

文章编号: 1006-2467(2020)09-0981-06

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2020.137

非仿射纯反馈非线性切换系统自适应控制

陈龙胜, 王琦, 何国毅

(南昌航空大学 飞行器工程学院, 南昌 330063)

摘要: 针对一类单输入单输出的非仿射纯反馈非线性切换系统, 研究了一种在任意切换下的自适应控制策略. 首先, 引入中值定理处理系统的非仿射特性问题, 并利用径向基函数神经网络逼近系统的未知非线性动态. 然后, 采用 Nussbaum 函数处理系统控制增益未知的问题, 且在反演设计的每一步引入低通滤波器以解决“微分爆炸”问题. 最后, 基于共同 Lyapunov 函数设计状态反馈控制器, 并分析闭环系统的稳定性. 所设计的控制器避免了切换发生时控制参数跳变和调节参数过多的问题, 减少了计算负荷, 可以保证闭环系统所有信号半全局一致有界, 且跟踪误差可收敛到原点的一个较小邻域. 仿真结果验证了控制策略的有效性.

关键词: 非仿射纯反馈系统; 切换系统; 神经网络; 共同 Lyapunov 函数; Nussbaum 函数

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

Adaptive Control of Non-Affine Pure Feedback Nonlinear Switching Systems

CHEN Longsheng, WANG Qi, HE Guoyi

(School of Aircraft Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: Focusing on the issue of adaptive neural tracking control for a class of single input and single output unknown non-affine pure feedback nonlinear switching systems, the mean-value theorem was applied to deal with the non-affine problem successively, and the unknown nonlinear nonlinearities were approximated by radial basis function neural network. Next, the Nussbaum gain technique and the first-order filter were employed to solve the unknown control coefficients and the “explosion of complexity” problem. Finally, a state-feedback controller was proposed by using the common Lyapunov function approach, and the stability of the closed-loop system was analyzed. The proposed controller can decrease the number of learning parameters, and avoid parameter jump when the switch occurs, thus reduces the computational burden. The proposed controller can guarantee that all the signals in the closed-loop system are semi-globally, and the tracking error converges to a small neighborhood of the origin. The simulation results verify the feasibility and effectiveness of the approach.

Key words: non-affine pure feedback system; switching system; neural network; common Lyapunov function; Nussbaum function

收稿日期: 2020-05-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61963029)

作者简介: 陈龙胜(1983-), 男, 安徽省合肥市人, 副教授, 主要从事非线性系统控制及应用的研究.

电话(Tel.): 15350002862; Email: lschen2008@163.com.

切换系统是一种应用广泛的特殊混杂系统,具有明确的工程背景和广泛的应用前景. 不确定非线性切换系统的控制和稳定性问题是当前研究的热点. 近年来,学者们热衷于利用通用逼近器和反演法解决含未知非线性函数的不确定非线性切换系统自适应控制问题,并采用共同 Lyapunov 函数和平均/最小驻留时间以及多 Lyapunov 函数法分析闭环系统的稳定性. 司文杰等^[1-3]基于共同 Lyapunov 函数为一类非线性切换系统设计了自适应神经网络/模糊控制器. Zhai 等^[4-5]在满足平均/最小驻留时间的前提下,为一类非线性切换系统设计了自适应模糊控制器. Long 等^[6-7]采用模糊系统逼近系统中的未知非线性函数,并基于多 Lyapunov 函数分析法为一类非线性切换系统设计了自适应切换控制器. 但是,这些基于反演法的设计控制策略存在“微分爆炸”问题. Swaroop 等^[8]首次通过引入一阶低通滤波器,即动态面控制(Dynamic Surface Control, DSC)技术解决“微分爆炸”问题. 然后,一些针对非线性切换系统的 DSC 控制策略相继被提出. Zhai 等^[9]利用模糊逻辑逼近系统的未知不确定非线性特性,并在满足平均/最小驻留时间的前提下为一类非线性切换系统设计了自适应 DSC 控制器. Zhai 等^[10]基于共同 Lyapunov 函数为非线性切换系统设计了自适应模糊 DSC 控制器. 尽管 DSC 控制技术已被应用于非线性切换系统,但大多数研究仍针对严反馈型非线性系统,目前关于非仿射纯反馈非线性切换系统的 DCS 控制研究成果较少.

