

文章编号:1006-2467(2021)08-0984-06

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2020.085

# C11 集装箱船参数横摇运动极值响应分析

周小宇, 李红霞, 黄一

(大连理工大学 船舶工程学院, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 基于窄带随机过程理论和 Hermite 变换法, 本文提出了一种预测船舶参数横摇极值响应的新方法。以 C11 集装箱船为例, 预测了其随机参数横摇极值响应的均值。将该结果与基于 Monte Carlo 法的数值结果对比, 误差小于 1%, 证明了本文方法的正确性。同时, 本文方法使用 20 条时间历程样本的预测精度与 Monte Carlo 法使用  $10^4$  条时间历程样本的预测精度相同, 由此可以证明本文方法的高效性。本文还利用传统 Gumbel 模型对 C11 船参数横摇极值响应进行了预测。通过比较可以发现传统 Gumbel 模型的极值预测误差很大, 证明传统 Gumbel 模型不适用于参数横摇这类非线性较强的运动极值预测。但是, 即使利用新方法预测极值, 也和模型试验结果之间存在一定的偏差。通过分析认为, 这种预测误差是由于忽略了极大值之间的相关性导致的。

**关键词:** 参数横摇; 极值预测; 窄带随机过程; Hermite 模型; Gumbel 模型

**中图分类号:** U 661.2      **文献标志码:** A

## Extreme Response Analysis of Parametric Roll of C11 Container Ship

ZHOU Xiaoyu, LI Hongxia, HUANG Yi

(School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Dalian University of Technology,  
Dalian 116024, Liaoning, China)

**Abstract:** Based on the narrow-band stochastic processes theory and Hermite transform, this paper proposed a method to study the extreme dynamic response of the parametric roll of ships. Taking the C11 container ship as an example, the average extremum of the stochastic parametric roll of the ship was estimated. A comparison of the results of Monte Carlo simulation indicates that the estimation error is lower than 1%, which proves that the proposed method is valid. Meanwhile, the prediction accuracy of the proposed method in this paper by using 20 time history samples is the same as that of the Monte Carlo method by using  $10^4$  time history samples, which proves the efficiency of the proposed method. Then, the conventional Gumbel model was used to estimate the extremum of the C11 parametric roll. A comparison of the results shows that the estimation error of the conventional Gumbel model is quite large, proving that the conventional Gumbel model is not appropriate to estimate the extreme responses of strong non-linear motions, such as the parametric roll of ships. However, even if the proposed method is used to predict extreme values, there is a certain deviation from the model test results. The analysis indicates that this

收稿日期:2020-04-24

基金项目:国家自然科学基金(51779042),国家重点研发计划(2017YFE0111400, 2018YFC0310502),中央高校基本科研业务费(DUT2019TD35)

作者简介:周小宇(1991-),男,辽宁省大连市人,博士生,从事船舶随机横摇运动和海洋结构物随机振动研究。

通信作者:李红霞,女,副教授;E-mail:li\_hx@dlut.edu.cn.

prediction error is caused by ignoring the correlation between the maximum values.

**Key words:** parametric roll; extreme value estimation; narrow-band random process; Hermite model; Gumbel model

一直以来,船舶横摇是船舶稳性研究的关键问题。近些年发生的一些航运事故(如1993年,C11集装箱船在北大西洋航行发生大幅度横摇运动)表明:船舶在满足静稳定性要求的情况下仍然可能发生大幅度横摇。经大量学者研究发现,参数横摇是导致这种大幅横摇的重要原因之一<sup>[1-5]</sup>。

目前针对船舶参数横摇的研究主要是对参数横摇响应进行模拟和预测。然而,工程上更加关心横摇的极值响应。一方面,横摇极值响应对于计算船舶的倾覆概率至关重要;另一方面,横摇极值响应可以作为输入来评估船体结构的安全性和可靠性。而目前针对船舶参数横摇的极值响应问题的研究较少。

