

文章编号:1006-2467(2020)08-0849-07

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.084

动力定位辅助锚泊定位船有限时间观测器设计

夏国清, 刘彩云, 陈兴华

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对船舶动力定位辅助锚泊定位(DPM)系统中速度不可测和外部扰动不确定的问题, 基于传统的状态观测器的设计了一种有限时间状态观测器(FTSO), 所提观测器可以同时估计船舶速度和外部扰动。在船舶的建模过程中考虑了系统中的未建模动态项, 并根据建立的数学模型给出了所提观测器的数学表达式。利用矩阵不等式、齐次理论和 Lyapunov 稳定性理论等证明了该有限时间观测器是半全局有限时间稳定的。对所提观测器进行了仿真验证, 并与传统的状态观测器进行了对比实验, 仿真结果表明所提观测器具有更快的收敛速度和更好的抗干扰性。

关键词: 动力定位辅助锚泊定位系统; 速度不可测; 外部扰动; 有限时间状态观测器; 有限时间稳定

中图分类号: U 662.2

文献标志码: A

Finite-Time Observer Design for Dynamic Positioning Assisted Mooring Positioning Ship

XIA Guoqing, LIU Caiyun, CHEN Xinghua

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: In response to the problem of unmeasurable velocity and uncertain external disturbances of the dynamic positioning assisted mooring positioning (DPM) system of the ship, a finite-time observer based on the traditional state observer to estimate the velocity and external disturbances is proposed. The unmodelled dynamic items in the system are considered in the modelling process of the ship. Based on the dynamics model, the mathematical expression of the finite-time observer is given. It is proved that the proposed finite-time observer is semi-global finite-time stable by using matrix inequality, homogeneous, and the Lyapunov stability theory. The observer is simulated and compared with the traditional state observer in order to justify that the proposed finite-time observer has a faster convergence and a better disturbance rejection.

Key words: dynamic positioning assisted mooring positioning (DPM) system; unmeasurable velocity; external disturbance; finite-time state observer (FTSO); finite-time stability

在钻井、潜水、打捞和采油等海洋工程作业中, 主要有锚泊定位、动力定位(DP)和动力定位辅助锚

泊定位(DPM)3种定位方式来保证船舶的位置和艏向。DPM系统的工作原理是在海况不高时采用锚泊

收稿日期: 2019-03-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51609046), 中央高校基金资助项目(HEUCFM170403), 第七代超深水钻井平台(船)创新专项经费资助项目

作者简介: 夏国清(1962-), 男, 黑龙江省哈尔滨市人, 教授, 博士生导师, 主要从事船舶运动控制研究。

通信作者: 陈兴华, 男, 助理研究员, 电话(Tel.): 18345034854; E-mail: chenxinghua@hrbeu.edu.cn.

定位方式以节省能耗,而在海况较高时启动 DP 以提高船舶抵抗海洋环境的能力.在海洋工程作业中,为降低成本,船舶只安装有位置和艏向传感器,因此需要设计观测器来估计船舶速度和外部干扰.

文献[1]将非线性无源观测器应用于船舶推进器辅助锚泊定位系统的设计.此无源观测器只能考虑缓慢变化的环境干扰,而实际环境干扰是未知且时变的.文献[2]针对船舶锚泊辅助动力定位系统中的不确定性和计算延时问题设计了一种高阶线性扩张状态观测器,使此观测器具有自抗扰的特点.文献[3]针对船舶动力定位系统设计了一种基于无迹卡尔曼滤波器(UKF)的非线性观测器,来估计船舶状态和系统的未知输入.为了解决 UKF 无法跟踪状态突变的问题,文献[4]设计了一种自适应无迹卡尔曼滤波器(AUKF).文献[5]中采用无迹卡尔曼西滤波器(UKBF)来估计船舶的运动状态,从而无需对船舶模型进行线性化和离散化.为了估计时变的外部干扰,文献[6]针对一种炮塔系泊的浮式生产储油和装卸船(FPSO)设计了一种干扰观测器,而此观测器却无法估计船舶的未测量状态.近年来,随着有限时间技术的发展,有限时间控制引起了研究者的关注.一些学者对有限时间控制问题进行了详细的综述,并分析了控制方法起源、常用判据及研究现状.文献[7-8]表明有限时间稳定系统比无限时间稳定系统具有更好的鲁棒性和抗干扰性.从近年来的相关文献来看,应用于船舶定位系统的考虑有限时间稳定的观测器还比较少.而船舶在定点作业时对定位系统有一定的实时性要求,希望能在有限的时间到达期望的位置和艏向,因此研究船舶定位系统的有限时间控制很有必要.

