

文章编号: 1006-2467(2021)05-0489-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.349

波浪荷载引起不同埋深管线周围海床响应和液化分析

张 琪, 周香莲, 叶冠林

(上海交通大学 海洋工程国家重点实验室; 土木工程系, 上海 200240)

摘 要: 为了研究波浪荷载引起海底管线周围海床的液化问题, 以 Biot 方程的部分动力响应模型, 即 $u-p$ 模型为基础建立二维埋管海床数值模型, 研究海底管线及其周围海床在波浪荷载作用下的动态响应问题, 波浪荷载通过孔压边界施加到海床表面. 在验证模型的基础上, 研究埋管海床在波浪荷载作用下的响应与液化, 分析不同管线埋深下海床土的孔压、竖向有效应力和液化范围的区别, 并探讨波高、海床土渗透系数和饱和度等参数的影响. 结果表明: 管线埋深对周围海床土在波浪荷载作用下的响应和液化影响明显; 管线的存在使得管线周围海床土的竖向有效应力出现应力集中现象; 波高、海床土的渗透系数和饱和度对波浪引起管线周围海床土的响应影响明显. 研究结果对海底管线在海洋环境中的安全稳定提供理论依据.

关键词: 波浪; 海床; 管线; 孔压; 液化; Biot 方程

中图分类号: P 751

文献标志码: A

Wave-Induced Seabed Response and Liquefaction Around Pipeline at Different Buried Depths

ZHANG Qi, ZHOU Xianglian, YE Guanlin

(State Key Laboratory of Ocean Engineering; Department of Civil Engineering,
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: In order to study the liquefaction of the seabed around the pipeline under wave loading, a two-dimensional numerical model was established based on Biot's partly dynamic equation ($u-p$ model). The dynamic response of the seabed around the pipeline under wave loading was investigated in detail, and the wave loading was applied on the seabed surface through pore pressure boundary. Based on the validation of the numerical model, the response and liquefaction of the seabed around the pipeline under wave loading were studied. The pore pressure, vertical effect stress, and liquefaction range of the seabed at different pipeline buried depths were investigated and the effects of wave height, soil permeability, and saturation were discussed. The results show that the pipeline buried depth has significant effects on the response and liquefaction of seabed under wave loading. The pipeline induces the vertical effective stress concentration of seabed around the pipeline. The effects of wave height, soil permeability, and saturation on the seabed response under wave loading are significant. The results provide a theoretical basis for the safety and stability of submarine pipeline in marine environment.

Key words: wave; seabed; pipeline; pore pressure; liquefaction; Biot's equation

收稿日期: 2019-12-04

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51678360), 上海市青年科技英才扬帆计划(20YF1418500)

作者简介: 张 琪(1990-), 男, 陕西省咸阳市人, 助理研究员, 主要从事海洋岩土工程方面的科研工作; E-mail: zhangqi33@sjtu.edu.cn.

海底管线是输送石油、天然气等海洋能源的重要结构. 在海洋环境中, 长期周期性循环的波浪荷载作用会引起管线周围海床内孔压的变化, 产生液化现象^[1]. 被液化的海床土会失去对管线的承载力, 影响管线的安全稳定. 波浪引起海床的液化问题与海床内孔压变化直接相关. 近年来, 国内外学者们在研究波浪引起海床的响应问题时, 对海床做出了不同的假设并提出了单相体模型和刚性多孔介质模型以及 Biot 流固耦合模型. 其中, 单相体模型较为简单, 不能反映土体的孔压和有效应力^[2-3]. 刚性多孔介质模型可以考虑孔压变化, 但是无法得到海床土的变形和应力结果^[4]. 而 Biot 流固耦合模型可以全面地反映海床土体内部的土体颗粒与孔隙水之间的相互关系^[5]. Zienkiewicz 等^[6]提出了 Biot 流固耦合模型的 3 种简化理论模型, 即准静态模型 (QS 模型)、部分动力模型 (u - p 模型) 和全动力模型 (u - w 模型). Zen 等^[7]研究了一维和二维海床在波浪荷载作用下的孔压分布情况. Gatmiri^[8]讨论了海床的各向同性和横观各向异性. Jeng 等^[9]研究了有限厚度海床在波浪荷载作用下的动力响应, 并讨论了波浪的非线性影响. 段伦良等^[10]分析了各向异性海床波浪荷载作用下的瞬态液化问题. 王国才等^[11]研究了海床在不同水波和土体物理力学性质参数时的瞬时液化深度, 提出了海床抗液化的工程措施.

