

文章编号: 1006-2467(2021)01-0088-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.242

# 基于神经网络的层状周期结构能量传输谱预测

刘陈续, 于桂兰

(北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 本文对层状周期结构的能量传输谱预测方法进行了研究。在考虑几何参数、物理参数单独变化以及同时变化 3 种情况下, 通过构建深层反向传播(BP)神经网络, 实现层状周期结构能量传输谱的精准预测。与径向基函数(RBF)神经网络进行对比实验, 实验结果验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 层状周期结构; 深层反向传播神经网络; 径向基函数神经网络; 能量传输谱; 衰减域

**中图分类号:** TU 591      **文献标志码:** A

## Prediction of Energy Transmission Spectrum of Layered Periodic Structures by Neural Networks

LIU Chenxu, YU Guilan

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** In this paper, the prediction of the energy transmission spectrum for layered periodic structures is studied. By considering three cases of geometric parameters and physical parameters changing individually or simultaneously, a deep back propagation (BP) neural network is constructed to realize accurate prediction of the energy transmission spectrum of layered periodic structure. A comparison of the predicted results with those obtained by the radial basis function (RBF) neural network verifies the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** layered periodic structure; deep back propagation (BP) neural network; radial basis function (RBF) neural network; energy transmission spectrum; attenuation domain

周期结构是指多个相同的基本单元在空间上周期性分布组合而成的结构, 如周期分布的桩基础、多跨连续梁桥和高层建筑等。周期结构的特性使其能够产生相对于弹性波而言的频率衰减域, 即在频率衰减域范围内的弹性波在通过周期结构时会被抑制或禁止, 该特性产生的机理主要有两种: 布拉格散射<sup>[1]</sup> 和局域共振<sup>[2]</sup>。

周期结构的研究与设计要求研究人员具备丰富的工作经验和理论知识, 且对计算设备的要求较高。神经

网络是实现人工智能(AI)的一种重要技术, 如今神经网络的发展如火如荼, 渐渐发展形成了一个新的分支——深度学习<sup>[3]</sup>, 在情感分析、自动驾驶和语音识别等领域发挥着重要的作用<sup>[4-7]</sup>。近年来, 在对应于光波和电磁波的光子晶体和超材料领域, 用神经网络进行预测和设计的研究已经取得了一定的成果。文献[8]用多层感知器和极限学习机预测了光子晶体的能带曲线。Liu 等<sup>[9]</sup>采用一种深度学习模型实现了光子晶体的反向设计。Ma 等<sup>[10]</sup>提出了一种

收稿日期: 2019-08-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11772040)

作者简介: 刘陈续(1995-), 男, 江苏省徐州市人, 博士生, 主要从事周期结构减振隔震的研究。

通信作者: 于桂兰, 女, 教授, 博士生导师; E-mail: glyu@bjtu.edu.cn。

半监督学习的神经网络模型,能够依据设计要求直接输出超材料的拓扑结构.而对于弹性波(声波)却鲜有文献涉及,Liu 等<sup>[11]</sup>利用自动编码器实现了基于能带理论的层状周期结构的反向设计.

层状周期结构是一种一维周期结构,即在空间上结构沿一个方向呈周期性的变化,国内外学者对其做了大量研究.Xiang 等<sup>[12]</sup>通过实验证明了层状周期结构对于环境振动的衰减效果.Shi 等<sup>[13]</sup>将由混凝土层以及橡胶砖构成的地基基础等效成层状周期结构,并研究了该基础的隔振性能.Huang 等<sup>[14]</sup>通过数值分析研究了层状周期结构对表面波的隔振效果.

计算周期结构能量传输谱的方法有解析法和数值法等,但这些方法较为复杂且计算时间较长.神经网络可以根据输入快速准确地给出相应的输出,使用神经网络预测周期结构的特性能够极大地便利周期结构的研究与设计.本文采用两种神经网络——

深层反向传播(BP)神经网络和径向基函数(RBF)神经网络,实现对层状周期结构能量传输谱的预测.神经网络作为一种快速预测技术,能够很好地辅助周期结构的设计.同时,层状周期结构能量传输谱的预测成功也为二维和三维周期结构的分析和智能反向设计打下了基础.

## 1 问题描述

层状周期结构属于一维周期结构,其基本单元由多种材料层层叠合而成,可以作为波屏障和隔振基础<sup>[12-14]</sup>.在剪切横(SH)波作用下,二组元层状周期结构能量传输谱的预测如图 1 所示.周期结构由  $m$  个基本单元构成,其在水平方向上无限延伸;SH 波以倾角  $\theta$  入射.其中: $d$  为基本单元的厚度; $d_A$  和  $d_B$  分别为一个基本单元内材料 A 和材料 B 的厚度.考虑小变形,假定材料为理想连续线弹性介质且阻尼为 0.