针对一类结构和参数均未知的非仿射纯反馈非线性切换系统,设计在任意切换下的自适应跟踪控制器. 在控制器的设计中,利用径向基函数神经网络(Radial Basis Function Neural Network, RBFNN)和 Nussbaum 函数处理未知非线性动态问题,且 RBFNN 采用单一自适应更新率. 所设计的控制器既可以满足系统非线性特性和控制方向未知以及系统切换的需求,又可以避免神经网络径向基函数的大量运算. 引入低通滤波器解决反演设计的“微分爆炸”问题,从而进一步减少计算负荷. 此外,基于共同 Lyapunov 函数设计状态反馈控制器并分析闭环系统的稳定性,避免了切换发生时控制参数跳变和调节参数过多的问题.

1 问题描述及预备知识

1.1 问题描述

考虑如下非仿射纯反馈非线性切换系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= F_i^{\sigma(t)}(\bar{x}_i, x_{i+1}) \\ \dot{x}_n &= F_n^{\sigma(t)}(\bar{x}_n, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $\bar{x}_i = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i]^T \in \mathbf{R}^i$, $y \in \mathbf{R}$ 和 $u \in \mathbf{R}$ 分别为系统的状态、输出和控制输入; $\sigma(t): [0, +\infty) \rightarrow \bar{S} = \{1, 2, \dots, S\}$ 为切换信号,其中 $S > 1$ 为已知正整数,且当 $\sigma(t) = s (s \in \bar{S})$ 时表示第 s 个子系统被激活; $F_i^s(\cdot)$ 和 $F_n^s(\cdot)$ 为未知光滑非线性函数. 若令 $u = x_{n+1}$, 则根据中值定理可知必存在 $[0, x_{i+1}]$ 内的某个值 x_{i+1}^0 使得

$$F_i^s(\bar{x}_i, x_{i+1}) = F_i^s(\bar{x}_i, 0) + g_i^s(\bar{x}_{i+1})x_{i+1} \quad (2)$$

式中: $g_i^s(\bar{x}_{i+1}) = \frac{\partial F_i^s(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \Big|_{x_{i+1}^0}$; $i = 1, 2, \dots, n$.

控制目标: 在任意切换模式下,通过设计自适应控制器使得系统的输出能够跟踪期望轨迹 $y_r(t)$, 且保证闭环系统所有的信号有界. 为便于控制器设计,引入如下假设、定义和引理.

假设 1 $F_i^s(\cdot)$ 连续可微,且存在常数 $\bar{g}_i^s > 0$ 使得

$$0 < \left| \frac{\partial F_i^s(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \right| < \bar{g}_i^s$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n$.

假设 2^[11] $y_r(t)$ 光滑有界且具有二阶连续有界导数,即存在常数 $B_0 > 0$ 使得

$$\Omega_0 := \{[y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r]: |y_r|^2 + |\dot{y}_r|^2 + |\ddot{y}_r|^2 \leq B_0\} \in \mathbf{R}^3$$

定义 1^[12] 如果连续函数 $N(\chi): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 满足

$$\left. \begin{aligned} \limsup_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \int_0^r N(\chi) d\chi &= +\infty \\ \liminf_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \int_0^r N(\chi) d\chi &= -\infty \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则称 $N(\chi)$ 为 Nussbaum 函数. 本文采用的 Nussbaum 函数为 $N(\chi) = \chi^2 \cos \chi$.

引理 1^[13] 对任意的有界函数 $\Psi(\cdot): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, $|\Psi(\cdot)| \in [\iota_0, \Psi_0]$ 且 $\bar{\Psi}(\cdot) \in [-\iota_0, \iota_0] \subset \mathbf{R}$, 其中 ι_0 为任意正常数且满足 $\iota_0 < \Psi_0 < +\infty$. 如果 $N(\chi)$ 为 Nussbaum 函数, 则 $\Psi(\cdot)$ 与 $N(\chi)$ 的加和乘积也为 Nussbaum 函数.

