

文章编号:1006-2467(2021)01-0040-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.104

# 大型油轮船摇混沌现象的仿真与滑模控制

张显库, 韩 旭

(大连海事大学 航海学院, 辽宁 大连 116026)

**摘 要:** 为了合理解释并控制大型油轮操纵过程中出现的船首异常摆动现象,采用驾驶员模型替代原有的比例模型,结合非线性响应型数学模型,建立了驾驶员操纵大型油轮的闭环系统数学方程,发现其与 Duffing 方程形似,且在一定的参数配置下系统的 Lyapunov 指数为正,说明可以用混沌理论解释船首异常摆动的现象.为实现航向保持的稳定控制并增强对参数不确定的鲁棒性,基于反步法提出了与模型对应的滑模控制率.仿真结果表明,当混沌船摇处于理论最大值时,受控系统的稳态舵角仍小于  $5^\circ$ ,航向偏差小于  $0.07^\circ$ ,所设计的控制器很好地消除了混沌现象.建立人在回路中的混沌系统的思路较为新颖,借助滑模解决反步法参数不确定的方法简单而有效.

**关键词:** 混沌;驾驶员模型;混沌系统建模;反步法;滑模控制;航向保持控制

**中图分类号:** U 661.32

**文献标志码:** A

## Modeling and Sliding Mode Control for Chaotic Yawing Phenomenon of Large Oil Tanker

ZHANG Xianku, HAN Xu

(Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, Liaoning, China)

**Abstract:** In order to explain and control the unexpected yawing phenomenon of large oil tankers, a pilot model is used to replace the original proportional model and is combined with the nonlinear ship responding model to construct a model of the whole closed-loop maneuvering system, which is found to be similar to the chaotic Duffing equation, and to be able to have a positive Lyapunov exponent after parameter adjustment, indicating that the chaotic theory can be used to explain this unexpected yawing phenomenon. In order to realize course keeping control with robustness to parameter uncertainty, based on the model built and the backstepping method, a sliding mode control scheme is proposed. The simulation illustrates that the static state rudder angle is smaller than  $5^\circ$  and course deviation is smaller than  $0.07^\circ$  when the chaotic yawing is at the theoretical maximum. Chaotic yawing is eliminated. The idea of establishing man-in-the-loop chaotic system is novel, and the method of solving backstepping parameter uncertainty through sliding mode is easy and effective.

**Key words:** chaos; pilot model; chaotic system modeling; backstepping method; sliding mode control; course keeping control

收稿日期:2019-04-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51679024)

作者简介:张显库(1968-),男,辽宁省辽阳市人,教授,博士生导师,现主要从事船舶运动控制的研究.

电话(Tel.): 0411-84729572;E-mail:zhangxk@dlmu.edu.cn.

在航海实践中,有经验的驾驶员在操纵大型油轮时常发现,即使在非恶劣海况下也很难让船舶保持直线航行,船首呈现出一种不规则的随机摆动,这种现象用常规理论来解释非常困难.如果对这种异常现象不从理论上进行深入研究,可能会对航行安全和高效航运带来不良影响,更会阻碍无人自主船舶的研究进程.相比于其他船舶,大型油轮往往旋回性好而直航性差,很可能是这一特性导致其更容易出现不规则船摇的现象.本研究以大型油轮为对象研究不规则船摇现象,所述研究方法也适用于具有类似特性的其他类型船舶.

船舶有6个自由度,但到目前为止横摇运动中的混沌<sup>[1]</sup>仍是船舶混沌研究的主流,其他维度的研究则相对较少.文献[2]总结了20世纪船舶非线性运动的研究状况,这些研究主要集中在横摇、垂荡、系泊以及可能导致倾覆的打横上.文献[3-4]运用动力学方法研究了小型船在尾迎浪时的异常纵荡,并指出船舶在特定海浪频率与波长下会出现混沌瞬态以及长期混乱运动.事实上除横摇外,航海实践上最关心的是船摇,因为船摇直接影响航行的效率.考虑到船舶运动及海况干扰的非线性特性,本研究试图直接用非线性系统理论中的混沌理论来解释航海实践中的异常船摇现象.混沌现象是一种非线性动力系统中广泛存在的确定性、类随机的过程,这种过程没有周期性且不收敛,对初始值敏感而难以掌控.目前针对船摇混沌的研究相对较少,文献[5]探讨了能否用混沌理论来解释异常船摇,但该研究建立的混沌方程中,阻尼项和刚度参数范围与实船情况差异较大.文献[6]试图改进文献[5]中一些不合理的参数,并设计了鲁棒控制器来控制混沌运动.尽管如此,文献[6]中的个别参数,例如海浪频率与浪高的描述在实际情况中是极为罕见的,因此其解释仍无法让人信服.文献[7]尝试使用Liu混沌系统重新解释大型油轮的混沌船摇现象,通过对所构造的船舶Abkowitz模型进行化简和变形,发现所得结果与Liu混沌系统形似,但在深入分析后,得到的结果否定了用Liu混沌系统解释的设想.文献[5]在研究操纵闭环控制时使用了比例控制器模拟驾驶员的操纵,本文为了更真实描述有经验驾驶员的操纵特性,引入了人的数学模型<sup>[8-10]</sup>,从而再现操纵大型油轮过程中出现的混沌现象,为进一步设计有效的混沌抑制控制算法打下基础.文献[11-12]沿用文献[6]的思路,给出了Duffing方程形式的混沌模型并使用自适应和滑模控制方法实现了参数不确定下航向保持的稳定控制,但最后未能给出所设计控制输入

与操舵舵角的对应关系.