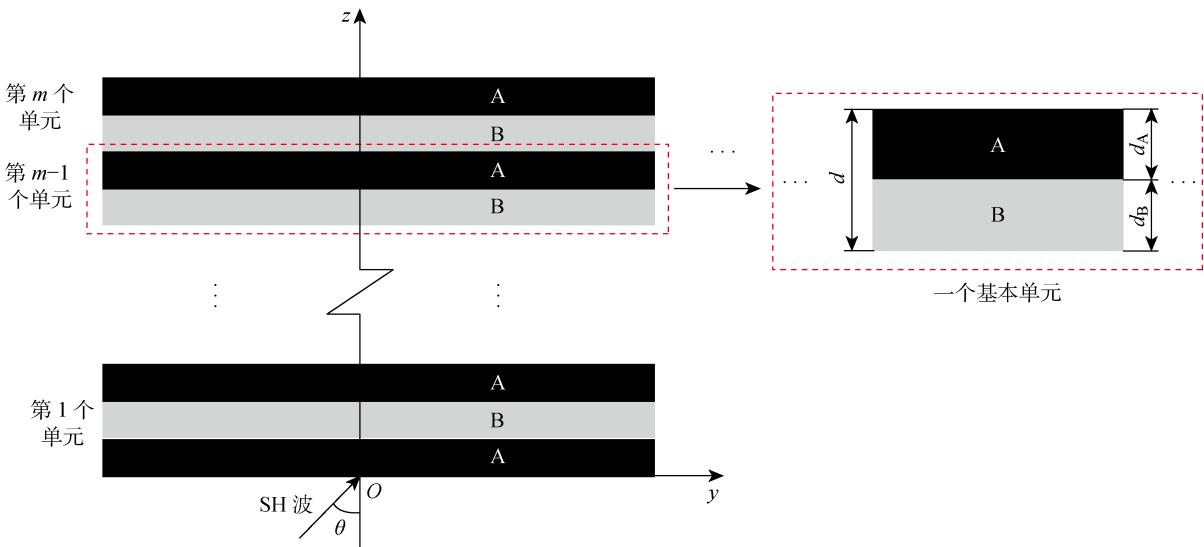


图 1 层状周期结构

Fig. 1 Layered periodic structure

对于层状周期结构,可采用传递矩阵法<sup>[15]</sup>求解其能量传输谱,推导过程如下:

当 SH 波斜入射到层状周期结构时,其波动方程可表示为

$$\rho \frac{\partial^2 u(y, z, t)}{\partial t^2} = G \left( \frac{\partial^2 u(y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(y, z, t)}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

式中: $u(y, z, t)$  为结构在  $x$  方向上的位移; $G$  为材料的切变模量; $\rho$  为材料的质量密度; $t$  为时间.

当考虑时谐平面波时,可假设

$$u(y, z, t) = U(z) e^{ik_y y - i\omega t} \quad (2)$$

式中: $\omega$  为角频率; $k_y$  为 SH 波在  $y$  方向上的波数,由 Snell 定理可得  $k_y$  为常数.将式(2)代入式(1)可

得第  $n$  个基本单元中材料 A 和材料 B 的位移和应力分别为

$$u^i(y, z, t) = e^{ik_y y - i\omega t} (C_{ni}^{\text{tr}} e^{ia_i z} + C_{ni}^{\text{r}} e^{-ia_i z}) \quad (3)$$

$$i = A, B$$

$$\tau_{zx}^i(y, z, t) = G_i \alpha_i e^{ik_y y - i\omega t} (C_{ni}^{\text{tr}} e^{ia_i z} - C_{ni}^{\text{r}} e^{-ia_i z}) \quad (4)$$

$$i = A, B$$

当  $i=A$  时, $(n-1)d \leq z \leq (n-1)d + d_A$ ;当  $i=B$  时, $(n-1)d + d_A \leq z \leq na$ .

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2}{G_i} - k_y^2}, \quad i = A, B \quad (5)$$

式中: $G_i$  和  $\alpha_i$  ( $i = A, B$ ) 分别为材料  $i$  的切变模量和 SH 波在材料  $i$  中  $z$  方向上的波数; $C_{ni}^{\text{tr}}$  和  $C_{ni}^{\text{r}}$  ( $i = A,$

B) 分别表示第  $n$  个基本单元中材料  $i$  透射波和反射波的振幅。

根据两种材料界面处的位移和应力连续条件即可得相邻基本单元间的传递矩阵  $\mathbf{T}$ 。对于含有  $m$  个基本单元的层状周期结构, 位移和应力在两端边界处成立如下关系

$$\begin{bmatrix} u^{mB}(y, z, t) \\ \tau_{zx}^{mB}(y, z, t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^m \begin{bmatrix} u^{0A}(y, z, t) \\ \tau_{zx}^{0A}(y, z, t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{T}^m$  可以简记为

$$\mathbf{T}^m = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

为了更好地反映衰减情况, 定义能量传递系数为透射波与入射波能量比值的对数, 即

$$\Gamma = \ln \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \quad (8)$$

式中:  $P_{\text{in}}$  为入射波能量;  $P_{\text{out}}$  为 SH 波经过  $m$  层周期结构后的透射波能量。

由式(3)~(8)可得到能量传递系数的表达式如下:

$$\Gamma =$$

$$\ln \left( \frac{4 \frac{G_B \alpha_B}{G_A \alpha_A}}{\left| \frac{G_B \alpha_B}{G_A \alpha_A} T_{11} - G_B \alpha_B T_{12} - \frac{1}{G_A \alpha_A} T_{21} + T_{22} \right|^2} \right) \quad (9)$$