引理 2^[13] 设 $V(\cdot)$ 和 $\chi_j(\cdot)$ ($j = 1, 2, \dots, m$) 是定义在 $[0, t_f]$ 上的光滑函数, 且满足 $\forall t \in [0, t_f], V(t) \geq 0$. $N(\chi_j)$ 为一个光滑的 Nussbaum 函数, 对 $\forall t \in [0, t_f]$, 若存在

$$V(t) \leq Q + e^{-\alpha} \sum_{j=1}^m \int_0^t N(\chi_j) \dot{\chi}_j e^{\alpha \tau} d\tau \quad (4)$$

则 $V(\cdot), \chi_j(\cdot)$ 和 $\int_0^t N(\chi_j) \dot{\chi}_j d\tau$ 在 $[0, t_f]$ 内必定有界. 其中, m 为有界正整数, C 为正常数, Q 为适当的常数, t 为时间, t_f 为任意给定的正常数.

引理 3^[14] 对于 $t_f > 0$, 若闭环系统的解在 $[0, t_f]$ 内有界, 则 $t_f = \infty$.

引理 4(杨氏不等式)^[11] 对任意的 $(a, b) \in \mathbf{R}^2$, 如果实数 γ, c, d 且满足 $h > 0, c > 1, d > 1, (c-1)(d-1) = 1$, 那么

$$ab \leq \frac{h^c}{c} |a|^c + \frac{1}{dh^d} |b|^d \quad (5)$$

1.2 RBFNN

RBFNN 在控制器的设计过程中被广泛用于逼近系统的未知非线性函数. 设存在连续函数 $F(\mathbf{Z}) : \mathbf{R}^p \rightarrow \mathbf{R}$, 在紧集 $\Omega_Z \in \mathbf{R}^p$ 和任意值 $\epsilon > 0$ 的条件下, 有神经网络 $\mathbf{g}^T \psi(\mathbf{Z})$ 使得 $\sup |F(\mathbf{Z}) - \mathbf{g}^T \psi(\mathbf{Z})| \leq \epsilon$, 其中 $\mathbf{g} \in \mathbf{R}^\ell$ 为神经网络的权值, $\ell > 0$ 为神经网络隐含层节点数. $\mathbf{Z} \in \mathbf{R}^p$ 为神经网络输入, $\psi(\mathbf{Z}) = [\psi_1(\mathbf{Z}) \ \psi_2(\mathbf{Z}) \ \cdots \ \psi_\ell(\mathbf{Z})]^T$ 为径向基函数. 基于神经网络的任意逼近原理, $F(\mathbf{Z})$ 可被逼近为

$$F(\mathbf{Z}) = \mathbf{g}^{*T} \psi(\mathbf{Z}) + \epsilon(\mathbf{Z}) \quad (6)$$

式中: $\epsilon(\mathbf{Z})$ 为逼近误差; \mathbf{g}^* 为理想权值向量, 且

$$\mathbf{g}^* := \arg \min_{\mathbf{g} \in \mathbf{R}^\ell} \left\{ \sup_{\mathbf{Z} \in \Omega_Z} |F(\mathbf{Z}) - \mathbf{g}^T \psi(\mathbf{Z})| \right\} \quad (7)$$

式中: $\hat{\mathbf{g}}$ 为 \mathbf{g}^* 的估计值.

2 控制器设计及稳定性分析

基于 RBFNN 和 Nussbaum 函数为系统设计自适应反演切换控制器, 并基于共同 Lyapunov 函数分析闭环系统的稳定性.