反步法是非线性控制中的常见方法,它基于Lyapunov定理设计控制器从而保证被控系统的稳定<sup>[13]</sup>.但此方法设计的控制器通常鲁棒性不足,在干扰和参数摄动下控制效果会大打折扣.滑模控制是一种常见的鲁棒控制方法,通过控制量切换引导系统状态沿滑模面滑动,使系统在外部干扰和参数摄动下具有不变性.但在应用时要注意防止滑动模态上的抖振问题,目前代表性的解决方法有准滑动模态方法的边界层设计、更改滑模面的趋近律的方法、滤波方法、观测器方法、动态滑模以及智能控制优化等方法<sup>[14]</sup>.本研究由于计算最终执行器输出(即舵角)时,必然存在一个一阶惯性项作用于滑模率,所以控制率本身不需要做进一步处理,舵角也不会出现剧烈抖振.从滑模控制率对舵角的影响来看,这相当于采用了滤波方法.

## 1 有经验驾驶员的数学模型

驾驶员对系统的影响很复杂,但若粗犷处理的话可以认为主要是一系列延迟和增益的组合,文献[5]所给出的驾驶员模型为转舵速率误差的比例模型,并未考虑驾驶员应变及操纵所需的时间,因而精确性和说服力相对不足,这里参照文献[8]所提出的驾驶员模型,采用传递函数形式描述驾驶员对系统的影响,输入和输出分别为操舵角和航行误差.

$$G_H(s) = \frac{\delta}{\Delta\psi} = \frac{K_p e^{-\tau s}}{(T_n s + 1)(T_l s + 1)} \quad (1)$$

式中: $G_H(s)$ 为传递函数形式的驾驶员模型; $s$ 为拉普拉斯算子; $\delta$ 为舵角; $\Delta\psi$ 为航向改变量; $K_p$ 为静态船舶驾驶员增益,取值为 $1 \sim 300$ ;  $\tau$ 为时滞,反映了驾驶员的固有延时特性,取值 $0.1 \sim 0.6$  s,是驾驶员反应与动作的必要时间; $e$ 为自然常数; $T_n$ 为人体动作惯性常数,一般取 $0.1 \sim 0.2$  s; $T_l$ 为大脑滞后补偿时间常数,一般取 $1 \sim 30$  s.

由泰勒公式有 $e^{-\tau s} \approx 1 - \tau s$ ,并利用高等数学中的近似公式,当 $z \rightarrow 0$ 时, $(1+z)^{1/n} \approx 1 + \frac{1}{n}z$ ,令 $n = -1, z = \tau s$ ,则

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1}{1 + \tau s} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),并忽略低频时( $s = j\omega \rightarrow 0, j$ 为虚数单位, $\omega$ 为信号频率)的二阶和三阶小量,式(1)可近似为一阶模型

$$G_H(s) = \frac{\delta}{\Delta\psi} = \frac{K_p}{(T_n + \tau + T_l)s + 1} = \frac{K_p}{T_p s + 1} \quad (3)$$

式中: $T_p = T_n + \tau + T_l$ .

2 船舶运动响应型非线性数学模型

船舶模型有多种形式,其中 Nomoto 模型因其简单实用的特性而具有很高的使用率,但其推导过程需要使用昂贵的海试数据,否则需要使用 Clarke 整理的线性流体动力导数<sup>[15]</sup>,而 Clarke 的研究发表于 1982 年,随着近几十年来船舶的大型化,其精度有所下降.在文献[6]和[15]中给出了一种非线性的 Nomoto 模型,非线性项的增加使船舶的运动得到了更加准确的描述.具体如下:

$$\ddot{r} + a_1 \dot{r} + a_0 r + c_0 r^3 = b_1 \dot{\delta} + b_0 \delta \tag{4}$$

式中:  $r$  为转艏角速度;  $a_1 = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}$  为阻尼项系数,表征系统阻尼;  $a_0 = \frac{\alpha}{T_1 T_2}$  为刚度系数,表示系统的回复力;  $c_0 = \frac{\beta}{T_1 T_2}$ ,  $b_1 = \frac{K T_3}{T_1 T_2}$ ,  $b_0 = \frac{K}{T_1 T_2}$ ;  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $K$  为二阶 Nomoto 模型  $\frac{r}{\delta} = \frac{K(T_3 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$  中的参数;  $\alpha$ ,  $\beta$  为非线性 Nomoto 模型参数,可通过船舶回转试验由系统辨识算法求出<sup>[15]</sup>.这些变量皆为船舶参数,可由船舶资料直接或简单计算后获得.