本文针对动力定位辅助锚泊定位系统提出了一种有限时间状态观测器(FTSO),并证明了其能在有限时间内估计船舶的速度和未知干扰.仿真验证了定位船舶的位姿实际测量值与观测值的误差能在有限时间内收敛于真值,从而证明此观测器具有更快的收敛性和更好的抗干扰性.

1 预备知识和系统模型

1.1 定义及引理

考虑下面的非线性系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \bar{f}(\mathbf{x}) \\ \bar{f}(\mathbf{0}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{x} &\in \mathbf{R}^n \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\bar{f}: U \rightarrow \mathbf{R}^n$ 在原点 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 的开邻域 U 是连续的.

定义 1^[9] 如果对于 $\forall \lambda > 0$, 有 $f(\lambda^{r_1} x_1, \lambda^{r_2} x_2, \dots, \lambda^{r_n} x_n) = \lambda^k f(\mathbf{x})$ 并且 $k > -\min r_i$, 那么称标量函数 $f(\mathbf{x}): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 关于权系数 (r_1, r_2, \dots, r_n) 是 k 阶齐次. 如果对于 $\forall \lambda > 0, f_i(\lambda^{r_1} x_1, \lambda^{r_2} x_2, \dots, \lambda^{r_n} x_n) = \lambda^{k+r_i} f_i(\mathbf{x}), i = 1, 2, \dots, n$, 那么称向量函数 $\mathbf{f}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 关于权系数 (r_1, r_2, \dots, r_n) 是 k 阶齐次.

定义 2^[9] 式(1)的零解是有限时间收敛的, 如果存在原点开邻域 $U \subseteq D$ 和函数 $T: U \setminus \{\mathbf{0}\} \rightarrow (0, \infty)$, 使得 $\forall \mathbf{x}_0 \in U$, 式(1)的解 $s(t, \mathbf{x}_0) \in U \setminus \{\mathbf{0}\}, t \in [0, T(\mathbf{x}_0))$ 和 $\lim_{t \rightarrow T(\mathbf{x}_0)} s(t, \mathbf{x}_0) = \mathbf{0}, T(\mathbf{x}_0)$ 为设定时间. 如果式(1)的零解是 Lyapunov 稳定且有限时间收敛的, 那么它是有限时间稳定的. 如果 $U = D = \mathbf{R}^n$, 那么它是全局有限时间稳定的.

引理 1^[10] 如果存在一个 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{x}): D \rightarrow \mathbf{R}$, 实数 $c > 0, \alpha \in (0, 1)$ 和原点开邻域 $\Omega \in D$ 使得:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) + c(V(\mathbf{x}))^\alpha \leq 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega \setminus \{\mathbf{0}\} \quad (2)$$

那么式(1)的零解是有限时间稳定的. 设定时间 T 满足: $T(\mathbf{x}_0) \leq V^{1-\alpha}(\mathbf{x}_0)/[c(1-\alpha)], \mathbf{x}_0 \in \Omega$.

引理 2^[10] 如果存在一个 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{x}): D \rightarrow \mathbf{R}$, 实数 $l_1, l_2 > 0, \alpha \in (0, 1)$ 和原点开邻域 $\Omega \in D$ 使得:

$$\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -l_1 (V(\mathbf{x}))^\alpha + l_2 V(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega \setminus \{\mathbf{0}\} \quad (3)$$

那么式(1)的零解是有限时间稳定的. $N = \{\mathbf{x} \mid V(\mathbf{x})^{1-\alpha} < l_1/l_2\} \cap \Omega$ 是包含原点的吸引域. 设定时间 T 满足: $T(\mathbf{x}_0) \leq \ln[1 - (l_2/l_1)V(\mathbf{x}_0)^{1-\alpha}]/[l_2(\alpha - 1)], \mathbf{x}_0 \in \Omega \cap \{\mathbf{x} \mid V(\mathbf{x})^{1-\alpha} < l_1/l_2\}$.

引理 3^[11] 对于任意 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}, d_1 > 0$ 和 $d_2 > 0, |\mathbf{x}|^{d_1} |y|^{d_2} \leq d_1 |\mathbf{x}|^{d_1+d_2}/(d_1 + d_2) + d_2 |y|^{d_1+d_2}/(d_1 + d_2)$.