2.1 控制器设计

根据式(2)和 RBFNN 可进一步将系统(1)描述为

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_i &= (\mathbf{g}_i^{\sigma(t)})^* \psi_i(\mathbf{Z}_i) + g_i^{\sigma(t)}(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) x_{i+1} + \epsilon_i^{\sigma(t)} \\ \dot{z}_n &= (\mathbf{g}_n^{\sigma(t)})^* \psi_n(\mathbf{Z}_n) + g_n^{\sigma(t)}(\bar{\mathbf{x}}_{n+1}) u + \epsilon_n^{\sigma(t)} \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $\bar{\epsilon}_i^s$ 为正常数, 且 $|\epsilon_i^s| \leq \bar{\epsilon}_i^s$; $\mathbf{Z}_i = \bar{\mathbf{x}}_i$. 由于 $\|(\mathbf{g}_i^s)^*\|$ 是一个未知常值, 所以存在未知常量 θ^* 满足

$$\theta^* = \max \{ \|(\mathbf{g}_i^s)^*\|^2 : s \in \bar{S} \} / b \quad (9)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n$; $b > 0$ 为待设计的参数.

为进行反演设计, 通常需定义如下的坐标变换

$$z_i = x_i - \bar{\alpha}_{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

$$\bar{\alpha}_i = \bar{\alpha}_i - \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (11)$$

$$\bar{\theta} = \theta^* - \hat{\theta} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

式中: z_i 为跟踪误差; $\hat{\theta}$ 为 θ^* 的估计值; $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 为虚拟控制函数; $\bar{\alpha}_i$ 为 α_i 的估计值, 且 $\bar{\alpha}_0 := y_r$; $\bar{\alpha}_i$ 为边界层误差. 为了消除反演设计的“微分爆炸”问题, 可在控制器的设计中引入文献[8-10]中的 DCS 技术, 即引入如下的一阶低通滤波器以获取 α_i 的估计值

$$\left. \begin{aligned} \mu_i \dot{\bar{\alpha}}_i + \bar{\alpha}_i &= \alpha_i \\ \bar{\alpha}_i(0) &= \alpha_i(0) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $\mu_i > 0$ 为时间常数.

根据定义的坐标变换, 可为系统(1)设计如下控制律

$$u = \left. \begin{aligned} N(\chi_i) \left(\kappa_i z_i - \dot{\bar{\alpha}}_{i-1} + \frac{b \hat{\theta} \psi_i^T(\bar{\mathbf{x}}_i) \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) z_i}{2 \gamma_i^2} \right) \\ N(\chi_n) \left(\kappa_n z_n - \dot{\bar{\alpha}}_{n-1} + \frac{b \hat{\theta} \psi_n^T(\bar{\mathbf{x}}_n) \psi_n(\bar{\mathbf{x}}_n) z_n}{2 \gamma_n^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n-1$; $\kappa_i > 0, \gamma_i > 0$ 为设计常数. 其参数调节律为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\chi}_i &= z_i \left(\kappa_i z_i - \dot{\bar{\alpha}}_{i-1} + \frac{b \hat{\theta} \psi_i^T(\bar{\mathbf{x}}_i) \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) z_i}{2 \gamma_i^2} \right) \\ \dot{\hat{\theta}} &= \pi \left(-\lambda \hat{\theta} + \sum_{j=1}^n \frac{b \psi_j^T(\bar{\mathbf{x}}_j) \psi_j(\bar{\mathbf{x}}_j) z_j^2}{2 \gamma_j^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n$; $\pi > 0, \lambda > 0$ 为设计常数.

2.2 稳定性分析

为了对由控制律和参数调节律组成的闭环系统进行稳定性分析, 提出如下定理.

定理 考虑系统(1), 在满足假设 1 和 2 的前提下, 采用控制律式(14)和参数调节律式(15), 则可保证闭环系统所有信号半全局一致有界, 且通过调整控制器参数使跟踪误差可收敛到原点的一个较小邻域.

证明 根据式(11)定义的 $\bar{\alpha}_i$ 以及文献[8-10]的结论, 可知

$$\dot{\bar{\alpha}}_i \leq \bar{\alpha}_i / \mu_i +$$

$$A_i(z_1, z_2, \dots, z_n; \bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_{n-1}; \hat{\theta}; y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) \quad (16)$$

式中: A_i 为连续函数. 根据假设 2 和连续函数的性质可知, 在紧集内 $|A_i(\cdot)|$ 有一个最大值 \bar{A}_i .