3 船舶广义数学模型混沌分析

Duffing 方程是一种典型的混沌方程,其一般形式为

$$\ddot{x} + k\dot{x} + mx + nx^3 = f(\cos(\omega_0 t)) \tag{5}$$

通过比较可知,式(5)与式(4)形似,故可以用 Duffing 方程研究船舶运动中的混沌现象.

将式(3)变成输入为航向误差的微分方程的形式:

$$\dot{\delta} + \frac{1}{T_p} \delta = \frac{K_p}{T_p} \Delta\psi \tag{6}$$

令  $x_1 = r, x_2 = \dot{r}$ , 式(4)变成:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_1 x_2 - a_0 x_1 - c_0 x_1^3 + b_1 \left( \dot{\delta} + \frac{1}{T_3} \delta \right) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

由于海浪可用正弦波描述,船舶在海浪作用下的艏摇也表现出正弦性质,所以此处可用正弦波描述海浪作用下的艏摇,令式(6)中  $\Delta\psi = B\sin(\omega_1 t)$ , 针对  $T_3$  与  $T_p$  相近的系统,再将替换后的式(6)代入式(7),可得:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_1 x_2 - a_0 x_1 - c_0 x_1^3 + b_1 \frac{K_p}{T_p} B \sin(\omega_1 t) \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

式中:  $B$  为海浪对船舶的摆艏增益,取值范围为  $0 \sim 2\pi$ ;  $\omega_1$  为艏摇角频率,其取值范围依据海浪常见周期设定为  $0.25 \sim 1.25$  rad/s,这里取  $\omega_1 = 0.25$  rad/s;  $K_p = 250$ ,  $T_p = 28$ ,  $B = 2.5$ .经过观察发现,式(8)和(5)形式上很相似,所以预言当参数配置适当,船舶广义数学模型有混沌解,船舶航向保持过程中存在混沌现象.

表 1 所示为大型油轮 Davis Sea 的船舶参数,计算出相应参数为  $a_1 = 0.087\ 74$ ,  $a_0 = 0.000\ 85$ ,  $c_0 = 48.864$ ,  $b_1 = 0.000\ 91$ .

采用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法(ode45)对该系统的状态变化求解,初始值为  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ ,系统的相图及分岔图分别如图 1 和 2 所示.相图的纵横坐标皆为状态变量,由相图可以看到系统状态变量的变化轨迹.分岔图则展现的是某一状态变量随系统参数的变化情况,其中虚点的部分意味着系统状态的不稳定(不收敛),蕴含着发生混沌的可能.

混沌现象存在遍历性、有界性和内随机性,从图 1 可以初步判断在前述的参数下系统出现了混沌,

表 1 大型油轮 Davis Sea 的船舶参数

Tab. 1 Ship parameter of large oil tanker Davis Sea

参数	取值	参数	取值
两柱间长/m	234	重心距中心距离/m	8.536
船宽/m	42	航速/kn	14.8
吃水/m	14.9	舵叶面积/m <sup>2</sup>	65.04
方形系数	0.817	排水量/m <sup>3</sup>	122 945
K	0.07	T <sub>3</sub>	28.43
T <sub>1</sub>	179.4	α	26.59
T <sub>2</sub>	12.17	β	152 406.7