引理 4^[12] 对于任意 $x_i \in \mathbf{R} (i = 1, 2, \dots, n)$ 和任意实数 $y \in (0, 1], (\sum_{i=1}^n |x_i|)^y \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^y \leq n^{1-y} (\sum_{i=1}^n |x_i|)^y$.

1.2 船舶动力学模型

在整个的 DPM 数学模型中, 通常用到两种坐标系, 分别是大地坐标系 (XOY) 和船体坐标系 ($X_b O_b Y_b$). 船舶运动坐标系如图 1 所示. 对于定位船舶, 一般我们只考虑水平面三自由度运动, 即纵荡、横荡和艏摇.

通常情况下, 船舶的参数矩阵难以精确得到, 考

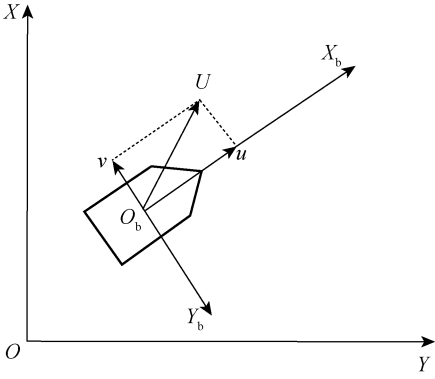


图1 坐标系定义

Fig.1 Definition of coordinate system

考虑系统矩阵的不确定性,动力定位辅助锚泊定位船舶的非线性数学模型可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= R(\psi)v \\ M\dot{v} + Dv &= \tau + d_e + \omega \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\eta = [x \ y \ \psi]^T$ 为大地坐标系下船舶的位置和艏向; $v = [u \ v \ r]^T$ 为船体坐标系下船舶的速度向量; M 为惯性质量矩阵; D 为阻尼矩阵; τ 为推进系统产生的推力; $\omega = -\Delta M\dot{v} - \Delta Dv$ 为未建模动态项, ΔM 和 ΔD 分别为参数矩阵 M 和 D 的建模误差; d_e 表示未知干扰,包括风、浪和海流产生的海洋干扰和锚泊系统产生的锚泊力; $R(\psi)$ 为旋转矩阵且

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

假设1 假设系统中的未建模动态项和外界干扰满足下面的关系式:

$$d(v, t) = d_e + \omega \quad (5)$$

式中: $d(v, t)$ 是包含矩阵不确定性和未知干扰的干扰向量. 因为船的速度是有界的,海洋环境中的风、浪、流是不断变化且产生的干扰力是有限的,另外每根锚链提供的锚泊张力也有限的,所以 $d(v, t)$ 可以认为是时变有界的并且其变化率也是有限的. 并且存在未知的正常数 \bar{d} 使得 $\|d(v, t)\| \leq \bar{d}$.

假设2 定义 κ 为未知干扰变化率,且是时变有界的,并存在正常数 ρ ,使得 $\|\kappa\| \leq \rho$.

为了方便有限时间观测器的设计,需要对船舶数学模型,即式(4)进行如下形式转换. 令

$$\begin{aligned} \mu &= R(\psi)v \\ f(\mu) &= (r\dot{R}(\psi) - R(\psi)M^{-1}D)R^{-1}(\psi)\mu \\ \vartheta &= R(\psi)M^{-1}d(v, t) \end{aligned}$$

则式(4)可以写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\eta} &= \mu \\ \dot{\mu} &= f(\mu) + R(\psi)M^{-1}\tau + \vartheta \\ \dot{\vartheta} &= \kappa \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

假设3 定义 $\hat{\eta}$ 和 $\hat{\mu}$ 分别是 η 和 μ 的估计值,假设船舶的位姿和速度是有界的,且存在正常数 $\bar{\omega}$ 使得下式成立: $\|\eta\| \leq \bar{\omega}$, $\|\mu\| \leq \bar{\omega}$, $\|\hat{\eta}\| \leq \bar{\omega}$, $\|\hat{\mu}\| \leq \bar{\omega}$.