上述研究仅考虑了自由海床在波浪荷载作用下的响应问题, 但是没有考虑海底管线对海床土响应的影 响. Jeng 等^[12]建立了一个二维有限元模型, 研究波浪荷载作用下海床内管线周围孔压和土体应力的分布. Wang 等^[13]采用有限单元法研究了包含管沟的埋管海床在波浪荷载作用下的响应. 文峰等^[14]采用数值方法研究了埋管海床在波浪和海流共同作用下的响应问题. Zhou 等^[15]通过试验方法研究了海床内不埋管线和半埋管线情况下的海床土孔压响应. 华莹等^[16]建立了波浪-海床-管线有限元模型, 并分析了随机波作用下多层砂质海床中管线周围土体孔压和有效应力的响应, 探讨了海床的液化深度和范围. 栾茂田等^[17]基于 Biot 理论和弹性动力学分析了海床与管线之间的相互作用效应, 以及海床与管线接触对管线周围海床在波浪荷载作用下响应的影 响. 邓海峰等^[18]分析了随机波作用下海底管线与海床的相互作用问题, 探讨了管线与海床土的接触和惯性效应影响. Zhou 等^[19-20]对波浪荷载作用下管线周围海床土体响应的问题进行数值分析, 并分别讨论了椭圆余弦波以及多层海床土情况下的土体响应问题.

目前, 由波浪引起的管线周围海床的响应问题以及不同管线埋深情况下海床孔压和有效应力变化规律仍不明确. 对此, 本文主要研究海底管线及其周围海床在波浪荷载作用下的动态响应和海床液化问题, 重点探讨管线埋深对波浪荷载作用下管线周围海床土的孔压、竖向有效应力和液化范围的影响, 并对波高、海床土渗透系数和饱和度进行参数分析, 为工程设计和安全分析提供参考.

1 数值模型建立与验证

利用 u - p 模型计算波浪荷载作用下的海床动态响应, 考虑土骨架的加速度效应, 忽略孔隙水相对于土骨架的加速度. 海床土为各向同性的弹性多孔介质, 土体骨架的应力应变关系服从胡克定律, 孔隙水为可压缩流体且服从达西定律. 连续性方程和平衡方程如下:

$$k_z \nabla^2 p - \gamma_w n_s \beta_s \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_w \frac{\partial^2 \epsilon_s}{\partial t^2} = \gamma_w \frac{\partial \epsilon_s}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} \quad (3)$$

式中: k_z 为海床土的渗透系数; p 为由波浪荷载引起的海床土中的孔隙水压; γ_w 为孔隙水重度; ρ_w 为水的密度; n_s 为海床土的孔隙率; β_s 为孔隙水的压缩系数; ρ_s 为海床土的平均密度; u_s 、 w_s 分别为波浪荷载引起的海床土在 x 、 z 方向的位移; σ'_x 、 σ'_z 分别为波浪荷载引起的海床土在 x 、 z 方向的有效应力; τ'_{xz} 为切应力; ϵ_s 为海床土体积应变; t 为时间. 各参数可进一步表示为

$$\epsilon_s = \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial z} \quad (4)$$

$$\beta_s = \frac{1}{K_w} + \frac{1 - S_r}{p_{w0}} \quad (5)$$

$$\sigma'_x = 2G_s \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\nu_s}{1 - 2\mu_s} \epsilon_s \right) \quad (6)$$

$$\sigma'_z = 2G_s \left(\frac{\partial w_s}{\partial z} + \frac{\nu_s}{1 - 2\mu_s} \epsilon_s \right) \quad (7)$$

$$\tau'_{xz} = G_s \left(\frac{\partial u_s}{\partial z} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) = \tau'_{zx} \quad (8)$$

式中: K_w 为孔隙水的体积模量, 一般情况下, $K_w = 2 \text{ GPa}$; p_{w0} 为孔隙水的绝对压力; S_r 为海床土的饱和度; G_s 为海床土的切变模量; ν_s 为海床土的泊松比. 将式(6)~(8)代入式(2)和(3)中, 得到由位移和孔压表示的控制方程

$$G_s \nabla^2 u_s + \frac{G_s}{(1 - 2\nu_s)} \frac{\partial \epsilon_s}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} \quad (9)$$

$$G_s \nabla^2 w_s + \frac{G_s}{(1 - 2\nu_s)} \frac{\partial \epsilon_s}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} + \rho \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} \quad (10)$$

将 u - p 模型控制方程通过 PDE 接口写入 COMSOL Multiphysics 多场耦合数值软件中,通过有限单元法求解波浪荷载引起管线周围海床土的响应,考虑三维条件中管线的轴向约束作用和相比土体的较大刚度,研究中不考虑管线的受力和变形对土体的影响,因此设定管线为不透水固定边界。波浪引起的管线周围海床液化计算简图如图 1 所示。其中, D 为管线直径, h 为水深, d 为海床土厚度, e 为管线埋深,即管线底部到海床面的距离。边界条件设定如下。