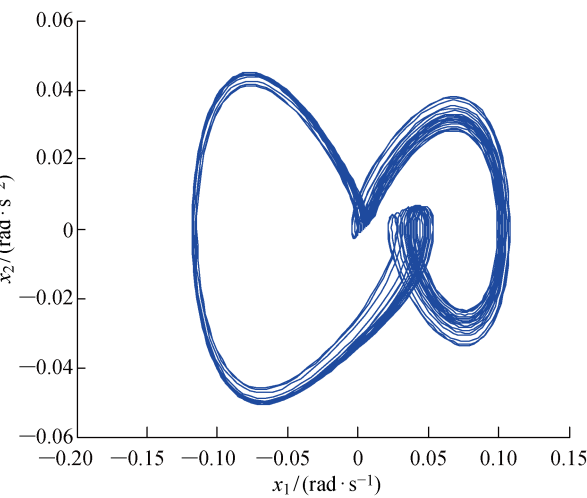


图 1 系统相图  
Fig. 1 System phase

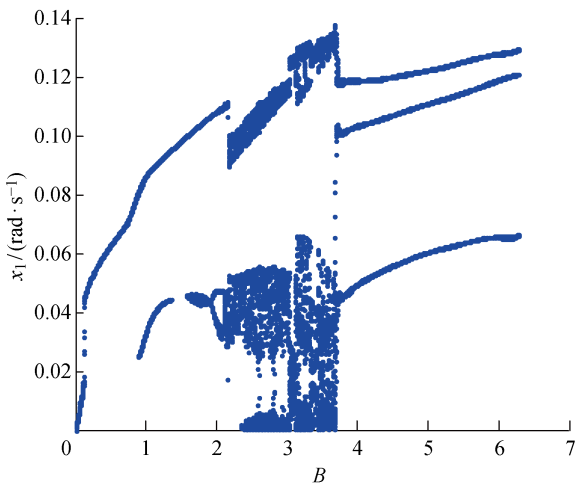


图 2  $B=0\sim 2\pi$  时的系统分岔图  
Fig. 2 Bifurcation diagram at  $B=0\sim 2\pi$

而当  $\omega_1=0.25\text{ rad/s}$  时,由图 2 则可以进一步看出可能引发混沌的参数范围大致为  $\frac{K_p}{T_p}B=\frac{250}{28}\times(2.2\sim 3.6)=(19.64\sim 32.14)$ . 为了进一步证明混沌在区间内的发生,还需要再计算系统的 Lyapunov 指数<sup>[16]</sup>. Lyapunov 指数表征的是系统相空间中相邻的轨道间收敛或发散的平均指数率,在三维情况下的稳定性判断准则如表 2 所示,其中任一维度上的正 Lyapunov 指数代表系统在该维度方向上的发散.

本文采用 Jacobi 方法求解 Lyapunov 指数,其基本原理是首先求解出系统微分方程的近似解,然后对系统的 Jacobi 矩阵进行 QR(正交三角)分解,并计算其特征值的乘积,从而计算出系统的 Lyapunov 指数,具体的计算原理如下<sup>[17]</sup>.

表 2 三维系统 Lyapunov 指数与系统稳定性对应关系  
Tab. 2 Correspondence between Lyapunov exponent and system stability in 3-dimensional systems

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$	系统稳定性
$(-, -, -)$	稳定不动点
$(0, -, -)$	极限环
$(0, 0, -)$	二维环面
$(+, +, 0)$	不稳极限环
$(+, 0, 0)$	不稳二维环面
$(+, 0, -)$	混沌吸引子

对于微分方程

$$\dot{x} = F(x), \quad x \in R^n \tag{9}$$

式中: $x \in R^n$  表示  $x$  是  $n$  维实数域矢量; $F$  为向量  $x$  到  $\dot{x}$  的映射. $t$  时刻  $x$  的取值  $x(t)$  在空间中切向量  $\varepsilon$  的迭代过程可以表示为

$$\dot{\varepsilon} = J(x(t))\varepsilon, \quad J = \frac{\partial F}{\partial x} \tag{10}$$

$J$  是  $F$  的 Jacobi 矩阵,式(10)的解可表示为

$$\varepsilon(t) = U(\varepsilon(0), t) \tag{11}$$

式中: $U$  为  $\varepsilon(0) \rightarrow \varepsilon(t)$  的映射, $\varepsilon(0), \varepsilon(t)$  分别指  $\varepsilon$  在 0 时刻和  $t$  时刻的值. $U$  的渐进行为可用指数  $\lambda$  表示为

$$\lambda(x(0), \varepsilon(0)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{t} \ln \frac{\|\varepsilon(t)\|}{\|\varepsilon(0)\|} \right) \tag{12}$$

系统的 Lyapunov 指数可定义为上述重复过程的均值,即

$$\begin{aligned} \lambda &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k \Delta t} \sum_{j=1}^k \ln \frac{\|\varepsilon((j+1)\Delta t)\|}{\|\varepsilon(j\Delta t)\|} = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k \Delta t} \ln \left[ \frac{\|\varepsilon((k+1)\Delta t)\|}{\|\varepsilon(k\Delta t)\|} \times \right. \\ &\quad \left. \frac{\|\varepsilon(k\Delta t)\|}{\|\varepsilon((k-1)\Delta t)\|} \times \dots \times \frac{\|\varepsilon(2\Delta t)\|}{\|\varepsilon(\Delta t)\|} \right] = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k \Delta t} \ln |J(k)J(k-1)\dots J(1)| \end{aligned} \tag{13}$$

Lyapunov 指数值随时间的变化如图 3 所示,最终迭代出的结果为  $\lambda_1=0.008\,718\,9, \lambda_2=0, \lambda_3=-0.096\,459$ ,符合表 2 混沌吸引子的特性,故可以确定系统在此状态下出现了混沌现象.

功率谱形状也是判断混沌的途径之一. 功率谱图的尖峰意味着周期性,而混沌运动功率谱不再出现离散的谱线,像噪声一样是连续的过程. 图 4 给出了此时的系统功率谱(PSD),可见无法从噪声中区分明显的尖峰,这意味着没有显著的周期性,进一步佐证了混沌的发生.