若材料 A 为铝 ( $G_{\text{Al}} = 28.7 \text{ GPa}$ ,  $\rho_{\text{Al}} = 2730 \text{ kg/m}^3$ ), 材料 B 为环氧树脂 ( $G_e = 1.59 \text{ GPa}$ ,  $\rho_e = 1180 \text{ kg/m}^3$ ), 一个基本单元中  $d_A = 0.5 \text{ m}$ ,  $d_B = 0.5 \text{ m}$ ,  $m=8$ , 不同入射角度下的能量传输谱如图 2 所示。从图 2 中可以看出, SH 波在通过层状周期结构时,

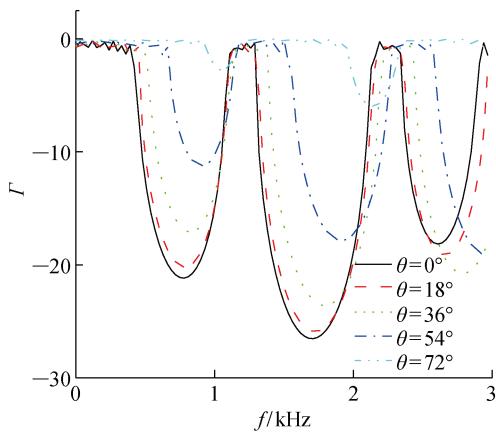


图 2 “铝-环氧树脂”层状周期结构能量传输谱随 SH 波入射角度的变化

Fig. 2 Variation of energy transmission spectrums of layered periodic structure of “aluminum-epoxy resin” with SH wave incident angles

其能量在某些频率范围内有明显的衰减。就前两个频率的衰减域而言, 随着入射角度的增大, 能量传输谱的衰减幅值逐渐减小, 衰减域的中心频率略向高频移动。

由式(9)可以看出, 层状周期结构的能量传输谱与其结构参数构成映射关系, 即每一组结构参数可以唯一对应结构的能量传输谱。如果把结构参数当作“输入”, 能量传输谱当作“输出”, 则可以利用神经网络来智能处理“输入”与“输出”的关系。神经网络通过对数据的学习来调节自身的参数值, 最终可以找到数据中输入与输出的关系来模拟一个特定的函数, 并能够准确和快速地将输入映射到输出上, 其计算速度可达毫秒量级。但是, 在数据充足的情况下, 如何选择一个合适的神经网络模型模拟一个特定的函数关系是十分重要的, 这直接影响着神经网络的预测精度。

层状周期结构的能量传输谱变化较为复杂, 简单的神经网络模拟很难满足高精度要求。所构建的深层 BP 神经网络很好地解决了这个问题, 并与 RBF 神经网络进行了对比分析。

## 2 数据集与神经网络

### 2.1 数据集

数据集包括训练集和测试集。数据集中的每个样本都是由输入及其相应的标签组成的。样本中的输入为层状周期结构的几何及物理参数, 标签为对应结构的能量传输谱。有研究表明: 对于反平面波, 组分材料的切变模量比和密度比是影响周期结构衰减域频率范围的主要物理参数<sup>[16]</sup>, 填充比则是主要的几何参数。因此, 考虑 3 种结构参数的变化——填充比 ( $\bar{d} = d_B/d$ )、切变模量比 ( $\bar{G} = G_B/G_A$ ) 和密度比 ( $\bar{\rho} = \rho_B/\rho_A$ ), 其中  $d = 1 \text{ m}$ ,  $G_A = 20 \text{ GPa}$ ,  $\rho_A = 3000 \text{ kg/m}^3$ , 并分 3 种情况讨论周期结构能量传输谱的预测。第 1 种情况 (C1), 即单参数预测, 数据集由训练集 I 和测试集 I 组成, 数据分别为 10 组和 3 组, 其中, 切变模量比和密度比保持不变, 填充比的取值范围为  $0.3 \sim 0.75$ ; C2, 即双参数预测, 数据集由训练集 II 和测试集 II 组成, 数据分别为 100 组和 30 组, 其中填充比保持不变, 切变模量比和密度比的取值范围分别为  $0.055 \sim 0.1$  和  $0.367 \sim 0.667$ ; C3, 即三参数预测, 数据集由训练集 III 和测试集 III 组成, 数据分别为 1000 组和 300 组, 其中填充比、切变模量比和密度比的取值范围分别  $0.3 \sim 0.75$ ,  $0.055 \sim 0.1$  和  $0.367 \sim 0.667$ 。

## 2.2 RBF 神经网络

RBF 神经网络有很好的泛化能力,具有模型简单、训练速度快等优点,如图 3 所示。RBF 神经网络由一个输入层、一个隐含层和一个输出层组成,输入层到隐含层无权重连接,而隐含层到输出层有权重连接,神经元为径向基函数。RBF 神经网络需要调节的参数有两类,一类是径向基函数的中心,另一类是隐含层到输出层的权重。