2 主要结果

2.1 观测器数学模型

定义 $\hat{\vartheta}$ 为 ϑ 的估计值,对式(6)设计如下形式的有限时间观测器:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= \hat{\mu} + \theta\beta_1 \text{sig}(e_1)^{\alpha_1} \\ \dot{\hat{\mu}} &= f(\hat{\mu}) + R(\psi)M^{-1}\tau + \hat{\vartheta} + \theta^2\beta_2 \text{sig}(e_1)^{\alpha_2} \\ \dot{\hat{\vartheta}} &= \theta^3\beta_3 \text{sig}(e_1)^{\alpha_3} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $\theta, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 和 α_i 都是正常数,且 $\alpha_i = i\alpha - (i-1)$, $i = 1, 2, 3$, $\alpha \in (2/3, 1)$; $e_1 = \eta - \hat{\eta}$, $\text{sig}(e_1)^\alpha = [\text{sgn}(e_{11})|e_{11}|^\alpha \ \text{sgn}(e_{12})|e_{12}|^\alpha \ \text{sgn}(e_{13})|e_{13}|^\alpha]^T$.

定义式(7)的观测误差: $e_2 = \mu - \hat{\mu}$ 和 $e_3 = \vartheta - \hat{\vartheta}$, 于是误差系统可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - \theta\beta_1 \text{sig}(e_1)^{\alpha_1} \\ \dot{e}_2 &= e_3 + f(\mu) - f(\hat{\mu}) - \theta^2\beta_2 \text{sig}(e_1)^{\alpha_2} \\ \dot{e}_3 &= -\theta^3\beta_3 \text{sig}(e_1)^{\alpha_3} + \kappa \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

备注1 根据假设3,存在一个正实数 k 使得式(6)中的非线性部分的估计误差满足 $\|f(\mu) - f(\hat{\mu})\| \leq k\|e_2\|$.

考虑下面的坐标转换:

$$\varepsilon_i = \frac{e_i}{\theta^{i-1+\sigma}}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

式中: $\sigma \in (0, 1)$, 且为正实数,于是式(8)变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \theta\varepsilon_2 - \theta^{1+(a_1-1)\sigma}\beta_1 \text{sig}(\varepsilon_1)^{\alpha_1} \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \theta\varepsilon_3 - \theta^{1+(a_2-1)\sigma}\beta_2 \text{sig}(\varepsilon_1)^{\alpha_2} + \frac{f(\mu) - f(\hat{\mu})}{\theta^{1+\sigma}} \\ \dot{\varepsilon}_3 &= -\theta^{1+(a_3-1)\sigma}\beta_3 \text{sig}(\varepsilon_1)^{\alpha_3} + \frac{\kappa}{\theta^{2+\sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

选取 Hurwitz 矩阵 $A = \begin{bmatrix} -\beta_1 I_3 & I_3 & 0 \\ -\beta_2 I_3 & 0 & I_3 \\ -\beta_3 I_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则

存在 $P = P^T > 0$ 使得 $A^T P + PA = -I_9$.

2.2 稳定性分析

定理1 考虑船舶运动系统,即式(6),在满足假设1~3的前提下,式(7)中的参数 $\alpha \in (2/3, 1)$ 和

θ 足够大,则可以实现观测器误差系统,即式(8)半全局有限时间稳定,观测误差 \mathbf{e} 收敛于区域 $\Omega_1 = \frac{9^{1-a_2/2}\theta^{2+\sigma}}{[\lambda_{\min}(\mathbf{P})]^{a_2/2}} \left[\frac{c_4}{\theta^{2+\sigma}(c_2-c_3)} \right]^{a_2/a_3}$, $\lambda_{\min}(\mathbf{P})$ 表示矩阵 \mathbf{P} 的最小特征值.

证明 定义 $\tilde{\mathbf{e}} = [\mathbf{e}_1^T \quad [\text{sig}(\mathbf{e}_2)^{1/a_1}]^T \quad [\text{sig}(\mathbf{e}_3)^{1/a_2}]^T]^T$, $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T \quad \mathbf{e}_3^T]^T$, $r = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$. 并选择下面的 Lyapunov 函数:

$$V_1(\mathbf{e}) = \tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{e}} \quad (11)$$

首先, $\mathbf{f}(\boldsymbol{\mu}) - \mathbf{f}(\hat{\boldsymbol{\mu}}) = \mathbf{0}$, 且 $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{0}$ 时, 式(10)变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_1 &= \theta \mathbf{e}_2 - \theta^{1+(a_1+1)\sigma} \beta_1 \text{sig}(\mathbf{e}_1)^{a_1} \\ \dot{\mathbf{e}}_2 &= \theta \mathbf{e}_3 - \theta^{1+(a_2+1)\sigma} \beta_2 \text{sig}(\mathbf{e}_1)^{a_2} \\ \dot{\mathbf{e}}_3 &= -\theta^{1+(a_3+1)\sigma} \beta_2 \text{sig}(\mathbf{e}_1)^{a_3} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