根据式(8)、(10)和(11)可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_i &= (\mathbf{g}_i^s)^* \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) + \\ &\quad g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1})(z_{i+1} + \bar{\alpha}_i + \alpha_i) + \epsilon_i^s - \dot{\bar{\alpha}}_{i-1} \\ \dot{z}_n &= (\mathbf{g}_n^s)^* \psi_n(\bar{\mathbf{x}}_n) + g_n^s(\bar{\mathbf{x}}_n) u + \epsilon_n^s - \dot{\bar{\alpha}}_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n z_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{\alpha}_i^2 + \frac{1}{2\pi} \tilde{\theta}^2 \quad (18)$$

则其对时间的导数为

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n z_i \dot{z}_i + \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{\alpha}_i \dot{\tilde{\alpha}}_i + \frac{1}{\pi} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \quad (19)$$

将式(10)~(11)和(14)~(17)代入式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^{n-1} z_i [g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1})(z_{i+1} + \tilde{\alpha}_i + \alpha_i) - \dot{\tilde{\alpha}}_{i-1}] + \\ & z_n (g_n^s(\bar{\mathbf{x}}_n)u - \dot{\tilde{\alpha}}_{n-1}) + \\ & \sum_{i=1}^n (z_i (\mathbf{g}_i^s)^* \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) + \epsilon_i^s) + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} \left(-\frac{\tilde{\alpha}_i^2}{\mu_i} + A_i \tilde{\alpha}_i \right) + \frac{1}{\pi} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} = \\ & \sum_{i=1}^{n-1} (-\kappa_i z_i^2 + g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) z_i z_{i+1} + \\ & g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) z_i \tilde{\alpha}_i) - \\ & \kappa_n z_n^2 + \sum_{i=1}^n (z_i (\mathbf{g}_i^s)^* \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) + z_i \epsilon_i^s) + \\ & \sum_{i=1}^n (g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) N(\chi_i) + 1) \dot{\chi}_i - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{\hat{\theta} \psi_i^T(\bar{\mathbf{x}}_i) \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) z_i^2}{2\gamma_i^2} + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} \left(-\frac{\tilde{\alpha}_i^2}{\mu_i} + A_i \tilde{\alpha}_i \right) - \frac{1}{\pi} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned} \quad (20)$$

根据杨氏不等式、式(9)和假设2可得

$$g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) z_i z_{i+1} \leq z_i^2/2 + \bar{g}_i^s z_{i+1}^2/2 \quad (21)$$

$$g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) z_i \tilde{\alpha}_i \leq z_i^2/2 + \bar{g}_i^s \tilde{\alpha}_i^2/2 \quad (22)$$

$$z_i \epsilon_i^s \leq z_i^2/2 + \bar{\epsilon}_i^s/2 \leq z_i^2/2 + \bar{\epsilon}_i^*/2 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} z_i (\mathbf{g}_i^s)^* \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) & \leq \\ z_i^2 \|(\mathbf{g}_i^s)^*\|^2 \psi_i^T(\bar{\mathbf{x}}_i) \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) / 2\gamma_i^2 + \gamma_i^2/2 & \leq \\ b z_i^2 \theta^* \psi_i^T(\bar{\mathbf{x}}_i) \psi_i(\bar{\mathbf{x}}_i) / 2\gamma_i^2 + \gamma_i^2/2 & \end{aligned} \quad (24)$$