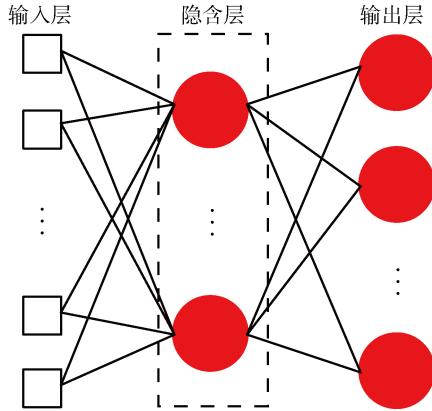


图 3 RBF 神经网络

Fig. 3 RBF neural network

RBF 神经网络采用的径向基函数为多元二次函数,其表达式为

$$f_{\text{RB}} = \sqrt{1 + \delta} \|x - c\|^2 \quad (10)$$

式中: $x$  为一组输入值; $c$  为径向基函数的中心; $\delta$  为形状参数。对于径向基函数中心点的计算,采用 K-Means 法,其表达式为

$$\arg \min_S \sum_{i=1}^k \sum_{x \in S_i} \|x - c_i\|^2 \quad (11)$$

式中: $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  为所有样布输入数据的集合, $S_i$  是  $S$  中的一个子集,由一个或多个样本输入数据组成; $c_i$  为  $S_i$  中所有输入数据的均值。采用线性回归法计算 RBF 神经网络中的权重,其公式为

$$\beta = (y_{\text{NN}}^T y_{\text{NN}})^{-1} y_{\text{NN}}^T y_{\text{tr}} \quad (12)$$

式中: $\beta$  为权重; $y_{\text{tr}}$  为样本标签(即真实值); $y_{\text{NN}}$  为训练时 RBF 神经网络的输出值。

## 2.3 深层 BP 神经网络

与 RBF 神经网络不同,BP 神经网络每层之间都由权重和偏差相连,并通过激活函数传递到下一层,其隐含层数可以是多层的,如图 4 所示。在以往的文献中,大部分 BP 神经网络的隐含层一般不超过 3 层,导致其泛化能力不强。由于当时算法的限制,若隐含层数较多,可能会出现梯度爆炸或者梯度消散的现象。而且当时的硬件水平较为落后,增加

隐含层数意味着需要调节的神经网络参数增多,一般的计算机很难承担起如此庞大的运算工作。如今神经网络技术飞速发展,计算机硬件性能日益更新,使得训练基于大数据的深层神经网络成为可能。

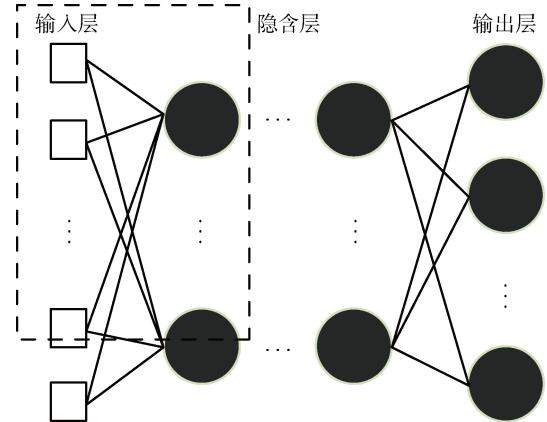


图 4 深层 BP 神经网络

Fig. 4 Deep BP neural network

**2.3.1 激活函数** 选取的激活函数有两种,一种是 tanh 函数,其能够使神经网络具有很好的非线性模拟能力;另一种是 elu 函数,其可以较好地缓解梯度消散的问题。其公式如下:

$$y_{\text{tanh}} = \frac{e^p - e^{-p}}{e^p + e^{-p}} \quad (13)$$

$$y_{\text{elu}} = \begin{cases} p, & p > 0 \\ \epsilon(e^p - 1), & p \leq 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中: $p$  为预激活值; $\epsilon$  为可调参数。隐含层神经元采用的是 tanh 激活函数,输出层神经元采用的是 elu 激活函数。

**2.3.2 优化算法** 经验性结果证明,Adam 算法在实践中具有良好的性能,与其他随机优化算法相比具有较大的优势<sup>[17]</sup>。因此,采用 Adam 算法优化梯度下降法,用于调节神经网络的参数,其公式如下:

$$g_t = \nabla_{\xi_{t-1}} E_t(\xi_{t-1}) \quad (15)$$

$$\phi_t = \tau_1 \phi_{t-1} + (1 - \tau_1) g_t \quad (16)$$

$$v_t = \tau_2 \phi_{t-1} + (1 - \tau_2) g_t^2 \quad (17)$$

$$\hat{\phi}_t = \phi_t / (1 - \tau_1^t) \quad (18)$$

$$\hat{v}_t = v_t / (1 - \tau_2^t) \quad (19)$$

$$\xi_t = \xi_{t-1} - \zeta \hat{\phi}_t / (\sqrt{\hat{v}_t} + \epsilon) \quad (20)$$

式中: $\xi_{t-1}$  为神经网络第  $t-1$  次迭代时需要优化的参数; $E_t(\xi_{t-1})$  为当前的代价函数; $g_t$  为  $E_t(\xi_{t-1})$  的梯度; $\tau_1$  和  $\tau_2$  为 Adam 算法中的两个超参数; $\phi_t$  为偏一阶矩估计; $v_t$  为偏二阶原始矩估计; $\hat{\phi}_t$  为矫正的偏一阶矩估计; $\hat{v}_t$  为矫正的偏二阶原始矩估计; $\zeta$  为学习率; $\epsilon$  为一个用于调节神经网络稳定性的值; $\xi_t$  为

调节过后的神经网络参数.