根据定义 1 很容易得到, 对于 $2/3 < \alpha < 1$, 式(12)关于权系数 $1, \alpha, 2\alpha-1$ 是 $\alpha-1$ 阶齐次的. 定义 \mathbf{f}_ε 是式(12)的向量场, $L_{\mathbf{f}_\varepsilon} V_1$ 是 V_1 沿着向量场 \mathbf{f}_ε 的李导数. 于是可以证明 $V_1(\mathbf{e})$ 和 $L_{\mathbf{f}_\varepsilon} V_1(\mathbf{e})$ 关于权系数 $1, \alpha, 2\alpha-1$ 分别是 2 和 $\alpha+1$ 阶齐次的.

根据文献[13-14], 可以得到下列不等式:

$$\begin{aligned} -c_1(\alpha, \theta) [V_1(\mathbf{e})]^\delta &\leq L_{\mathbf{f}_\varepsilon} V_1(\mathbf{e}) \leq \\ &-c_2(\alpha, \theta) (V_1(\mathbf{e}))^\delta \end{aligned} \quad (13)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} c_2(\alpha, \theta) \geq \theta / \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \quad (14)$$

式中: $\lambda_{\max}(\mathbf{P})$ 表示矩阵 \mathbf{P} 的最大特征值;

$$\delta = (\alpha - 1)/2$$

$$c_1(\alpha, \theta) = -\min_{\{z, V_1(z)=1\}} [L_{\mathbf{f}_\varepsilon} V_1(z)]$$

$$c_2(\alpha, \theta) = -\max_{\{z, V_1(z)=1\}} [L_{\mathbf{f}_\varepsilon} V_1(z)]$$

对式(11)求导可得:

$$\begin{aligned} \frac{dV(\mathbf{e})}{dt} &\leq L_{\mathbf{f}_\varepsilon} V_1(\mathbf{e}) + \\ &2\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \begin{bmatrix} 0 \\ \text{diag}(|\mathbf{e}_2|^{1/a_1-1}) \left(\frac{\mathbf{f}(\boldsymbol{\mu}) - \mathbf{f}(\hat{\boldsymbol{\mu}})}{\alpha_1 \theta^{1+\sigma}} \right) \\ \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\alpha_2 \theta^{2+\sigma}} \text{diag}(|\mathbf{e}_3|^{1/a_2-1}) \end{bmatrix} \leq \\ &-c_2(\alpha, \theta) [V_1(\mathbf{e})]^\delta + \\ &\frac{2k\lambda_{\max}(\mathbf{P}) \|\tilde{\mathbf{e}}\| \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}|^{1/a_1-1} \right) \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}| \right)}{\alpha_1} + \\ &\frac{2\rho\lambda_{\max}(\mathbf{P}) \|\tilde{\mathbf{e}}\| \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{3i}|^{1/a_2-1} \right)}{\alpha_2 \theta^{1+\sigma}} \end{aligned} \quad (15)$$

式中: $\text{diag}(|\mathbf{e}_2|^{1/a_1-1}) = \text{diag}(|\varepsilon_{21}|^{1/a_1-1}, |\varepsilon_{22}|^{1/a_1-1}, |\varepsilon_{23}|^{1/a_1-1})$; $\text{diag}(|\mathbf{e}_3|^{1/a_2-1}) = \text{diag}(|\varepsilon_{31}|^{1/a_2-1},$

$|\varepsilon_{32}|^{1/a_2-1}, |\varepsilon_{33}|^{1/a_2-1})$. 根据引理 3 和引理 4 可以得到下面不等式:

$$|\varepsilon_{2j}|^{1/a_1-1} \sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}| \leq 3(1-\alpha) |\varepsilon_{2j}|^{1/a_1} + \alpha \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}|^{1/a_1} \right) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{3i}|^{1/a_2-1} &\leq 3^{a_2} \left(\sum_{i=1}^3 |\tilde{\varepsilon}_{3i}| \right)^{1-a_2} \leq \\ &3^{a_2} (\sqrt{3} \|\tilde{\mathbf{e}}_3\|)^{1-a_2} \leq 3^{(1+a_2)/2} \|\tilde{\mathbf{e}}\|^{1-a_2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}|^{1/a_1-1} \right) \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}| \right) &\leq \\ 3 \left(\sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}|^{1/a_1} \right) &\leq 3\sqrt{3} \|\tilde{\mathbf{e}}_2\| \leq 3\sqrt{3} \|\tilde{\mathbf{e}}\| \end{aligned} \quad (18)$$