$$A_i \tilde{\alpha}_i \leq \tilde{\alpha}_i^2/2 + |\bar{A}_i|/2 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} -\lambda \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} & = \lambda \tilde{\theta} (\theta^* - \tilde{\theta}) = -\lambda \tilde{\theta}^2 + \lambda \tilde{\theta} \theta^* \leq \\ & -\lambda \tilde{\theta}^2/2 + \lambda \|\theta^*\|^2/2 \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $\bar{\epsilon}_i^* = \max(\epsilon_i^s)$. 将上述不等式代入式(20)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\sum_{i=1}^{n-1} \left(\kappa_i - \frac{3}{2} \right) z_i^2 - \left(\kappa_n - \frac{1}{2} \right) z_n^2 + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{g}_i^s z_{i+1}^2}{2} - \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{2} - \frac{\bar{g}_i^s}{2} \right) \tilde{\alpha}_i^2 - \frac{\lambda}{2} \tilde{\theta}^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 + \bar{\epsilon}_i^s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{A}_i^2 + \frac{\lambda}{2} \|\theta^*\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n (g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) N(\chi_i) + 1) \dot{\chi}_i \leq \\ & -\left(\kappa_1 - \frac{3}{2} \right) z_1^2 - \sum_{i=2}^{n-1} \left(\kappa_i - \frac{3}{2} - \frac{\bar{g}_{i-1}^s}{2} \right) z_i^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\kappa_n - \frac{1}{2} - \frac{\bar{g}_{n-1}^s}{2} \right) z_n^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{1}{\mu_i} - \frac{1}{2} - \frac{\bar{g}_i^s}{2} \right) \tilde{\alpha}_i^2 - \\ & \frac{\lambda}{2} \tilde{\theta}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 + \bar{\epsilon}_i^s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{A}_i^2 + \\ & \frac{\lambda}{2} \|\theta^*\|^2 + \sum_{i=1}^n (g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) N(\chi_i) + 1) \dot{\chi}_i \leq \\ & -CV + M + \sum_{i=1}^n (g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) N(\chi_i) + 1) \dot{\chi}_i \end{aligned} \quad (27)$$

式中:

$$\begin{aligned} C = & \min \left\{ 2\kappa_1 - 3, 2\kappa_1 - 3 - \bar{g}_{i-1}^s, 2\kappa_n - 1 - \bar{g}_{i-1}^s, \right. \\ & \left. \frac{2}{\mu_1} - 1 - \bar{g}_1^s, \frac{2}{\mu_i} - 1 - \bar{g}_i^s, \frac{2}{\mu_n} - 1 - \bar{g}_n^s, \pi\lambda \right\} \\ & (i = 2, \dots, n-1); \end{aligned}$$

$$M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 + \bar{\epsilon}_i^s + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{A}_i^2 + \frac{\lambda}{2} \|\theta^*\|^2$$

式(27)两边同乘 e^{Ct} 可得

$$\frac{d(Ve^{Ct})}{dt} \leq Me^{Ct} + e^{Ct} \sum_{i=1}^n (g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) N(\chi_i) + 1) \dot{\chi}_i \quad (28)$$

式(28)两边在 $[0, t]$ 内的积分为

$$\begin{aligned} 0 \leq V & \leq \frac{M}{C} + V(0) + \\ & e^{-\alpha} \sum_{j=1}^n \int_0^t (g_j^s(\bar{\mathbf{x}}_{j+1}) N(\chi_j) + 1) \dot{\chi}_j e^{\alpha\tau} d\tau \end{aligned} \quad (29)$$

根据引理1和2可知: $\int_0^t (g_i^s(\bar{\mathbf{x}}_{i+1}) N(\chi_i) + 1) \dot{\chi}_i d\tau$,

$V, \tilde{\theta}, z_i$ 和 $\tilde{\alpha}$ 在 $[0, +\infty)$ 内半全局一致有界. 令

$$\hbar = \max \left(\int_0^t |(g_1^s(\bar{\mathbf{x}}_2) N(\chi_1) + 1) \dot{\chi}_1| d\tau \right)$$

则有

$$\begin{aligned} e^{-\alpha} \int_0^t (g_1^s(\bar{\mathbf{x}}_2) N(\chi_1) + 1) \dot{\chi}_1 e^{\alpha\tau} d\tau & \leq \\ \int_0^t |(g_1^s(\bar{\mathbf{x}}_2) N(\chi_1) + 1) \dot{\chi}_1| e^{-C(t-\tau)} d\tau & \leq \\ \int_0^t |(g_1^s(\bar{\mathbf{x}}_2) N(\chi_1) + 1) \dot{\chi}_1| d\tau & \leq \hbar \end{aligned} \quad (30)$$

根据式(18)和(30)进一步可得

$$\frac{z_1^2}{2} \leq \frac{M}{C} + V(0) + \hbar \quad (31)$$

即 $|z_1| \leq \sqrt{2(M/C + V(0) + \hbar)}$.