**2.3.3 代价函数** 代价函数为均方差(MSE)函数的神经网络能够很好地估计有限样本的后验概率. 对于深层 BP 神经网络, 采用 MSE 作为其代价函数, 其表达式为

$$f_{\text{MSE}} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (y_{ij} - \tilde{y}_{ij})^2 \quad (21)$$

式中:  $M$  为输入样本的数目;  $N$  为一个输出数据的维度;  $y_{ij}$  为第  $i$  个样本中标签的第  $j$  个数;  $\tilde{y}_{ij}$  为第  $i$  个样本对应的神经网络的输出值中的第  $j$  个数.

### 3 结果和讨论

分别利用深层 BP 神经网络和 RBF 神经网络预测层状周期结构的能量传输谱. 考虑单参数、双参数和三参数变化的 3 种情况. 单参数预测考虑填充比变化; 双参数预测考虑切变模量比和密度比变化; 三参数预测同时考虑填充比、切变模量比和密度比的变化.

对于预测精度的衡量标准, 采用神经网络预测值与真实值(即标签)中每个点的平均绝对误差的绝对值, 即

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |y_j - \tilde{y}_j|, \quad (22)$$

式中:  $y_j$  为真实值;  $\tilde{y}_j$  为神经网络的预测值.

3 种情况下训练深层 BP 神经网络时代价函数的收敛曲线如图 5 所示, 其中  $Q$  为迭代次数. 从图 5 中可以看出, 3 种情况下代价函数均收敛到了较小的值, 由于对代价函数的数值取了对数, 所以其微小的变化也会使图中的收敛曲线显示出较大的振荡, 这说明深层 BP 神经网络对于训练集的学习效果较好.

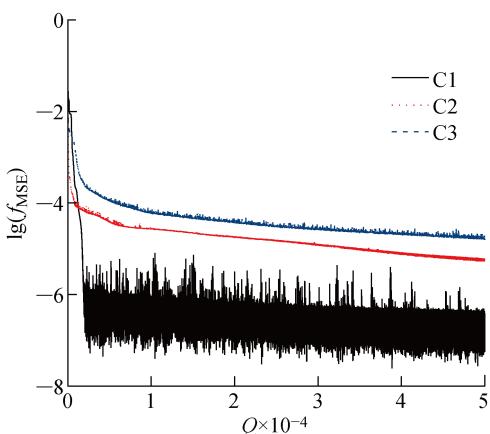


图 5 3 种情况下深层 BP 神经网络代价函数的收敛曲线

Fig. 5 Convergence curves of cost function for deep BP neural networks under three conditions

### 3.1 单参数变化

单参数变化时, 数据集由训练集 I 和测试集 I 组成. RBF 神经网络的结构为“1-15-100”, 其中, “1”为输入层的维度, “15”为隐含层神经元的数目, “100”为输出层神经元的数目; 深层 BP 神经网络的结构为“1-100-60-30-20-60-100”, 其中, “1”为输入层的维度, 最后一个“100”为输出层神经元的数目, 其他数字表示相应隐含层神经元的数目. 测试集 I 中神经网络预测值与真实值(标签)的对比如图 6 所示. 由图 6 可知, 仅 10 组样本数据训练的深层 BP 神经网络和 RBF 神经网络获得了较满意的预测结果, 两种神经网络的预测值与真实值的吻合度较高且精度相近. RBF 神经网络的预测误差分别为 0.39、0.48 和 0.58; 深层 BP 神经网络的预测误差分别为 0.36、0.47 和 0.59. 两种神经网络预测一组数据所需时间约为 2 ms.

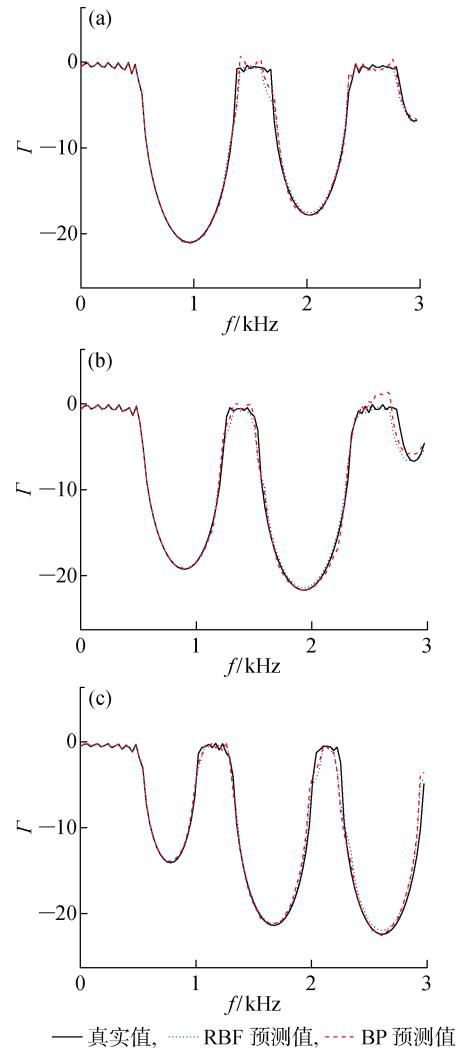


图 6 能量传输谱预测值与真实值对比(3 个测试样本)

Fig. 6 Comparison of predicted values of energy transmission spectrum with real values (3 test samples)