于是式(15)可以进一步写为

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}) &\leq -c_2(\alpha, \theta) [V(\mathbf{e})]^\delta + \frac{6\sqrt{3}k\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\alpha_1} \|\tilde{\mathbf{e}}\|^2 + \\ &\frac{2 \times 3^{(1+a_2)/2} \rho \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \|\tilde{\mathbf{e}}\|^{2-a_2}}{\alpha_2 \theta^{2+\sigma}} \leq \\ &-c_2(\alpha, \theta) (V(\mathbf{e}))^\delta + c_3 V(\mathbf{e}) + \frac{c_4 (V(\mathbf{e}))^{2-a_2}}{\theta^{2+\sigma}} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{式中: } c_3 = \frac{6\sqrt{3}k\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\alpha_1 \lambda_{\min}(\mathbf{P})}, c_4 = \frac{2 \times 3^{(1+a_2)/2} \rho \lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\alpha_2 (\lambda_{\min}(\mathbf{P}))^{(2-a_2)/2}}.$$

下面分两种情况进行稳定性分析.

情况 1 若 $V(\mathbf{e}) > 1$, 则:

$$\dot{V}(\mathbf{e}) \leq -c_2 [V(\mathbf{e})]^\delta + (c_3 + c_4 / \theta^{2+\sigma}) V(\mathbf{e}) \quad (20)$$

根据引理 2 可以得到 $V(\mathbf{e})$ 在有限时间内收敛于区域 $V(\mathbf{e}) \leq 1$.

情况 2 若 $V(\mathbf{e}) \leq 1$, 因为 $0 < \delta < 1$, 于是式(19)可以重新写为

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}) &\leq -(c_2(\alpha, \theta) - c_3) (V(\mathbf{e}))^\delta + \frac{c_4 (V(\mathbf{e}))^{2-a_2}}{\theta^{2+\sigma}} = \\ &-(c_2 - c_3) \left[(V(\mathbf{e}))^{a_3/2} - \frac{c_4}{\theta^{2+\sigma}(c_2 - c_3)} \right] \times \\ &(V(\mathbf{e}))^{2-a_2/2} \end{aligned} \quad (21)$$

从式(21)中可以看出, 当不等式 $c_2 > c_3$ 和 $(V(\mathbf{e}))^{a_3/2} > c_4 / \theta^{2+\sigma}(c_2 - c_3)$ 成立时, 根据引理 1, 可以得到 $V(\mathbf{e})$ 在有限时间内收敛于区域 $V(\mathbf{e}) \leq \left[\frac{c_4}{\theta^{2+\sigma}(c_2 - c_3)} \right]^{2/a_3}$. 因为 $\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \|\tilde{\mathbf{e}}\|^2 \leq V(\mathbf{e})$, 进而可以得到误差 $\tilde{\mathbf{e}}$ 在有限时间内收敛于区域 $\|\tilde{\mathbf{e}}\| \leq \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} \left(\frac{c_4}{\theta^{2+\sigma}(c_2 - c_3)} \right)^{1/a_3} = \Omega_2$. 根据式(14), 可以选择 α 和足够大的 θ 使得 $c_2 > \theta / \lambda_{\max}(\mathbf{P})$ 和 $c_2 > c_3$ 成立. 如果 $\|\tilde{\mathbf{e}}\| \leq \Omega_2$, 可以选择 $\theta > 1$ 足

够大使得 $\Omega_2 < 1$, 因此观测器误差 \mathbf{e} 有界于:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}\| &\leq \sum_{i=1}^3 |e_{1i}| + \sum_{i=1}^3 |e_{2i}| + \sum_{i=1}^3 |e_{3i}| \leq \\ &\theta^{2+\sigma} \left(\sum_{i=1}^3 |\epsilon_{1i}| + \sum_{i=1}^3 |\epsilon_{2i}| + \sum_{i=1}^3 |\epsilon_{2i}| \right) \leq \\ &g^{1-\alpha_2/2} \theta^{2+\sigma} \|\tilde{\mathbf{e}}\|^{a_2} \leq \\ &\frac{g^{1-\alpha_2/2} \theta^{2+\sigma}}{(\lambda_{\min}(\mathbf{P}))^{\alpha_2/2}} \left[\frac{c_4}{\theta^{2+\sigma}(c_2 - c_3)} \right]^{\frac{a_2}{a_3}} \end{aligned} \quad (22)$$

因此可以说明观测器误差在有限时间内收敛于区域 $\|\mathbf{e}\| \leq \Omega_1$. 从而证明所提出 FTSO 是有限时间稳定的. 定理 1 证明完成. 为了分析 FTSO 的特性, 进行下面的讨论.