3 仿真试验

考虑如下的结构和参数均未知的非仿射纯反馈非线性切换系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= F_1^{\sigma(t)}(x_1, x_2) \\ \dot{x}_1 &= F_2^{\sigma(t)}(x_1, x_2, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

仿真试验时假设 $\sigma(t):[0,+\infty]\rightarrow\{1,2\},F_1^1=x_1^2+x_2,F_2^1=x_1^2\cos^2x_2+u,F_1^2=0.8x_1\sin x_2+x_2,F_2^2=\cos x_1x_2^2+u,y_r=2\sin t+\sin(t/2)$. 相关的控制器参数设计为 $\gamma=1,b=1,\mu_1=0.005,\pi=10,\lambda=0.01,\kappa_1=25,\kappa_2=15$. 仿真结果如图 1~4 所示.

由图 2 可知,系统的实际输出能够很好地跟踪期望轨迹. 由图 3 可知,系统的跟踪误差能够很快地收敛到原点的一个较小邻域. 由图 4 可知,所有的自

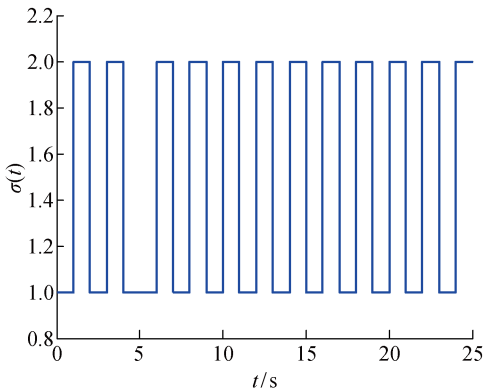


图 1 切换信号
Fig. 1 Switching signal

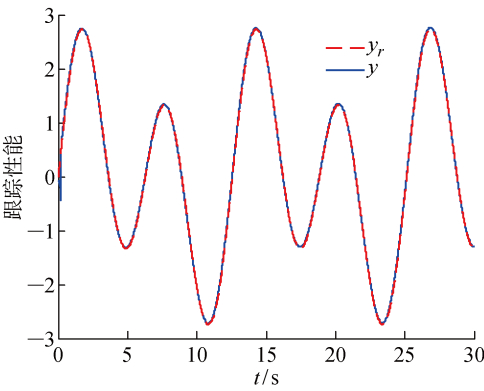


图 2 系统输出与期望轨迹
Fig. 2 System output and desired trajectory

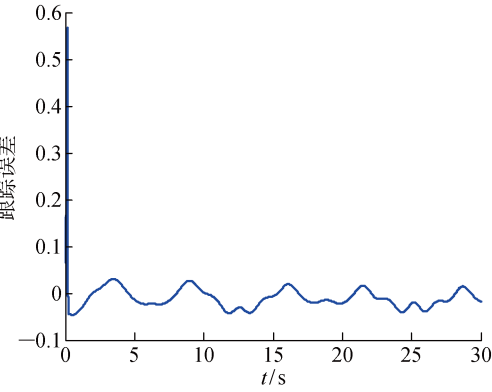


图 3 跟踪误差曲线
Fig. 3 Tracking error

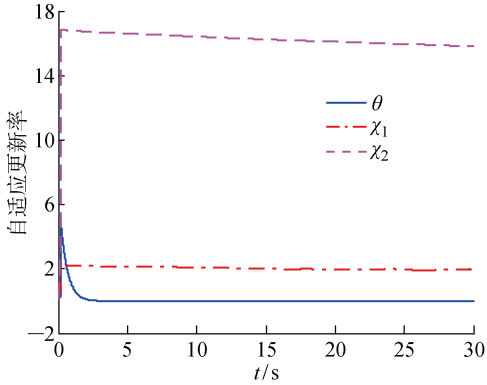


图 4 参数自适应更新率
Fig. 4 Update laws of parameters

适应参数最终均能够较快地收敛到常值附近. 仿真结果表明:该控制器具有良好的跟踪性能和稳定性.