(1) 海床表面($z=0$):将波浪荷载作为孔压边界条件施加于海床表面,即

$$p = p_b = p_0 \cos(kx - \omega t) \quad (11)$$

式中: p_b 和 p_0 分别为海床表面波压力和压力幅值; k 为波数; ω 为角频率。

(2) 海床底部边界($z=-d$):海床底部为不透水边界,且无水平、竖向位移,即

$$u_s = w_s = \partial p / \partial z = 0 \quad (12)$$

(3) 海床两侧竖向边界:海床左右两侧的竖向边界为不透水边界,且约束水平位移,即

$$u_s = \partial p / \partial x = 0 \quad (13)$$

(4) 管线与海床接触面:管线与海床之间的接触面为不透水边界,即

$$\partial p / \partial n' = 0 \quad (14)$$

式中: n' 为管线的径向。

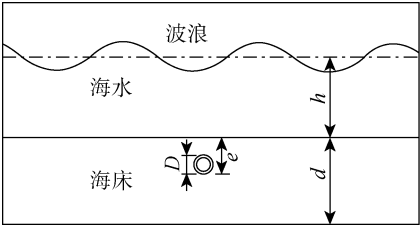


图 1 数值模型计算简图

Fig. 1 Sketch of numerical model

采用 Hsu 等^[21]的波浪引起的自由海床响应解析解对数值模型进行验证。其中,波浪参数^[21]为波高 $H=2$ m,周期 $T=15$ s,波长 $L=311.59$ m, $h=70$ m;海床土参数^[21]为弹性模量 $E_s=37.3$ MPa, $d=25$ m, $n_s=0.3$, $S_r=1$, $\rho_s=1\,850$ kg/m³, $\nu_s=0.333$, $k_z=0.01$ m/s。图 2 为在波浪荷载作用下,数值计算得到的海床土的孔压、竖向有效应力和水平有效应力结果与解析解之间的关系。由图可知,数值结果与理论结果吻合较好,证明了数值模型可以比较精确地研究波浪用下海床响应问题。

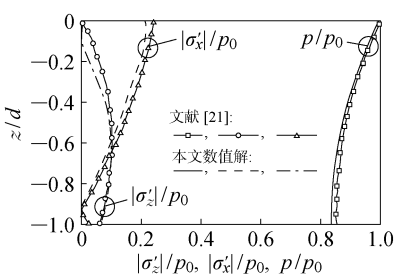


图 2 解析解^[21]与本文数值解对比

Fig. 2 Comparison of previous analytical solutions^[21] and numerical results

2 管线周围海床土孔压响应和液化分析

在研究波浪荷载引起的埋管海床的响应问题时,需要将管线的三维问题简化为二维问题,这是由于管线周围的海床土在波浪荷载作用下沿管线轴向的响应基本相同。考虑 $e=D, 1.5D, 2D, 3D, 4D$ 情况下波浪荷载引起的管线周围海床响应。以 $e=2D$ 的模型为例计算模型的网格划分,如图 3 所示。在管线周围进行局部网格加密处理以保证计算结果的精确性。每个数值模型共进行 2 个波浪周期时长的计算,计算时间步长为 0.01 s,每 0.1 s 保存一次计算结果。此外,对埋管海床和自由海床的响应进行对比,波浪参数为 $H=2$ m, $T=8$ s, $L=70.93$ m, $h=12$ m;海床土参数为 $E_s=14$ MPa, $d=25$ m, $n_s=0.4$, $S_r=0.98$, $\nu_s=0.3$, $\rho_s=2\,650$ kg/m³, $k_z=0.001$ m/s;管线参数为 $D=2$ m, 管线密度 $\rho_p=2\,700$ kg/m³, 泊松比 $\nu_p=0.32$, 弹性模量 $E_p=68$ GPa, 管壁厚度 $d_p=0.2$ m。

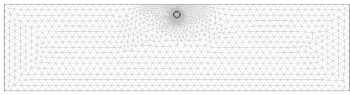


图 3 数值模型网格划分

Fig. 3 Computational mesh of numerical model

2.1 埋管海床与自由海床响应对比

图 4 为在一个波浪周期内 ($t_1=nT, t_2=nT+T/4, t_3=nT+T/2, t_4=nT+3T/4$),埋管海床和自由海床的孔压和竖向有效应力沿海床土深度方向的变化趋势。其中,在 t_1 时波峰到达管线上方。由图可知,管线对周围海床内孔压和竖向有效应力的分布影响十分明显,当波峰和波谷到达管线上方时,管线上方海床面分别达到最大正、负孔压,同时管线上、下侧分别达到最大正、负竖向有效应力;在 t_2 和 t_4 时,海床表面的孔压均为 0,但是海床内部的孔压仍有残余。