本文提出了一种基于窄带随机过程理论和Hermite变换法的极值分析方法,并且利用该方法对C11集装箱船的参数横摇极值响应进行了研究。首先将船舶参数横摇假设为窄带随机过程,再通过Hilbert变换得到其分量表达形式<sup>[6]</sup>。根据窄带随机过程理论,窄带随机过程的分量过程和原过程的极大值具有紧密的关系,比原过程更加能够反映极值的概率特性。因此,接下来可以利用Hermite变换得到分量过程和某个慢变高斯随机过程之间的非线性关系。本文假设随机参数横摇过程也可近似利用这个非线性关系映射到一个底层高斯随机过程。因此,当根据高斯随机过程的极值理论计算出底层过程的极值之后,便可利用上述的非线性关系计算船舶随机参数横摇的极值响应。本文利用窄带分量过程是因为其与极值联系更为紧密,建立的非线性关系更适合极值的预测。但是在计算极值时,由于横摇过程并不严格满足窄带的条件,所以需考虑带宽的影响。

## 1 C11船参数横摇运动模型

根据Dostal等<sup>[7-8]</sup>的研究,船舶随机横摇运动可以采用单自由度方程来描述:

$$(I_{xx} + \delta I_{xx})\ddot{\phi} + c_1\dot{\phi} + c_3\dot{\phi}^3 + g\Delta l_{GZ}(\phi, \eta, \varphi) = M(t) \quad (1)$$

式中: $I_{xx}$ 为船舶横摇转动惯量; $\delta I_{xx}$ 为附加横摇转动惯量; $\phi$ 为横摇角; $c_1$ 、 $c_3$ 分别为一次和三次阻尼系数; $g$ 为重力加速度; $\eta$ 为波高; $\varphi$ 为波峰与船中相对

位置; $\Delta$ 为排水量; $l_{GZ}$ 为复原力臂; $M(t)$ ( $t$ 为时间)为横摇的强迫激励力矩。由于本文主要研究的是C11船在纵浪情况下的参数横摇,所以 $M(t) \equiv 0$ 。根据文献[7], $l_{GZ}$ 和 $\phi$ 、 $\eta$ 及 $\varphi$ 有关。文献[8]表明, $l_{GZ}$ 可以近似表示为多项式与傅里叶级数混合的形式,因此船舶随机横摇运动方程可以简化为

$$\ddot{\phi} + c_1\dot{\phi} + c_3\dot{\phi}^3 + k_1\phi + k_3\phi^3 + k_5\phi^5 + q_1\phi\xi(t) = 0 \quad (2)$$

式中: $k_1$ 、 $k_3$ 、 $k_5$ 及 $q_1$ 为模型系数,需根据 $l_{GZ}$ 的拟合而定; $\xi(t)$ 为随机波面函数。在拟合 $l_{GZ}$ 时,假设船舶垂荡和纵摇运动为准平衡态,作用在船体湿表面上的水压力可表示为

$$p = \rho g \eta \frac{\cosh[k(z+d)]}{\cos kd} \cos(k_e x - \omega_e t) - \rho g z \quad (3)$$

式中: $k$ 为波浪波数; $d$ 为水深; $x$ 、 $z$ 为波浪横向和纵向坐标; $k_e$ 、 $\omega_e$ 为遭遇波数和遭遇频率。

可以根据式(3)对压力在瞬时湿表面积分求出C11集装箱船在不同 $\phi$ 、 $\eta$ 和 $\varphi$ 情况下的 $l_{GZ}$ ,接着根据式(2)的关系拟合其中的系数。需要注意的是,为了获得更准确的系数,达到较好的拟合精度,应当适当增加高次拟合项。增加的项对应的都是高频激励项,在动力分析中可以忽略。图1和2给出了不同 $\phi$ 、 $\eta$ 及 $\varphi$ 情况下横稳定性臂的计算结果以及拟合结

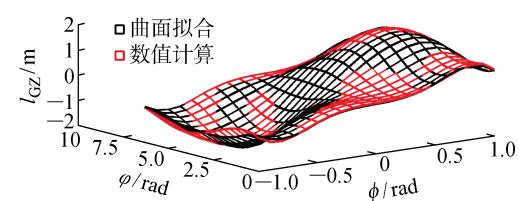


图1 固定 $\eta$ 下 $l_{GZ}$ 的计算和拟合结果

Fig. 1 Calculation and fitting results of  $l_{GZ}$  at fixed  $\eta$

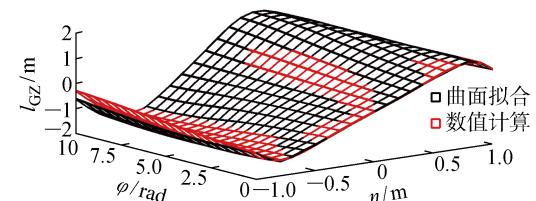


图2 固定 $\phi$ 下 $l_{GZ}$ 的计算和拟合结果

Fig. 2 Calculation and fitting results of  $l_{GZ}$  at fixed  $\phi$

果. 式(2)系数的拟合计算结果  $k_1 = 0.0609 \text{ s}^{-2}$ ,  $k_3 = 0.0438 \text{ s}^{-2}$ ,  $k_5 = -0.0704 \text{ s}^{-2}$ ,  $c_1 = 0.0084 \text{ s}^{-1}$ ,  $c_3 = 5.299 \text{ s}$ ,  $q_1 = 0.0213 \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## 2 船舶参数横摇极值响应分析方法