### 3.2 双参数变化

双参数变化时,数据集由训练集 II 和测试集 II 组成。RBF 神经网络的结构为“2-100-100”;深层 BP 神经网络为“2-100-60-30-20-60-100”。测试集 II 中 4 组神经网络的预测结果与真实值的对比如图 7 所示。从图 7 中可以看出,两种神经网络的预测精度都

很高,尤其是衰减域频率范围和低频区能量传递系数与真实值吻合得很好,仅图 7(d)中 RBF 神经网络的预测结果稍偏离了真实值。测试集中两种神经网络预测误差的统计图如图 8 所示。其中: $J$  为样本数。由图 8 可知,深层 BP 神经网络的预测效果更好。

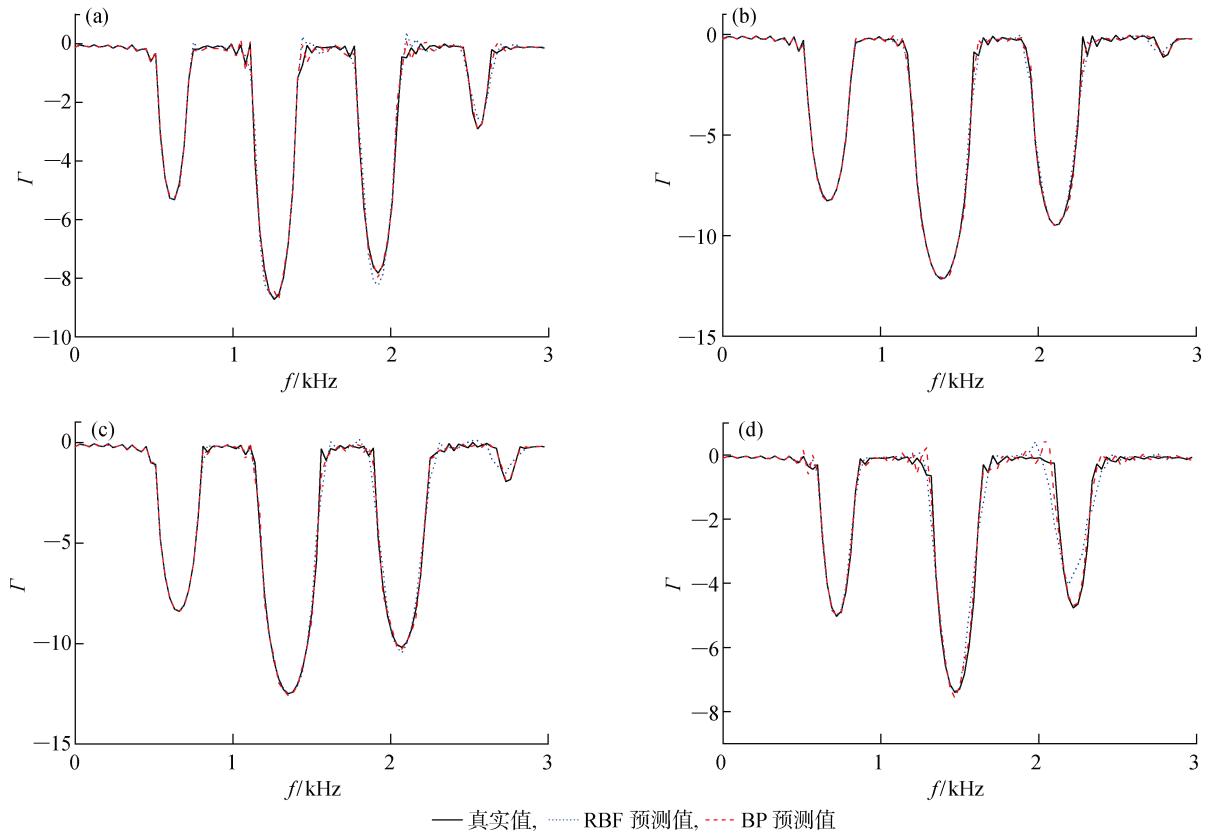


图 7 能量传输谱预测值与真实值对比(30 个测试样本中的 4 组)

Fig. 7 Comparison of predicted values of energy transmission spectrum with real values (4 groups out of 30 test samples)

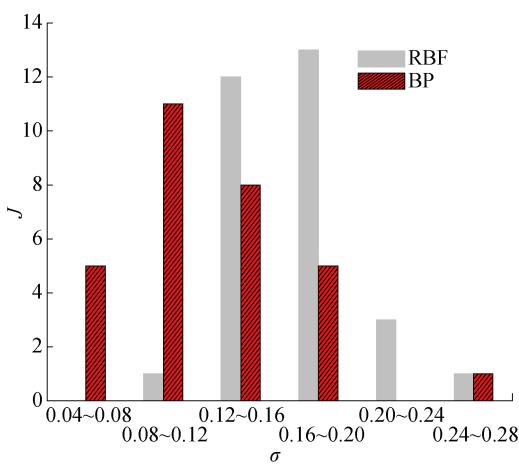


图 8 两种神经网络预测值的误差统计(30 个测试样本)

Fig. 8 Error statistics for two neural network predictions (30 test samples)