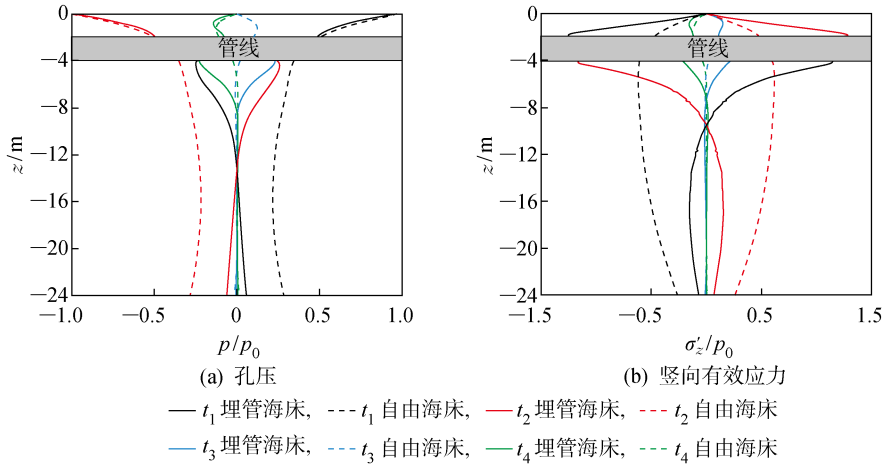


图 4 一个波浪周期内各海床土的孔压和竖向有效应力沿深度方向分布
Fig. 4 Distribution of pore pressure and vertical effective stress along seabed depth in one wave period

2.2 管线埋深对海床土响应的影响

图 5 为当波峰到达管线上方时,不同管线埋深情况下海床土的孔压和竖向有效应力沿海床土深度的变化.随着管线埋深的增加,其对管线上方海床土最大孔压的影响较小,但对管线下

方海床土孔压的影响较大.相比于对孔压的影响,管线埋深变化对竖向有效应力的影响更明显.随着管线埋深的增加,管线上方海床土的竖向有效应力绝对值逐渐增加,而管线下方的竖向有效应力绝对值逐渐减小.

图 6 为一个波浪周期内, $e=2D$ 时管线周围的

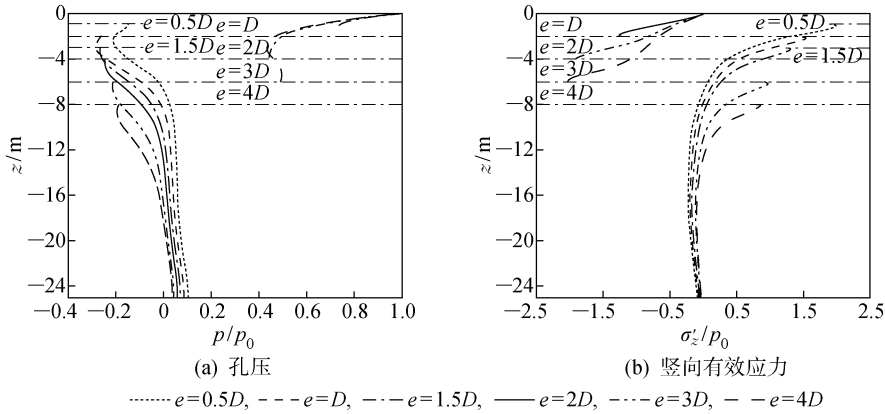


图 5 不同管线埋深下的孔压和竖向有效应力沿深度方向分布

Fig. 5 Distribution of pore pressure and vertical effective stress along seabed depth at different pipeline buried depths

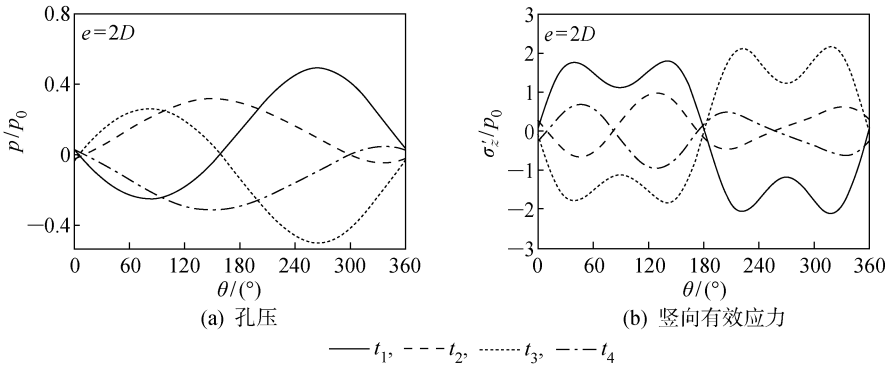


图 6 一个波浪周期内的孔压和竖向有效应力分布

Fig. 6 Distribution of pore pressure and vertical effective stress in one wave period

海床土的孔压和竖向有效应力分布. 在一个波浪周期内, 管线周围的最大正、负孔压均出现在管线角度 $\theta = 270^\circ$ 附近, 其中 θ 的定义如图 7 所示. 此外, 任一时刻的竖向有效应力在管线上、下方均呈反对称分布, 最大竖向有效应力对称出现于管线上方 $\theta = 225^\circ, 315^\circ$ 附近.