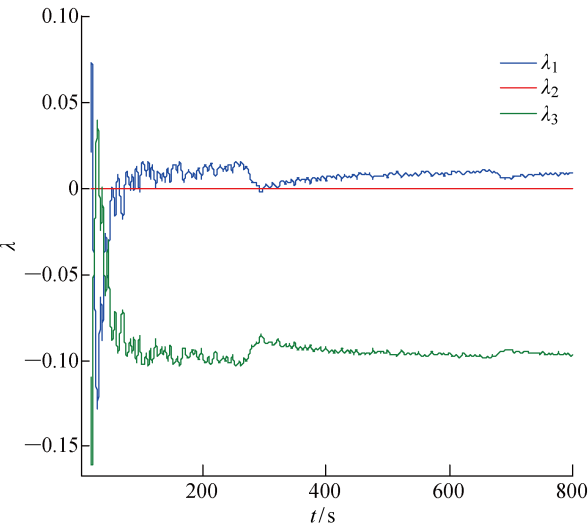


图 3 系统的 Lyapunov 指数  
Fig. 3 Lyapunov exponents of system

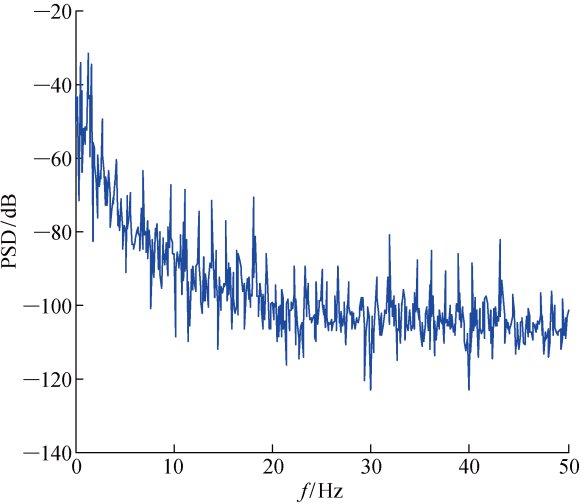


图 4 系统功率谱  
Fig. 4 Power spectrum of system

为直观展示混沌与船摇的关系,图 5 给出了状态变量  $x_1$  (即转艏角速度  $r$ ) 随时间的变化情况. 可以看到,虽然约每 25 s 船舶会完成一轮船摇,但船摇的过程不尽相同,具有非周期性和混沌特点.

通过进一步调整参数  $\omega_1$  我们发现,在  $B$  的取值范围内,当  $K_p$ 、 $T_p$  不变而  $\omega_1$  增大时,导致混沌发生的  $B$  的初值增大;相应地,当  $\omega_1$  减小时会使能造成混沌的  $B$  初值减小. 但无论  $\omega_1$  过大还是过小都会导致混沌现象的消失( $\omega_1$  取值范围决定了本例不存在混沌消失下界). 就式(8)规定的系统来说,这一规律具有普适性,只是针对不同船舶, $\omega_1$  和  $B$  的临界值会有所改变. 如图 6 所示,经过测试,油轮 Davis Sea 可以导致船摇混沌的海浪区间为  $0.25 \text{ rad/s} \leq \omega_1 \leq 0.38 \text{ rad/s}$ . 由以上分析可以确定,海况稳定时遇到不规则船摇极为可能为混沌现象.