### 3.3 三参数变化

三参数变化时,数据集由训练集 III 和测试集 III 组成。RBF 神经网络的结构为“3-1 000-100”;深层 BP 神经网络为“3-300-100-80-80-80-80-60-60-60-100”,共 10 个隐含层。测试集 III 中 4 组神经网络的预测结果与真实值的对比如图 9 所示。从图 9 中的 4 组结果可以看出,深层 BP 神经网络的预测值与真实值吻合得较好,但是 RBF 神经网络的预测结果出现了极大的偏离。测试集中两种神经网络预测误差的统计图如图 10 所示。从图 10 中可以看出,RBF 神经网络的预测精度极不稳定,300 组测试样本中接近一半的预测结果误差大于 0.50,其中最大误差达到 18.35;而深层 BP 神经网络依然发挥着很好的性能,最大误差仅为 0.33,90% 的样本误差落在(0.14,0.26)。

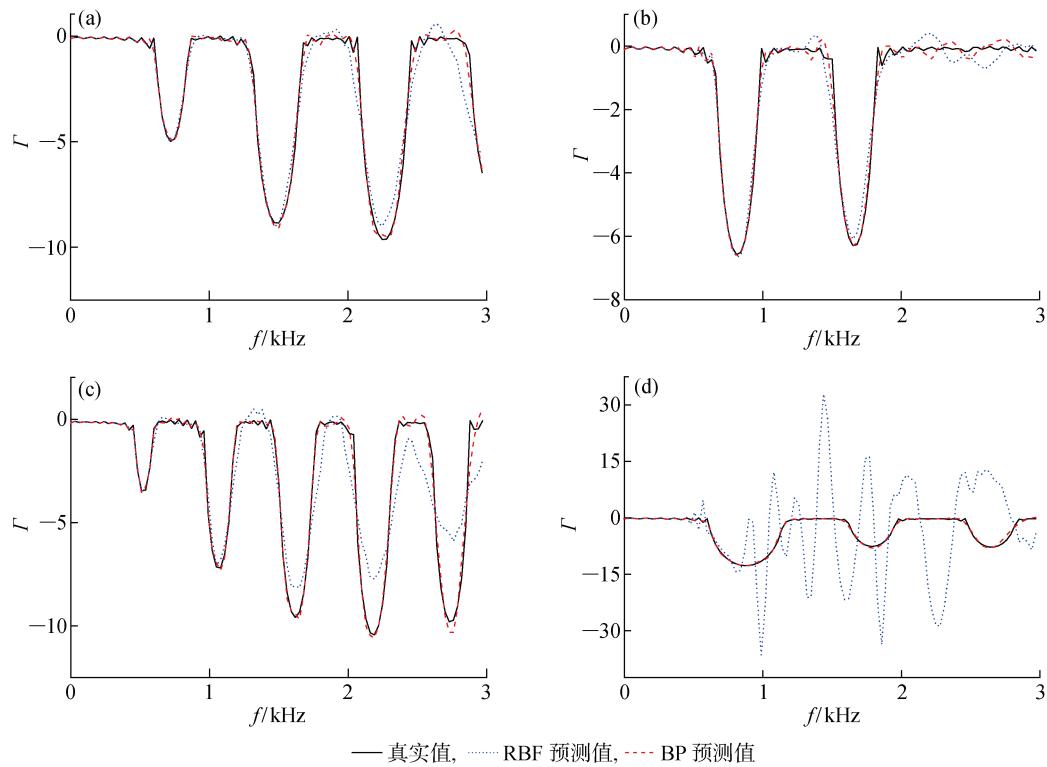


图 9 能量传输谱预测值与真实值对比(300 个测试样本中的 4 组)

Fig. 9 Comparison of predicted values of energy transmission spectrum with real values (4 groups out of 300 test samples)

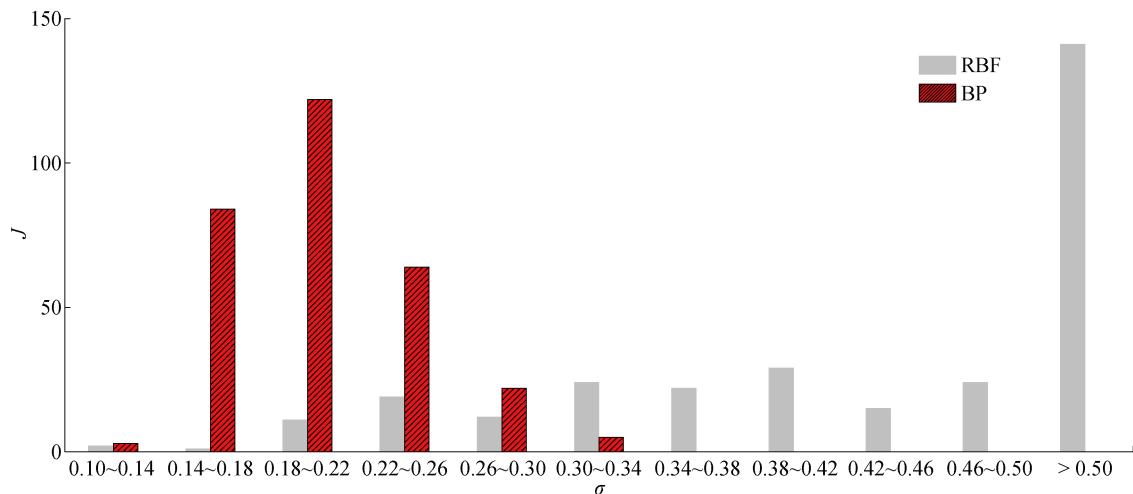


图 10 两种神经网络预测值的误差统计(300 个测试样本)