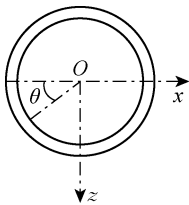


图 7 管线角度定义

Fig. 7 Definition of pipeline angle

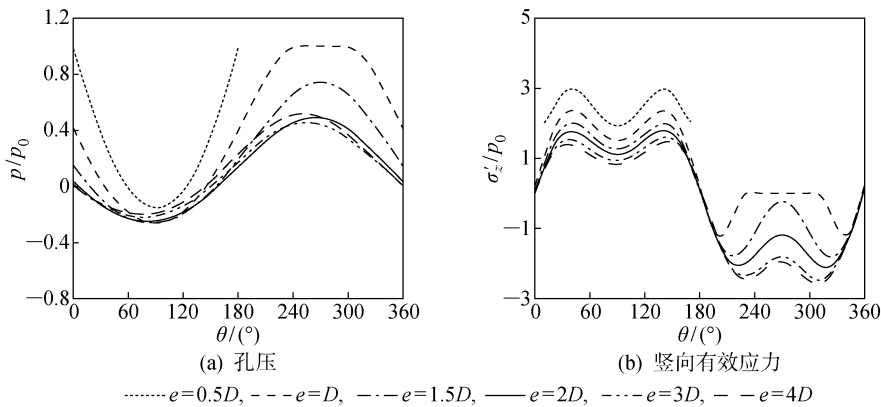


图 8 不同管线埋深下管线周围的孔压和竖向有效应力分布

Fig. 8 Distribution of pore pressure and vertical effective stress around pipeline at different pipeline buried depths

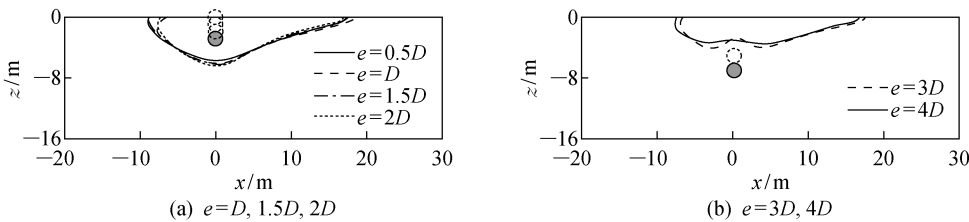


图 9 不同管线埋深下海床土的液化区域

Fig. 9 Liquefaction depth of seabed at different pipeline buried depths

2.3 波浪与海床土参数分析

图 10 为在不同波高情况下, 管线周围海床土孔压沿深度的变化. 波高变化直接影响海床表面孔压的分布, 因此海床表面最大孔压均随波高的增加而增大, 而与管线埋深基本无关. 不同管线埋深对管线上、下方海床土孔压的影响较小, 而对管线下、下方海床土孔压的影响较大.

图 11 为在不同海床土渗透系数下, 管线周围海

图 8 为当波峰到达管线上、下方位置时, 不同管线埋深的孔压和竖向有效应力分布. 海床土的孔压随管线埋深的增加而逐渐减小, 在 $e > 2D$ 时减小效果不明显. 管线周围海床土的竖向有效正应力均出现在管线下、下方两侧, 且竖向有效正应力随埋深的增加而减小.

图 9 为海床土的液化区域随管线埋深的变化情况. 随着管线埋深从 D 增至 $2D$, 最大液化深度缓慢增加, 但海床的液化区形状相似. 当 $e = 2D$ 时, 液化深度为 6.42 m . 当 $e = 3D$ 时, 管线不处于液化区域, 海床的液化区位于管线上、下方并形成凸起 (见图 9 (b)). 当 $e = 4D$ 时, 管线上、下方未液化区的凸起变缓. 因此, 在当前波浪荷载和海床土条件下, 当 $e > 3D$ 时, 管线不再处于海床液化区范围内.

床土孔压沿深度的变化. 其中, $k_z = 0.01, 0.001, 0.0001\text{ m/s}$ 分别对应粗砂、中砂和细沙海床的情况. 随着管线埋深逐渐增加, 渗透系数对管线下、下方孔压的影响略有减小, 而对管线上、下方海床土孔压的影响逐渐增大. 管线上、下方海床土孔压沿海床土深度方向减小的速率随渗透系数的减小而增大. 但当 $k_z = 0.0001\text{ m/s}$ 时, 在 $H = -1\text{ m}$ 的位置出现了反弯点, 孔压逐渐增大, 这是由于管线的存在影响了孔压