由上文可知,C11 集装箱船的随机参数横摇运动可由式(2)来刻画. 假设海浪满足 PM 谱:

$$S_{\xi\xi}(\omega) = \frac{5.058 g^2 H_s^2}{T_p^4 \omega_p^5} \exp\left(-1.25 \frac{\omega_p^4}{\omega^4}\right) \quad (4)$$

式中:  $\xi$  为随机波面函数;  $\omega$  为圆频率;  $H_s$  为义波高;  $T_p$  和  $\omega_p$  分别为谱峰周期和谱峰频率. 为了对比已有的试验结果, 本文将有义波高 10.43 m, 谱峰周期 9.99 s 设定为所研究的海况, 并且假设船舶迎浪, 船速为 0, 在此海况下停留 100 min. 利用 Monte Carlo 模拟方法, 可以得到 C11 集装箱船的随机参数横摇的时间历程样本. 所采用的 Monte Carlo 模拟方法的基本步骤如下: ① 首先利用伪随机波法生成一系列功率谱满足所研究海况的波浪时间历程; ② 将这些波浪时程代入式(2)替换其中的  $\zeta(t)$ ; ③ 利用 4 阶 Runge-Kutta 法计算出在不同波浪时程下的响应时程, 这些响应时程便是 Monte Carlo 模拟结果. 忽略初始很短时间的不稳定状态后, C11 船随机参数横摇是一个稳态的随机过程, 可以按照定义计算出它的自相关函数. 利用谱分析理论, 可以计算出 C11 船随机参数横摇运动的功率谱密度. 图 3 所示为 C11 船在所研究海况下横摇的时间历程曲线, 图 4 所示为其功率谱密度(PSD), 图中  $f'$  为频率. 谱宽系数  $\epsilon$  可以按下式计算:

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (5)$$

式中:  $m_0$ 、 $m_2$  及  $m_4$  分别为 0 阶、2 阶及 4 阶谱矩. 计算得到其谱宽系数为 0.61, 说明横摇过程是个介于窄带和宽带之间的随机过程. 根据上述 Monte Carlo 模拟方法, 生成  $10^4$  条时间历程样本, 得到 C11 船横摇极值响应的均值为  $35.7^\circ$ . 文献[9]提供

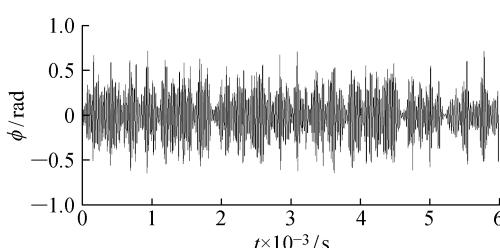


图 3 研究海况下 C11 船横摇运动时间历程

Fig. 3 Time history of C11 roll in investigated sea state conditions

了 C11 船在本文选用的海况和航行状态下 10 组随机参数横摇模型试验的横摇角极值(见表 1). 该试验于 2010 年在日本大阪大学拖曳水池中完成, 模型缩尺比为 1 : 100, 每组试验时长约为 10 min. 这 10 个极值的均值为  $36.7^\circ$ , 与本文 Monte Carlo 结果相差 2.72%, 验证了本文计算模型的准确性.