Fig. 10 Error statistics for two neural network predictions (300 test samples)

#### 4 结语

通过构建深层 BP 神经网络,实现了层状周期结构能量传输谱的精准预测,分别考虑了几何参数和物理参数单独变化及同时变化 3 种情况并与 RBF 神经网络进行了对比。研究结果表明:当仅考虑填充比变化时,两种神经网络的预测精度较高,且性能相近;当考虑切变模量比和密度比同时变化时,

两种神经网络的预测结果都较好,但深层 BP 神经网络的性能更优;当同时考虑填充比、切变模量比和密度比变化时,两种神经网络的表现差异很大。深层 BP 神经网络预测精度高且性能稳定,预测误差范围为 0.10~0.34;而 RBF 神经网络的预测精度极不稳定,其测试集样本的预测误差范围为 0.10~18.35,其中接近一半的误差超过 0.50。

利用神经网络实现周期结构的正向预测是实现

其反向设计的前提。传统的周期结构反向设计的方法是将机器学习与解析法或数值法结合,比如遗传算法结合有限元法。由于解析法和数值法计算较慢,采用以上方法设计一个周期结构所需的时间较长。若用神经网络替代解析法或数值法,即可以结合遗传算法和神经网络,用神经网络辅助计算遗传算法中个体的适应度,这将能省去大量的计算时间。

通过神经网络实现了层状周期结构能量传输谱的智能预测,对于不同的几何参数和物理参数,BP神经网络均可以快速、准确地预测出衰减域的频率范围及衰减幅度,避免了大量经验性尝试所带来的计算资源消耗。神经网络预测可以作为周期结构设计的一种辅助工具,在快速准确地预测出结构传输谱的基础上,针对环境振动或地震动领域减隔振问题需求,结合遗传算法或其他方法能够快速找到符合设计要求的结构,对于减振分析及设计具有重要的意义。对于层状周期结构传输谱的成功预测也为二维和三维周期结构分析以及周期结构的智能反向设计提供了参考。

## 参考文献:

- [1] SIGALAS M M, ECONOMOU E N. Elastic and acoustic wave band structure[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, 158(2): 377-382.
- [2] LIU Z, ZHANG X, MAO Y, et al. Locally resonant sonic materials[J]. *Science*, 2000, 289(5485): 1734-1736.
- [3] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning [J]. *Nature*, 2015, 521(7553): 436-444.
- [4] 王斌, 刘允才, 茅红伟. 一种基于产生式分数空间的单样本人脸识别方法[J]. 上海交通大学学报, 2017, 51(2): 202-208.
- [5] WANG Bin, LIU Yuncai, MAO Hongwei. Single sample face identification based on generative score space[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2017, 51(2): 202-208.
- [6] YADAV D, YADAV T, VERMA A. Performance analysis of PMSM drive using Artificial Neural Network technique[C]//**2016 International Conference on Emerging Trends in Communication Technologies**. Dehradun, India: IEEE, 2016: 16760722.
- [7] CHAN W, JAITLEY N, LE Q, et al. Listen, attend and spell: A neural network for large vocabulary conversational speech recognition [C] // **2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing**. Shanghai, China: IEEE, 2016: 16004539.
- [8] SIGTIA S, BENETOS E, DIXON S. An end-to-end neural network for polyphonic piano music transcription[J]. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2016, 24(5): 927-939.
- [9] DA SILVA FERREIRA A, MALHEIROS-SILVEIRA G N, HERNANDEZ-FIGUEROA H E. Computing optical properties of photonic crystals by using multilayer perceptron and extreme learning machine [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2018, 36(18): 4066-4073.
- [10] LIU D J, TAN Y X, KHORAM E, et al. Training deep neural networks for the inverse design of nanophotonic structures[J]. *ACS Photonics*, 2018, 5(4): 1365-1369.
- [11] MA W, CHENG F, XU Y H, et al. Probabilistic representation and inverse design of metamaterials based on a deep generative model with semi-supervised learning strategy [J]. *Advanced Materials*, 2019, 31(35): 1901111.
- [12] XIANG H J, SHI Z F, WANG S J, et al. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations: Experimental validation[J]. *Smart Materials and Structures*, 2012, 21(11): 112003.
- [13] SHI Z F, CHENG Z B, XIANG H J. Seismic isolation foundations with effective attenuation zones[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2014, 57: 143-151.
- [14] HUANG J K, LIU W, SHI Z F. Surface-wave attenuation zone of layered periodic structures and feasible application in groundvibration reduction [J]. *Construction and Building Materials*, 2017, 141: 1-11.
- [15] CAMLEY R E, DJAFARI-ROUHANI B, DOBRZYNSKI L, et al. Transverse elastic waves in periodically layered infinite and semi-infinite media[J]. *Physical Review B*, 1983, 27(12): 7318.
- [16] ZHOU X Z, WANG Y S, ZHANG C Z. Effects of material parameters on elastic band gaps of two-dimensional solidphononic crystals[J]. *Journal of Applied Physics*, 2009, 106(1): 014903.
- [17] KINGMA D P, BA J. Adam: A method for stochastic optimization[DB/OL](2017-01-30)[2019-07-15]. <https://arxiv.org/abs/1412.6980>.

(本文编辑:石易文)