备注 2 若设 $\alpha=1$ 并忽略观测器中的未知干扰项, 所提观测器, 即式(7)可以写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{\mu}}} &= \hat{\boldsymbol{\mu}} + \theta \beta_1 \mathbf{e}_1 \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\mu}}} &= \mathbf{f}(\hat{\boldsymbol{\mu}}) + \mathbf{R}(\psi) \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\tau} + \hat{\mathbf{g}} + \theta^2 \beta_2 \mathbf{e}_1 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

参考文献[15]中的方法, 可以证明式(23)是半全局一致指数稳定的. 如果式(23)中加入时变干扰, 我们可以证明观测器误差 \mathbf{e} 在有限时间内收敛于 $\|\mathbf{e}\| \leq 12\rho\lambda_{\max}(\mathbf{P})/\theta - 2k\lambda_{\max}(\mathbf{P}) = \Omega_3$. 如果选择 θ 使得 $c_4/[\theta^{2+\sigma}(c_2 - c_3)] < 1$, 选择 $\alpha \rightarrow 2/3$ 使得 $\alpha_2/\alpha_3 \gg 1$, 于是 $\Omega_1 \leq \Omega_3$. 这意味着所提 FTSO 比式(23)具有更好的抗干扰性.

3 仿真结果

首先, 给出观测器中的参数取值: 船舶的初始位置和速度 $\boldsymbol{\eta}_0 = [0.0 \text{ m}, 0.0 \text{ m}, 0.0^\circ]^\text{T}$, $\mathbf{v}_0 = [0.5 \text{ m/s}, 0.5 \text{ m/s}, 5.0^\circ/\text{s}]^\text{T}$; 环境干扰力为 $\mathbf{d} = [10^5 \times (1.0 + 0.5\sin(t/2)) \quad 10^5 \times (1.0 + 0.5\sin(t/3)) \quad -10^7 \times (1.0 + 0.5\sin(t/4))]^\text{T}$. FTSO 观测器

参数设定如下: $\theta=2.0, \alpha=0.8, \beta_1=1.0, \beta_2=0.6, \beta_3=0.2$. 为了更好的验证所提有限时间观测器的性能, 与文献[16]中的线性状态观测器 (LSO) 作了对比实验. LSO 的形式如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} &= \hat{\boldsymbol{\mu}} + \theta \beta_1 \mathbf{e}_1 \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\mu}}} &= \mathbf{f}(\hat{\boldsymbol{\mu}}) + \mathbf{R}(\psi) \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\tau} + \hat{\mathbf{g}} + \theta^2 \beta_2 \mathbf{e}_1 \\ \dot{\hat{\mathbf{g}}} &= \theta^3 \beta_3 \mathbf{e}_1 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

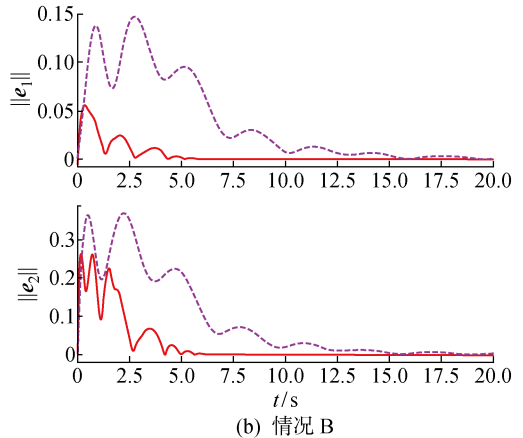
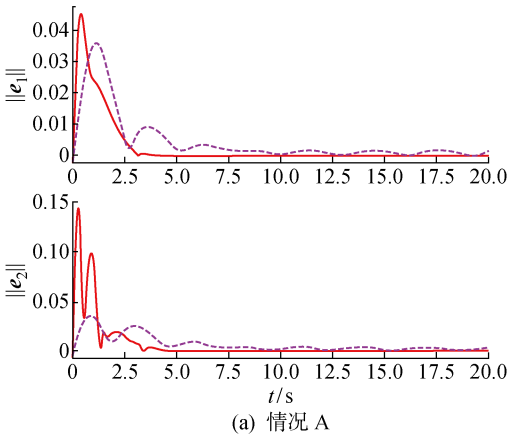
LSO 中参数的取值与所提 FTSO 中参数的取值的一致. 为了验证所提 FTSO 在参数不确定性情况下的性能, 分以下两种情况:

情况 A 假设矩阵 \mathbf{M} 和 \mathbf{D} 是已知的, 不考虑矩阵的不确定性.