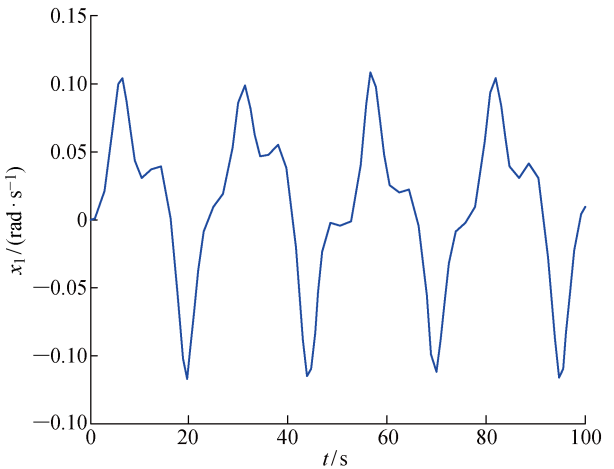


图 5 状态变量  $x_1$  随时间变化曲线  
Fig. 5 Time curve of state variable  $x_1$

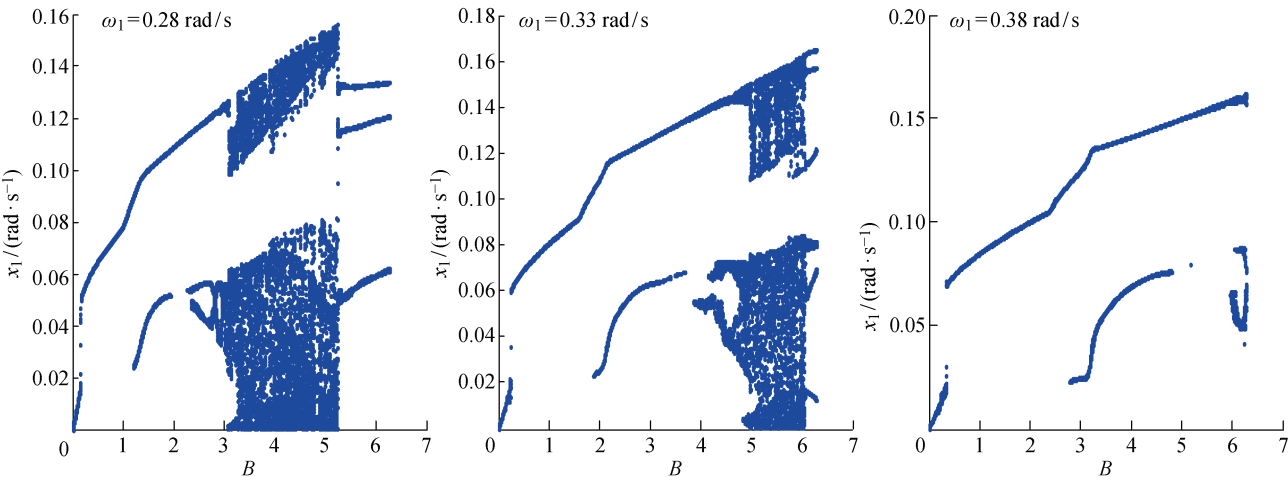


图 6 不同角频率下的系统分叉图  
Fig. 6 System bifurcation at different angular frequencies

## 4 基于反步法的滑模控制

为控制式(8)所示系统,在式(8)的第 2 式后加入一个控制项  $u$ ,使被控系统变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_1 x_2 - a_0 x_1 - c_0 x_1^3 + \\ &\quad b_1 \frac{K_p}{T_p} B \sin(\omega_1 t) + u \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

令  $f = b_1 \frac{K_p}{T_p} B \sin(\omega_1 t) < \rho$ , 由  $B \in (0, 2\pi)$ , 易知混沌发生时  $|f| < 0.05$ . 定义误差变量  $e = x_{1d} - x_1$ , 式中:  $e$  为状态  $x_1$  的控制误差;  $x_{1d}$  为  $x_1$  的目标值. 对  $e$  求导得到

$$\dot{e} = \dot{x}_{1d} - x_2$$

建立第 1 个 Lyapunov 方程:  $V_1 = \frac{1}{2}e^2$ . 对  $V_1$  求得

$$\dot{V}_1 = e\dot{e} = e(\dot{x}_{1d} - x_2) \quad (15)$$

为使  $\dot{V}_1$  负定, 令

$$x_{2d} = \dot{x}_{1d} + k_1 e \quad (16)$$

式中:  $x_{2d}$  为  $x_2$  的控制目标值. 定义关于  $x_2$  的误差变量  $\gamma$ ,

$$\gamma = x_{2d} - x_2 \quad (17)$$

将式(16)、(17)代入式(15), 得到

$$\dot{V}_1 = -k_1 e^2 + e\gamma \quad (18)$$

而

$$\dot{\gamma} = \dot{x}_{2d} - \dot{x}_2 =$$

$$\ddot{x}_{1d} + k_1 \dot{e} - (-a_1 x_2 - a_0 x_1 - c_0 x_1^3 + f + u)$$

将  $\dot{e} = \dot{x}_{1d} - x_2$  代入并化简有

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \ddot{x}_{1d} + k_1(\dot{x}_{1d} - x_2) + a_1 x_2 + \\ &\quad a_0 x_1 + c_0 x_1^3 - f - u \end{aligned} \quad (19)$$

建立第 2 个 Lyapunov 方程:  $V_2 = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\gamma^2$ .

对  $V_2$  对求得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \gamma\dot{\gamma} = \\ &\quad -k_1 e^2 + e\gamma + \gamma\dot{\gamma} = \\ &\quad -k_1 e^2 + \gamma(e + \dot{\gamma}) \end{aligned}$$

为使  $\dot{V}_2$  负定, 令  $e + \dot{\gamma} = -k_2 \gamma$  并代入式(19),

$$\begin{aligned} u &= e + \ddot{x}_{1d} + k_1(\dot{x}_{1d} - x_2) + \\ &\quad a_1 x_2 + a_0 x_1 + c_0 x_1^3 - f + k_2 \gamma \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)为经反步法所设计的标准控制率, 它满足使  $V_2$  正定而  $\dot{V}_2$  负定, 因此对所建立模型能稳定控制. 但显然面对模型摄动时它的鲁棒性不足, 且  $f$  中的

变量  $\omega_1$  难以检测, 为此我们将式中的有界项  $f$  用一个滑模控制率替代, 即

$$\begin{aligned} u_s &= e + \ddot{x}_{1d} + k_1(\dot{x}_{1d} - x_2) + a_1 x_2 + \\ &\quad a_0 x_1 + c_0 x_1^3 + \rho \frac{\gamma}{|\gamma|} + k_2 \gamma \end{aligned} \quad (21)$$

式中:  $\rho$  为  $|f|$  的上界. 那么化简  $\dot{V}_2$  可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -f\gamma - \rho|\gamma| - k_1 e^2 - k_2 \gamma^2 \leq \\ &\quad |f||\gamma| - \rho|\gamma| - k_1 e^2 - k_2 \gamma^2 \leq \\ &\quad \rho|\gamma| - \rho|\gamma| - k_1 e^2 - k_2 \gamma^2 = \\ &\quad -k_1 e^2 - k_2 \gamma^2 \end{aligned} \quad (22)$$

因此  $\dot{V}_2$  半负定. 又因为  $k_1 e^2 + k_2 \gamma^2$  的导数有界 (Lyapunov 定理保证了  $e$  和  $\gamma$  有界), 即  $k_1 e^2 + k_2 \gamma^2$  一致且连续, 由 Barbalat 引理<sup>[18]</sup>可知  $\lim_{t \rightarrow \infty} V_2 = 0$ , 即  $e$  和  $\gamma$  都趋于 0.