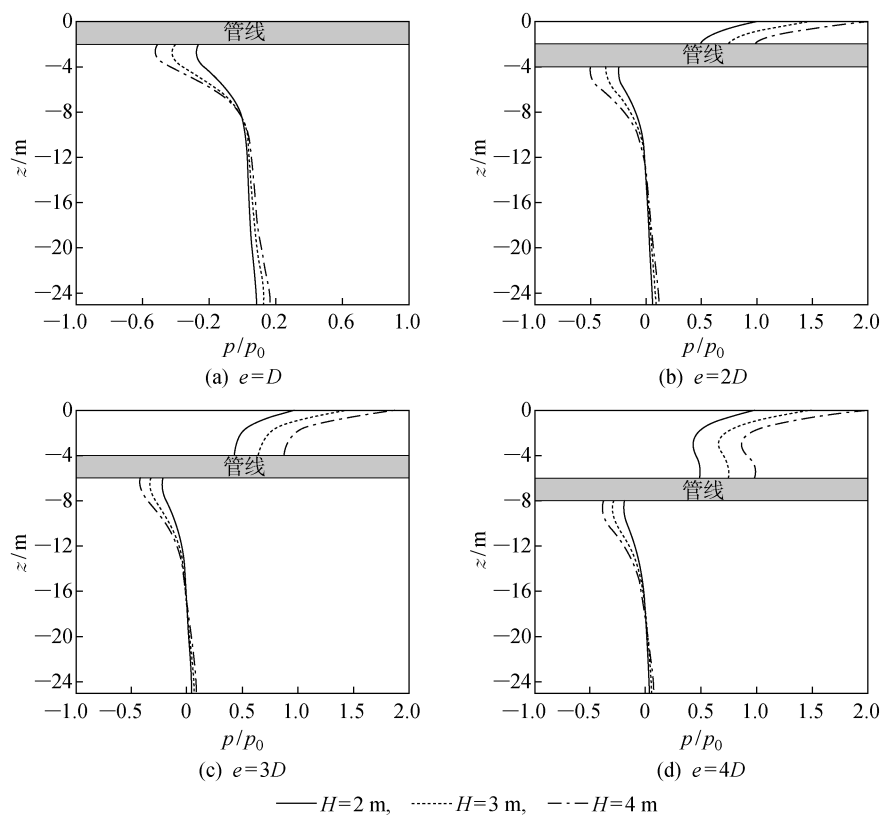


图 10 不同波高下的孔压沿深度方向分布

Fig. 10 Distribution of pore pressure along seabed depth at different wave heights

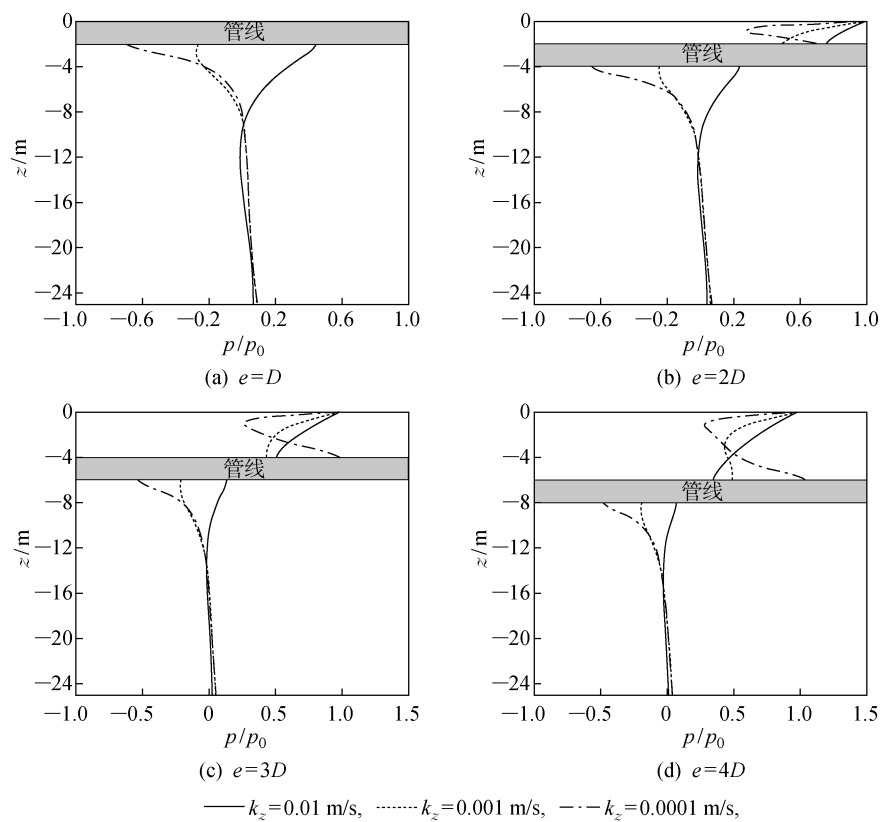


图 11 不同海床土渗透系数下的孔压沿深度方向分布

Fig. 11 Distribution of pore pressure along seabed depth at different seabed permeabilities