4 结语

非线性切换系统是控制理论和工程领域的研究热点. 针对一类更具代表性的结构和参数均未知的非仿射纯反馈非线性切换系统,利用中值定理将其等价转化为类似严反馈形式的非线性系统. 在此基础上,利用 RBFNN 在线逼近系统的未知非线性函数,并利用 Nussbaum 增益技术和低通滤波器分别解决系统控制增益未知的问题和反演设计的“微分爆炸”问题. 最后,基于共同 Lyapunov 函数为系统设计状态反馈控制器. 所设计的控制器不依赖系统的具体模型,避免了切换发生时控制参数跳变和调节参数过多的问题,减少了计算负荷.

参考文献:

[1] 司文杰,董训德,王聪. 输入饱和的一类切换系统神经网络跟踪控制[J]. 自动化学报, 2017, 43(8): 1383-1392.
SI Wenjie, DONG Xunde, WANG Cong. Adaptive neural tracking control design for a class of uncertain switched nonlinear systems with input saturation[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(8): 1383-1392.
[2] YU Z X, DONG Y, LI S G. Adaptive tracking control for switched strict-feedback nonlinear systems with time-varying delays and asymmetric saturation actuators[J]. Neurocomputing, 2017, 238: 245-254.
[3] ZHAI D, AN L W, DONG J X, et al. Switched adaptive fuzzy tracking control for a class of switched nonlinear systems under arbitrary switching [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(2): 585-507.
[4] ZHAI D, XI C J, AN L W, et al. Prescribed per-

- formance switched adaptive dynamic surface control of switched nonlinear systems with average dwell time [J]. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, 2017, 47(7): 1257-1269.
- [5] LI Y X, YANG G H. Approximation-based adaptive neural output feedback control for a class of uncertain switched stochastic nonlinear systems with average dwell time condition [J]. **Neurocomputing**, 2016, 186: 160-169.
- [6] LONG L J, ZHAO J. Adaptive disturbance rejection for strict-feedback switched nonlinear systems using multiple Lyapunov functions[J]. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, 2014, 24(13): 1887-1902.
- [7] LONG L J, ZHAO J. Adaptive fuzzy tracking control of switched uncertain nonlinear systems with unstable subsystems[J]. **Fuzzy Sets and Systems**, 2015, 273: 49-67.
- [8] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, *et al.* Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [9] ZHAI D, XI C J, AN L W, *et al.* Prescribed performance switched adaptive dynamic surface control of switched nonlinear systems with average dwell time [J]. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, 2017, 47(7): 1257-1269.
- [10] ZHAI D, AN L W, DONG J X, *et al.* Switched adaptive fuzzy tracking control for a class of switched nonlinear systems under arbitrary switching [J]. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 2018, 26(2): 585-597.
- [11] CHEN L S, WANG Q. Prescribed performance-barrier Lyapunov function for the adaptive control of unknown pure-feedback systems with full-state constraints[J]. **Nonlinear Dynamics**, 2019, 95(3): 2443-2459.
- [12] CHEN M, SHAO S Y, JIANG B. Adaptive neural control of uncertain nonlinear systems using disturbance observer[J]. **IEEE Transactions on Cybernetics**, 2017, 47(10): 3110-3123.
- [13] LIU Y J, TONG S C, WANG W. Adaptive fuzzy output tracking control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. **Fuzzy Sets and Systems**, 2009, 160(19): 2727-2754.
- [14] RYAN E P. A universal adaptive stabilizer for a class of nonlinear systems[J]. **Systems & Control Letters**, 1991, 16(3): 209-218.

(本文编辑:孙伟)