使用式(7)来获取舵角  $\delta$ , 即

$$\begin{aligned} -a_1 x_2 - a_0 x_1 - c_0 x_1^3 + b_1 \left( \dot{\delta} + \frac{1}{T_3} \delta \right) = \\ e + \ddot{x}_{1d} + k_1(\dot{x}_{1d} - x_2) + a_1 x_2 + \\ a_0 x_1 + c_0 x_1^3 + \rho \frac{\gamma}{|\gamma|} + k_2 \gamma \end{aligned}$$

因为船舶转向时受到的水动力影响远大于海浪的影响, 所以转向必然是向同一侧的, 且转向过程稳定, 不会出现混沌船摇现象, 这里只需考虑直航的情况, 此时  $\dot{x}_{1d}$  和  $\ddot{x}_{1d}$  等于 0, 可得关于  $\delta$  的传递函数为

$$\frac{\delta}{R} = \frac{T_3}{1 + T_3 s} \quad (23)$$

式中:  $R = e - k_1 x_2 + 2a_1 x_2 + 2a_0 x_1 + 2c_0 x_1^3 + k_2 \gamma + \rho \frac{\gamma}{|\gamma|}$ ;  $\gamma$  由式(16)和(17)得到,  $\gamma = k_1 e - x_2$ . 注意此时舵角相当于  $R$  在低通滤波后调整增益, 因此滑模控制中常见的快速切换问题在这里影响较小, 不需要做趋近层设计或趋近律的改动, 这一点也可在下文中看出.

## 5 仿真结果

代入相关数据, 设定  $B = 2\pi$  (取最大可能值, 若此条件能控, 更小的值必然能控), 取  $\rho = 0.07$ ,  $k_1 = k_2 = 1$ , 控制前后的船摇速率和控制舵角如图 7 和 8 所示, 仿真结果以角度制表示以便直观理解. 控制作用施加于 80 s, 舵角限幅  $20^\circ$ .

由图 7 可以看出未加控制时系统处于混沌船摇状态, 应用控制后航向迅速稳定,  $|x_1|$  的最大值从  $6.6^\circ/\text{s}$  降到  $0.12^\circ/\text{s}$ , 积分后可知航向稳态偏差小于  $0.07^\circ$ . 由图 8 可知控制舵角绝对值最大为  $17.2^\circ$ , 稳定舵角绝对值最大为  $5^\circ$ , 控制效果令人满意.

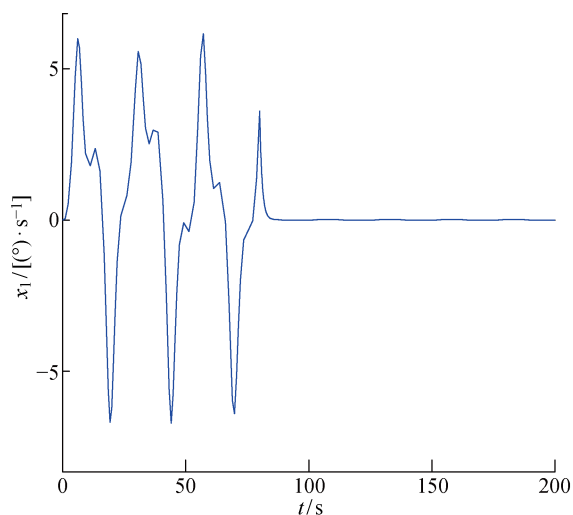


图7 控制前后转艏速率

Fig. 7 Turning rate before and after control

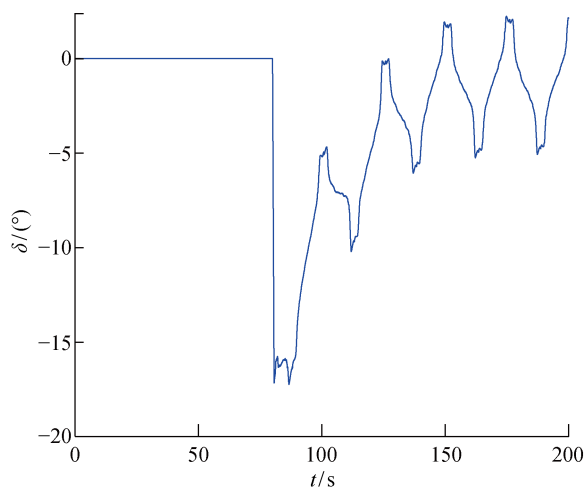


图8 控制舵角

Fig. 8 Controlling rudder angle

## 6 结语

大型油轮的不规则艏摇确实可以用混沌理论解释. 由于船舶性能与迎浪幅频的差异, 艏摇模型参数存在着变动区间, 变动区间内存在能造成混沌的部分, 因此这种不规则艏摇是可能发生的. 不规则艏摇现象得到了相对合理的解释, 造成混沌的参数区间也已得出. 为避免不规则艏摇, 又针对所建模型提出了相应的滑模控制率, 避免了测量海浪频率的同时改善了控制系统的鲁棒性, 为消除混沌艏摇的不利影响给出了一种不错的思路和方案.