的分布,所以反弯点的位置随着管线埋深的增加而逐渐下移。

图 12 为在不同海床土饱和度下,管线周围海床土孔压沿深度的变化,考虑基本饱和和完全饱和砂

质海床的差异. 管线上方海床土孔压沿海床土深度方向的减小速率随饱和度的增加而减小,即饱和度越高海床土孔压的减小速率越小. 同时,管线下方海床土孔压的绝对值随海床土饱和度的增加而增大。

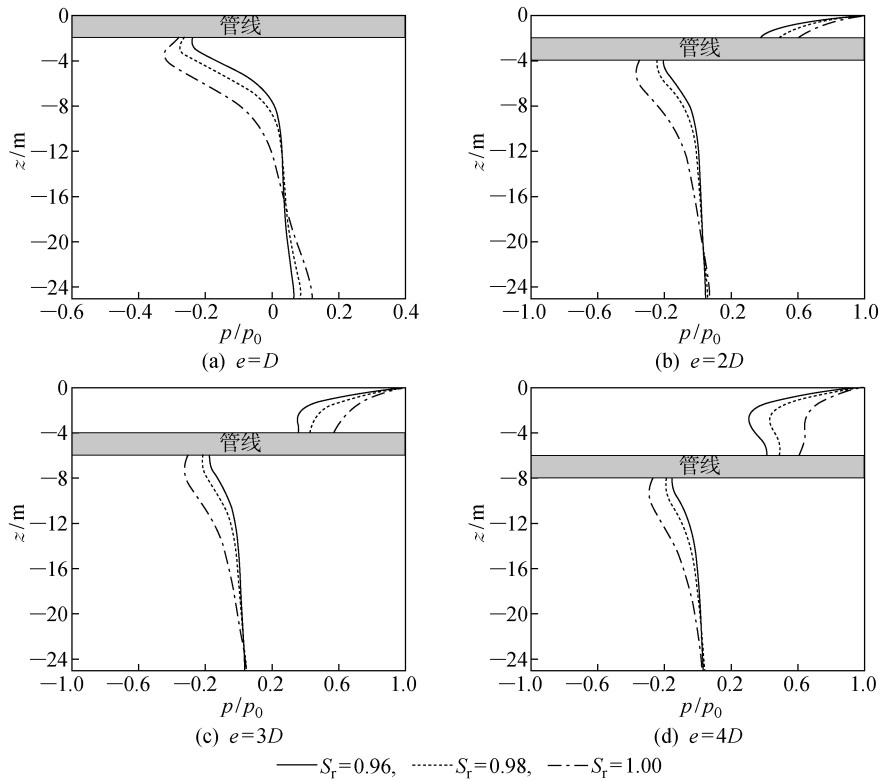


图 12 不同海床土饱和度下的孔压沿深度方向分布
Fig. 12 Distribution of pore pressure along seabed depth at different seabed soil saturations

3 结论

- (1) 管线的存在使得其周围海床土的竖向有效应力出现应力集中现象. 在一个波浪周期内, 管线周围的孔压和竖向有效应力发生周期性变化, 管线周围的最大孔压出现在 $\theta=270^\circ$ 附近。
- (2) 管线埋深对海床土的孔压和竖向有效应力影响明显. 管线周围海床孔压随管线埋深的增加而逐渐减小, 最大竖向有效正应力出现在管线下方两侧, 且随着埋深的增加而逐渐减小。
- (3) 随着管线埋深从 $0.5D$ 增至 $2D$, 管线周围海床土液化区的形状相似, 且最大液化深度缓慢增加. 当 $e=3D, 4D$ 时, 海床土的液化区发生明显变化, 管线不再处于液化区域内。
- (4) 在不同波高下, 管线埋深对管线下方海床土的孔压影响更明显. 随着管线埋深的增加, 海床土渗透系数对管线下方孔压的影响略有减小, 对管线上方孔压的影响逐渐增加. 管线上方海床土孔压减小速率随饱和度的增加而减小, 管线下方海床土孔

压的绝对值随饱和度的增加而增大。

参考文献:

[1] 王小雯, 张建民, 李焯芬. 波浪作用下饱和砂质海床土体与管线相互作用规律研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(7): 2499-2508.
WANG Xiaowen, ZHANG Jianmin, LI Chaofen. Wave-induced interaction of saturated sandy seabed with pipeline[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39 (7): 2499-2508.

[2] HSIAO S V, SHEMDIN O H. Interaction of ocean waves with a soft bottom[J]. **Journal of Physical Oceanography**, 1980, 10(4): 605-610.