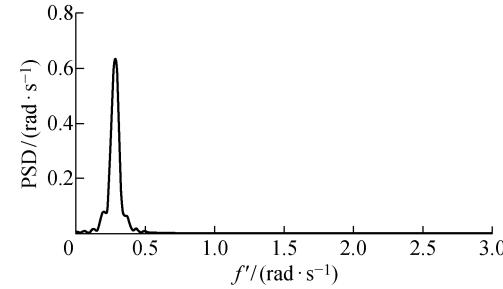


图 4 研究海况下 C11 船横摇运动功率谱密度

Fig. 4 PSD of C11 roll in investigated sea state conditions

表 1 研究海况下 C11 船横摇模型试验结果

Tab. 1 Model test results of C11 roll in investigated sea state conditions

试验编号	横摇角极值/(°)	试验编号	横摇角极值/(°)
1	44.9	6	36.1
2	38.6	7	35.6
3	38.3	8	34.7
4	37.5	9	33.9
5	36.1	10	31.8

观察 C11 船随机参数横摇运动的功率谱密度可以发现, 该运动非常接近窄带随机过程. 因此, 利用窄带随机过程的相关理论对其进行研究. 根据窄带随机过程的理论, C11 船随机横摇过程可以写成如下的分量形式:

$$\phi(t) = \phi_c(t) \cos \omega_0 t - \phi_s(t) \sin \omega_0 t \quad (6)$$

式中:  $\phi_c(t)$  为同相分量;  $\phi_s(t)$  为正交分量;  $\omega_0$  为中频. 根据窄带随机过程理论,  $\phi_c(t)$  和  $\phi(t)$  的 1 阶矩和 2 阶矩是相同的. 本文假设如果一个映射  $f$  能将  $\phi_c(t)$  映射为一个慢变标准高斯随机过程  $U_c$ , 那么这个映射  $f$  也能将  $\phi(t)$  映射为一个标准高斯随机过程  $U(t)$ .

在 C11 船随机横摇过程  $\phi(t)$  已知的情况下, 两个分量可以通过下式计算得到:

$$\begin{cases} \phi_c(t) = \phi(t) \cos \omega_0 t + \hat{\phi}(t) \sin \omega_0 t \\ \phi_s(t) = \hat{\phi}(t) \cos \omega_0 t - \phi(t) \sin \omega_0 t \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\hat{\phi}(t)$  为原随机横摇过程的 Hilbert 变换。Hilbert 变换是求解信号复表示和包络过程的有效数学工具, 这里主要利用了有限带宽信号的 Hilbert 变换的性质。 $\hat{\phi}(t)$  可以表示为

$$\hat{\phi}(t) = H[\phi(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (8)$$

式中: $H$  表示 Hilbert 变换; $\tau$  为积分变量。在实际计算中, 只计算出了 C11 船横摇响应  $\phi(t)$  的同组分量  $\phi_c(t)$ 。图 5 所示为同组分量  $\phi_c(t)$  的时间历程曲线。由图 5 可知,  $\phi_c(t)$  与  $\phi(t)$  相比, 变化非常缓慢。事实上, 由  $\phi_c(t)$  和  $\phi_s(t)$  组成的随机过程  $A(t) = \sqrt{\phi_c^2(t) + \phi_s^2(t)}$  是原过程的包络线过程, 能更好地体现原过程极大值的概率特性。极值可以看作是诸多极大值中的最大值, 和极大值之间的联系非常紧密, 所以本文认为同组分量  $\phi_c(t)$  更加能够刻画 C11 船随机横摇响应极值的概率特征。

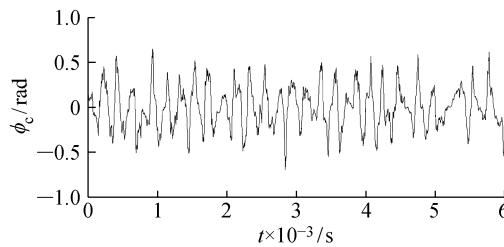


图 5 C11 船横摇运动同相分量

Fig. 5 In-phase component of C11 roll

许多学者已证明参数横摇响应是非高斯的, 因此本文在研究 C11 船横摇极值响应时利用了 Hermite 变换法。Hermite 变换法是由 Winterstein 首先提出的一种将非高斯随机变量转化为高斯随机变量的多项式形式的变换方法<sup>[10]</sup>。该变换方法最终可以将一个非高斯随机变量转化为标准高斯随机变量的 Hermite 多项式级数的形式。随后, 一些学者在 Winterstein 研究基础上对 Hermite 变换法进行了更深入研究<sup>[11]</sup>。但是目前, 最为成熟的 Hermite 变换法仍是 3 阶 Hermite 变换方法<sup>[12]</sup>。按照上文所述, 同相分量  $\phi_c$ (或正交分量  $\phi_s$ ) 是将要进行 Hermite 变换的非高斯随机过程。通过试算可知,  $\phi_c$ (或  $\phi_s$ ) 的峰度小于 3, 因此采用硬化过程的 3 阶 Hermite 变换法。将  $\phi_c$  进行归一化处理得到  $Z = (\phi_c - \mu_{\phi_c})/\sigma_{\phi_c}$ ( $\mu_{\phi_c}$  为  $\phi_c$  的均值,  $\sigma_{\phi_c}$  为  $\phi_c$  的标准差)。这样, 硬化过程 3 阶 Hermite 变换表达式可表示为<sup>[13]</sup>