### 参考文献:

[1] LIU Y, HU A, HAN F, *et al.* Numerical method

research on nonlinear roll system of large container ship[C] // **34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (ASME 2015)**. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 2015: 2-22.

- [2] SPYROU K J, THOMPSON J M T. The nonlinear dynamics of ship motions; A field overview and some recent developments[J]. **Philosophical Transactions Mathematical Physical & Engineering Sciences**, 2000, 358(1771): 1735-1760.
- [3] SPYROU K J, THEMELIS N, KONTOLEFAS I. Nonlinear surge motions of a ship in bi-chromatic following waves[J]. **Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulations**, 2018, 56: 296-313.
- [4] KONTOLEFAS I, SPYROU K J. Coherent structures in phase space, governing the nonlinear surge motions of ships in steep waves[J]. **Ocean Engineering**, 2016, 120: 339-345.
- [5] 苏宁. 混沌学与船舶控制应用[D]. 大连: 大连海事大学, 1996.  
SU Ning. Chaos and ship motion control[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 1996.
- [6] 朱璐. 船舶航向保持中的混沌及鲁棒控制[D]. 大连: 大连海事大学, 2009.  
ZHU Lu. Chaos in the course keeping control of ships and robust control method[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2009.
- [7] 毕宁宁. 参数不确定 Liu 混沌系统的鲁棒控制[D]. 大连: 大连海事大学, 2009.  
BI Ningning. Robust control of parameter uncertain Liu chaotic system[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2009.
- [8] 于黎明, 王占林, 裴丽华. 人机控制与驾驶员模型研究[J]. **电光与控制**, 2000(1): 1-8.  
YU Liming, WANG Zhanlin, QIU Lihua. The study on pilot/flight control system and pilot model[J]. **Electronics Optics & Control**, 2000(1): 1-8.
- [9] 蒋维安. 多维比例微分非线性飞行员模型及仿真应用[J]. **系统仿真学报**, 2018, 30(10): 100-107.  
JIANG Weian. Multi-dimension proportion-differential nonlinear pilot model and simulation application [J]. **Journal of System Simulation**, 2018, 30(10): 100-107.
- [10] YUCELEN T, YILDIZ Y, SIPAHI R, *et al.* Stability limit of human-in-the-loop model reference adaptive control architectures [J]. **International Journal of Control**, 2017, 91(10): 1-36.
- [11] 黄谦, 李天伟, 王书晓, 等. 舰船混沌运动的单输入自适应变结构控制[J]. **动力学与控制学报**, 2015,

- 13(6): 443-448.
- HUANG Qian, LI Tianwei, WANG Shuxiao, *et al.* Chaos control of ship steering via single input adaptive sliding mode control method[J]. **Journal of Dynamics and Control**, 2015, 13(6): 443-448.
- [12] LI T, HUANG Q, GUO J, *et al.* A valid adaptive sliding mode control method for chaotic ship steering [C] // **Control & Decision Conference**. New York: IEEE, 2015: 3221-3224.
- [13] ZHANG X, YANG G, ZHANG Q, *et al.* Improved concise backstepping control of course keeping for ships using nonlinear feedback technique[J]. **Journal of Navigation**, 2017, 70(6): 1401-1414.
- [14] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2015: 4-10.
- LIU Jinkun. Sliding mode control design and MATLAB simulation[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 4-10.
- [15] 张显库, 金一丞. 控制系统建模与数字仿真[M]. 第2版. 大连: 大连海事大学出版社, 2013: 108-145.
- ZHANG Xianku, JIN Yicheng. Control system modeling and digital simulation[M]. 2nd ed. Dalian: Dalian Maritime University Press, 2013: 108-145.
- [16] MCCUE L S, TROESCH A W. Use of Lyapunov exponents to predict chaotic vessel motions[J]. **Fluid Mechanics and Its Applications**, 2011, 97: 415-432.
- [17] 孙克辉, 谈国强, 盛利元. Lyapunov 指数计算算法的设计与实现[J]. **计算机工程与应用**, 2004, 40(35): 12-14.
- SUN Kehui, TAN Guoqiang, SHENG Liyuan. Design and implementation of Lyapunov exponents calculating algorithm[J]. **Computer Engineering and Applications**, 2004, 40(35): 12-14.
- [18] 闵颖颖, 刘允刚. Barbalat 引理及其在系统稳定性分析中的应用[J]. **山东大学学报(工学版)**, 2007, 37(1): 51-55.
- MIN Yingying, LIU Yungang. Barbalat lemma and its application in analysis of system stability [J]. **Journal of Shandong University (Engineering Science)**, 2007, 37(1): 51-55.

(本文编辑:王一凡)