[3] MEI C C, LIU K F. A Bingham-Plastic Model for a muddy seabed under long waves[J]. **Journal of Geophysical Research: Oceans**, 1987, 92(C13): 14581-14594.

[4] SLEATH J F A. Wave-induced pressures in beds of sand[J]. **Journal of the Hydraulics Division**, 1970, 96 (2): 367-378.

[5] BIOT M A. Mechanics of deformation and acoustic

- propagation in porous media[J]. **Journal of Applied Physics**, 1962, 33(4): 1482-1498.
- [6] ZIENKIEWICZ O C, CHANG C T, BETTESS P. Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils[J]. **Géotechnique**, 1980, 30(4): 385-395.
- [7] ZEN K, YAMAZAKI H. Mechanism of wave-induced liquefaction and densification in seabed[J]. **Soils and Foundations**, 1990, 30(4): 90-104.
- [8] GATMIRI B. A simplified finite element analysis of wave-induced effective stresses and pore pressures in permeable sea beds[J]. **Géotechnique**, 1990, 40(1): 15-30.
- [9] JENG D S, CHA D H. Effects of dynamic soil behavior and wave non-linearity on the wave-induced pore pressure and effective stresses in porous seabed[J]. **Ocean Engineering**, 2003, 30(16): 2065-2089.
- [10] 段伦良, 郑东生, 王少华, 等. 波浪荷载作用下各向异性海床瞬态液化研究[J]. **西南交通大学学报**, 2019, 54(4): 741-747.
- DUAN Lunliang, ZHENG Dongsheng, WANG Shao-hua, *et al.* Numerical study on wave-induced oscillatory liquefaction in anisotropic seabed[J]. **Journal of Southwest Jiaotong University**, 2019, 54(4): 741-747.
- [11] 王国才, 刘倩倩, 张勇. 波浪荷载作用下海床的液化及参数分析[J]. **浙江工业大学学报**, 2019, 47(2): 135-139.
- WANG Guocai, LIU Qianqian, ZHANG Yong. Momentary liquefaction and parametric analysis of seabed under wave loadings[J]. **Journal of Zhejiang University of Technology**, 2019, 47(2): 135-139.
- [12] JENG D S, CHENG L. Wave-induced seabed instability around a buried pipeline in a poro-elastic seabed[J]. **Ocean Engineering**, 2000, 27(2): 127-146.
- [13] WANG X, JENG D S, LIN Y S. Effects of a cover layer on wave-induced pore pressure around a buried pipe in an anisotropic seabed[J]. **Ocean Engineering**, 2000, 27(8): 823-839.
- [14] 文锋, 王建华. 波浪-流作用下分层海床稳定性分析[J]. **上海交通大学学报**, 2014, 48(6): 793-797.
- WEN Feng, WANG Jianhua. Stability analysis of layered seabed under wave and current loading[J]. **Journal of Shanghai Jiao Tong University**, 2014, 48(6): 793-797.
- [15] ZHOU C Y, LI G X, DONG P, *et al.* An experimental study of seabed responses around a marine pipeline under wave and current conditions[J]. **Ocean Engineering**, 2011, 38(1): 226-234.
- [16] 华莹, 周香莲, 张军. 随机波作用下埋管海床动态响应及液化研究[J]. **海洋通报**, 2017, 36(6): 644-651.
- HUA Ying, ZHOU Xianglian, ZHANG Jun. Numerical study of random wave induced seabed-pipeline response and liquefaction[J]. **Marine Science Bulletin**, 2017, 36(6): 644-651.
- [17] 栾茂田, 曲鹏, 杨庆, 等. 波浪引起的海底管线周围海床动力响应分析[J]. **岩石力学与工程学报**, 2008, 27(4): 789-795.
- LUAN Maotian, QU Peng, YANG Qing, *et al.* Wave-induced dynamic response of seabed around submarine pipeline[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(4): 789-795.
- [18] 邓海峰, 王忠涛, 刘鹏. 随机波浪作用下海底管线与海床的相互作用研究[J]. **水利与建筑工程学报**, 2014, 12(4): 43-49.
- DENG Haifeng, WANG Zhongtao, LIU Peng. Study on seabed-pipeline interaction under random wave loading[J]. **Journal of Water Resources and Architectural Engineering**, 2014, 12(4): 43-49.
- [19] ZHOU X L, ZHANG J, GUO J J, *et al.* Cnoidal wave induced seabed response around a buried pipeline[J]. **Ocean Engineering**, 2015, 101: 118-130.
- [20] ZHOU X L, JENG D S, YAN Y G, *et al.* Wave-induced multi-layered seabed response around a buried pipeline[J]. **Ocean Engineering**, 2013, 72: 195-208.
- [21] HSU J R C, JENG D S. Wave-induced soil response in an unsaturated anisotropic seabed of finite thickness[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1994, 18(11): 785-807.

(本文编辑:孙伟)