XU G F, DIAO P S, HE X K, *et al.* Research on vehicle active steering control based on linear matrix inequality and hardware in the loop test scheme design and implement for active steering[J]. **Advances in Mechanical Engineering**, 2019, 11(11): 1-12.
- [12] LIANG J H, YIN G D, LI G M. Robust H_∞ output-feedback vehicle yaw control using an active front wheel steering[C]// **2018 37th Chinese Control Conference**. Wuhan, China: IEEE, 2018: 7760-7764.
- [13] JI X W, WU J, ZHAO Y Q, *et al.* A new robust control method for active front steering considering the intention of the driver[J]. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, 2015, 229(4): 518-531.
- [14] 王金湘, 代蒙蒙, 陈南. 考虑参数不确定性的汽车前轮主动转向输出反馈鲁棒控制[J]. **东南大学学报(自然科学版)**, 2016, 46(3): 476-482.
WANG Jinxiang, DAI Mengmeng, CHEN Nan. Robust output feedback control for vehicle active front wheel steering system considering parameter uncertainties[J]. **Journal of Southeast University (Natural Science Edition)**, 2016, 46(3): 476-482.
- [15] FENG Z Y, XU L, MATSUSHITA S Y, *et al.* Further results on sufficient LMI conditions for H_∞ static output feedback control of discrete-time systems[J]. **SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration**, 2012, 5(3): 147-152.
- [16] FENG Z Y, SHE J H, HE Y. Selection of coordinate transformation matrix for discrete-time H_2/H_∞ static-output-feedback control: A two-step optimization method[J]. **Optimal Control Applications and Methods**, 2018, 39(6): 1859-1870.
- [17] PLÖCHL M, EDELMANN J. Driver models in automobile dynamics application[J]. **Vehicle System Dynamics**, 2007, 45(7/8): 699-741.
- [18] ZHANG D Z, LI K Q, WANG J Q. A curving ACC system with coordination control of longitudinal car-following and lateral stability[J]. **Vehicle System Dynamics**, 2012, 50(7): 1085-1102.
- [19] MAMMAR S, ARIQUI H. Static output feedback control for lane change maneuver[C]// **2018 IEEE 15th International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)**. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2018: 1-6.
- [20] APKARIAN P, GAHINET P, BECKER G. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: A design example[J]. **Automatica**, 1995, 31(9): 1251-1261.
- [21] FENG Z Y, XU L, SHE J H, *et al.* Optimization of coordinate transformation matrix for H_∞ static-output-feedback control of linear discrete-time systems[J]. **Asian Journal of Control**, 2015, 17(2): 604-614.
- [22] GUO H R, FENG Z Y, SHE J H. Discrete-time multivariable PID controller design with application to an overhead crane[J]. **International Journal of Systems Science**, 2020, 51(14): 2733-2745.
- [23] FENG Z Y, GUO H R, LIU Z T, *et al.* Hybridization of harmony search with Nelder-Mead algorithm for combined heat and power economic dispatch problem[C]// **2017 36th Chinese Control Conference (CCC)**. Dalian: IEEE, 2017: 1166-1171.

(本文编辑:石易文)