$$U_c = Z - c_3(Z^2 - 1) - c_4(Z^3 - 3Z) \quad (9)$$

式中:  $U_c$  为慢变的标准高斯随机过程;  $c_3$ 、 $c_4$  为模型系数。文献[13] 提到, 这 2 个系数与  $Z$  的 3 阶中心矩  $\alpha_{3Z}$  和 4 阶中心矩  $\alpha_{4Z}$  近似满足下述关系:

$$\left. \begin{aligned} c_3 &= \frac{\alpha_{3Z}}{6} \\ c_4 &= \frac{\alpha_{4Z} - 3}{24} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$c_3$  和  $c_4$  确定之后, 可以反向求解出  $Z$  和  $U_c$  之间的关系, 设为  $Z = g(U_c)$ , 那么  $\phi_c$  和  $U_c$  便满足如下关系:

$$\phi_c = \mu_{\phi_c} + \sigma_{\phi_c} g(U_c) = f(U_c) \quad (11)$$

同样假设原过程  $\phi$  和某个标准高斯随机过程  $U(t)$  也满足这种关系, 即  $\phi = f(U(t))$ 。这里的标准高斯随机过程  $U(t)$  不再是慢变的, 而是和原过程一样能量处于中心频率附近。

本文提出的分析船舶参数横摇极值响应的方法就是基于上述动力学模型, 窄带随机过程理论以及 Hermite 变换法。其基本的计算流程如下。

(1) 按照式(3)计算船舶在不同  $\phi$ , 不同  $\eta$  和不同  $\varphi$  时的  $l_{GZ}$ 。

(2) 拟合计算得到的  $l_{GZ}$ , 得到式(2)中的系数, 即得到了描述船舶随机横摇运动的简化单自由度动力学模型。

(3) 根据式(2), 利用 Monte Carlo 方法计算船舶随机横摇的几条时间历程样本。

(4) 根据窄带随机过程理论, 计算出横摇响应过程的  $\phi_c$ (或  $\phi_s$ ) 的样本数据。

(5) 根据式(9)和(11), 利用硬化过程 3 阶 Hermite 变换法得到  $\phi_c$  和  $U_c$  之间的非线性关系为:  $\phi_c = f(U_c)$ 。

(6) 按照上文的假设, 原过程  $\phi(t)$  和某个标准高斯随机过程  $U(t)$  也近似满足  $\phi = f(U(t))$ 。假设  $U_c$  表示  $U(t)$  的极值, 那么对于 C11 船参数横摇极值响应的均值, 可近似利用 Hermite 变换得到, 如下式:

$$E(\phi_c) = f[E(U_c)] \quad (12)$$

式中:  $E$  为期望。由于横摇过程不是严格的窄带过程, 所以与之对应的标准高斯随机过程  $U(t)$  也不是严格窄带的。在计算  $U(t)$  的极值时, 需要用到零均值平稳高斯随机过程极大值的精确概率密度  $P_p(x)$ <sup>[14]</sup>:

$$P_p(x) = \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\epsilon^2\sigma^2}\right) + \frac{\sqrt{1-\epsilon^2}}{2\sigma^2} x \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\epsilon} \sqrt{\frac{1-\epsilon^2}{\sigma^2}}\right) \right] \quad (13)$$

式中:  $x$  为概率密度函数的自变量;  $\sigma$  为高斯随机过程的标准差。本文假设非线性变换对功率谱的改变不大, 因此变换后得到的标准高斯随机过程  $U(t)$  的  $\epsilon$  也为 0.61。图 6 给出了式(13) 在  $\sigma = 1$ 、 $\epsilon = 0.61$  时

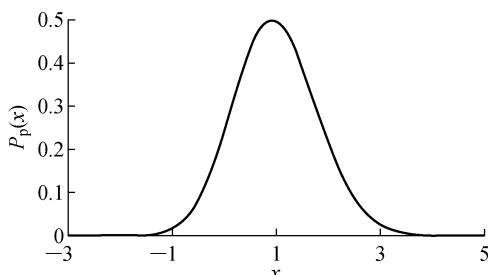
图 6 标准高斯随机过程  $U(t)$  极大值的精确概率密度

Fig. 6 Exact probability density of maximum value of  $U(t)$

极大值的精确概率密度. 从图中可以看出, 由于带宽的影响, 极大值分布已经不再是瑞利分布.

在假设极大值之间相互独立的条件下, 极值分布  $F_m(x)$  可以按照下式计算:

$$F_m(x) = F_p^n(x) = \left( \int_{-\infty}^x P_p(z) dz \right)^n \quad (14)$$

式中:  $F_p(x)$  为极大值分布;  $n$  为所研究时间内极大值的个数.

### 3 C11 船参数横摇极值响应分析

根据前文提出的计算方法, 对 C11 集装箱船在给定海况条件下(有义波高 10.43 m, 谱峰周期为 9.99 s, 航向角 180°, 航速为 0)的参数横摇极值响应进行预测. 在所研究的时间内,  $n \approx 235$ . 按照上述针对标准高斯随机过程  $U(t)$  的极值计算方法, 计算出其极值的均值为 3.39. 再根据上述 Hermite 变换方法可以计算出 C11 集装箱船在给定海况条件下参数横摇极值响应的均值. 本文还做了相应的估计值的计算来证明方法是正确的. 这里求得极值理论估计值的方法如下: ① 利用 Monte Carlo 法得到响应极大值的  $F_p(\phi)$ ; ② 由经典极值理论得到其极值分布为  $F_m(\phi) = F_p^n(\phi)$ ; ③ 根据极值响应分布预测极值的均值. 这样势必要求  $F_p(\phi)$  的计算相当准确. 为达到这样高精度的预测, 需要生成  $10^4$  条时间历程样本中的响应极大值(约  $2.35 \times 10^6$  响应极大值), 并且在尾端还近似采用 Weibull 分布进行拟合. 而本文所提出的方法只利用了 20 条时间历程样本. 表 2 所示为 C11 船横摇极值响应均值预测结果. 根据表 2 可知, 本文所提出的方法和数值计算的预估结果非常接近, 两者相差不到 1%, 这证明了本文方法的准确性和高效性.

通过表 2 还可以发现, 利用传统 Gumbel 极值模型<sup>[15]</sup>对 C11 船参数横摇极值响应的预测是偏大的, 若以数值计算结果为标准, 传统 Gumbel 方法的

预测误差为 21%, 造成误差的原因主要是传统 Gumbel 方法将响应假设为高斯随机过程. 根据本文的计算结果可以再次证实 C11 船参数横摇响应是非高斯随机过程. 同时, 本文的计算结果还可证明传统 Gumbel 方法对于参数横摇极值的预测是不适用的.

表 2 C11 船横摇极值响应均值预测结果

Tab. 2 Estimations of mean value of C11 roll extreme response

方法	极值响应均值/(°)
本文方法	40.9
极值理论估计值	40.6
传统 Gumbel 模型	49.3
模型试验	36.7
Monte Carlo 模拟	35.7

通过表 2 还可以看出, 前 3 种极值预测方法的结果都与文献[9]中的模型试验结果有一定偏差. 若以模型试验结果作为标准, 本文所提出的方法和数值计算的误差约为 10%, 传统 Gumbel 方法的预测误差约为 30%. 由于式(14)的计算方法和数值计算方法均考虑了带宽的影响, 但未考虑极大值之间的相关性, 所以推造成这一误差的原因主要是忽略了极大值之间的相关性. Naess<sup>[16]</sup>在其研究中讨论了在高斯随机过程中考虑相邻极大值相关性对于预测结果的影响. 他的结论是, 考虑相关性后, 极值的预测结果会变小. 这个结论对于非高斯随机过程也是适用的. 但应该看到, 忽略极大值之间相关性的极值模型预测结果偏于保守, 符合工程的安全性原则. 因此, 对于工程应用而言, 本文提出的方法具有参考价值.

### 4 结论

本文基于窄带随机过程理论和 Hermite 模型, 提出了一种预测船舶横摇极值响应的方法. 采用窄带随机过程理论主要是为了求出响应的窄带分量, 其原因是窄带分量能够更好地体现随机响应极值的概率特性. 接下来采用 Hermite 模型主要是为了解决响应过程的非高斯性问题. 以 C11 集装箱船为例, 预测出某一特定海况下随机参数横摇极值响应的均值并与模型试验结果进行了比较, 本文提出的方法在极值预测上能够给出偏于安全的预测值, 可为实际工程提供参考. 主要结论如下:

(1) 传统的 Gumbel 极值预测模型由于假设响应为高斯随机过程, 对 C11 船横摇极值响应的预测

误差在 18% 左右,不适合预测参数横摇响应极值。

(2) Monte Carlo 预测的极值响应均值与模型试验误差很小,验证了本文数学模型的准确性。

(3) 本文预测方法在预测精度上相当于基于  $10^4$  样本的数值计算,但是在计算成本上只有数值计算的 1/500,验证了本文方法的高效性。

(4) 本文方法预测的极值响应比模型试验结果大 10%. 推测其原因是忽略了响应极大值之间的相关性,这将会是作者后续研究的重点。

## 参考文献:

- [1] XIAO Z, HEZHEN Y. Probability analysis for ship parametric rolling in irregular waves [J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2015(3): 32-36.
- [2] FU C, MA S, DUAN W, et al. Sensitivity factors in parametric rolling of containership C11 and improvement measure[J]. *Shipbuilding of China*, 2015 (Sup. 1): 72-80.
- [3] ZHOU Y H, MA N, LU J, et al. A study of hybrid prediction method for ship parametric rolling [J]. *Journal of Hydrodynamics, Ser B*, 2016, 28(4): 617-628.
- [4] MOHAMAD M A, SAPSIS T P. Probabilistic response and rare events in Mathieu's equation under correlated parametric excitation[J]. *Ocean Engineering*, 2016, 120: 289-297.
- [5] LIU L Q, LIU Y L, XU W H, et al. A semi-analytical method for the PDFs of a ship rolling in random oblique waves [J]. *China Ocean Engineering*, 2018, 32(1): 74-84.
- [6] KIDO K. Hilbert transform[M]. New York, NY: Springer New York, 2014: 105-130.
- [7] DOSTAL L, KREUZER E. Numerical computation of parametric induced roll motions in random seas[J]. *PAMM*, 2009, 9(1): 555-556.
- [8] DOSTAL L, KREUZER E, NAMACHCHIVAYA N S. Stochastic averaging of roll-pitch and roll-heave motion in random seas[J]. *Procedia IUTAM*, 2013, 6: 132-140.
- [9] LU J, UMEDA N, MA K. Predicting parametric rolling in irregular head seas with added resistance taken into account[J]. *Journal of Marine Science and Technology*, 2011, 16(4): 462-471.
- [10] WINTERSTEIN S R. Non-normal responses and fatigue damage[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1985, 111(10): 1291-1295.
- [11] XIAO L, LU H, LI X, et al. Probability analysis of wave run-ups and air gap response of a deepwater semisubmersible platform using LH-moments estimation method[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2016, 142(2): 04015019.
- [12] 高山, 郑向远, 黄一. 非高斯随机过程的短期极值估计: 复合 Hermite 模型[J]. *工程力学*, 2019, 36(1): 23-31.
- [13] GAO Shan, ZHENG Xiangyuan, HUANG Yi. Hybrid hermite models for short term extrema estimation of non-Gaussian processes[J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(1): 23-31.
- [14] 田玉基, 杨庆山. 非高斯风压时程极大值因子的简化计算式[J]. *建筑结构学报*, 2015, 36(3): 20-28.
- [15] TIAN Yuji, YANG Qingshan. Reduced formula of peak factor for non-Gaussian wind pressure history [J]. *Journal of Building Structures*, 2015, 36(3): 20-28.
- [16] CARTWRIGHT D E. The statistical distribution of the maxima of a random function[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences*, 1956, 237(1209): 212-232.
- [17] 王勃, 董元正, 董丽欣. 基于短期风速资料的基本风压计算方法[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2020, 50(5): 1739-1746.
- [18] WANG Bo, DONG Yuanzheng, DONG Lixin. Calculation of basic wind pressure based on short-term wind speed data[J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2020, 50(5): 1739-1746.
- [19] NAESS A. The effect of the Markov chain condition on the prediction of extreme values[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, 94(1): 87-103.

(本文编辑:陈晓燕)