情况 B 考虑模型参数不确定性, 令 $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \Delta\mathbf{M}$, $\Delta\mathbf{M} = 0.1\mathbf{M}$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \Delta\mathbf{D}$, $\Delta\mathbf{D} = 0.1\mathbf{D}$. 其中 \mathbf{M}_0 和 \mathbf{D}_0 为情况 A 中的标称模型参数.

图 2 为情况 A 和 B 下分别采用 FTSO 和 LSO 得到的 $\|\mathbf{e}_1\|$ 和 $\|\mathbf{e}_2\|$ 的响应曲线. 图 3 为情况 A 和 B 下采用 FTSO 和 LSO 得到的船舶北向位置、东向位置和艏向的误差响应曲线. 图 4 为情况 A 和 B 下采用 FTSO 和 LSO 得到的船舶纵荡速度、横荡速度和回转率的误差响应曲线.

综合图 2(a)、3(a)和 4(a)可以看出在情况 A 下采用 FTSO 船舶的位置、艏向和速度误差在 5 s 以内都能收敛于零附近, 而采用 LSO 船舶的位置、艏向和速度误差收敛到零附近则需要 10 s, 因此可以总结得出 FTSO 比 LSO 具有更快的收敛速度. 另外, 从图 2(a)、3(a)和 4(a)可以看出采用 FTSO 得到的误差收敛于零附近后曲线比较平稳, 而采用 LSO 得到的误差收敛于零附近后曲线会有振荡, 因此可以总结出 FTSO 比 LSO 具有更高的稳态精度.



— FTSO, --- LSO

图 2 $\|\mathbf{e}_1\|$ 和 $\|\mathbf{e}_2\|$ 的响应曲线

Fig. 2 Response curves of $\|\mathbf{e}_1\|$ and $\|\mathbf{e}_2\|$

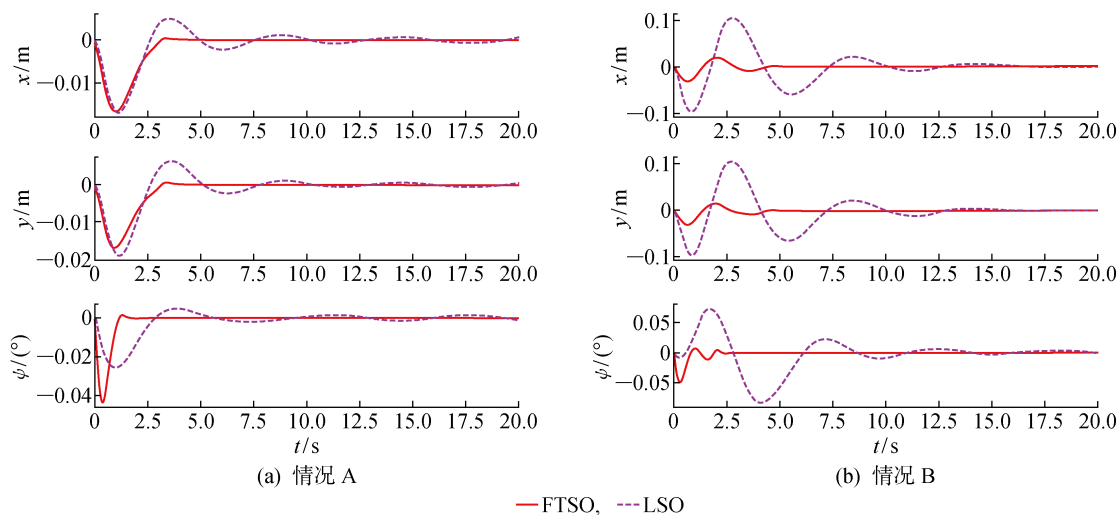


图3 北向位置、东向位置和艏向的估计误差

Fig. 3 Estimated errors of north position, east position and heading

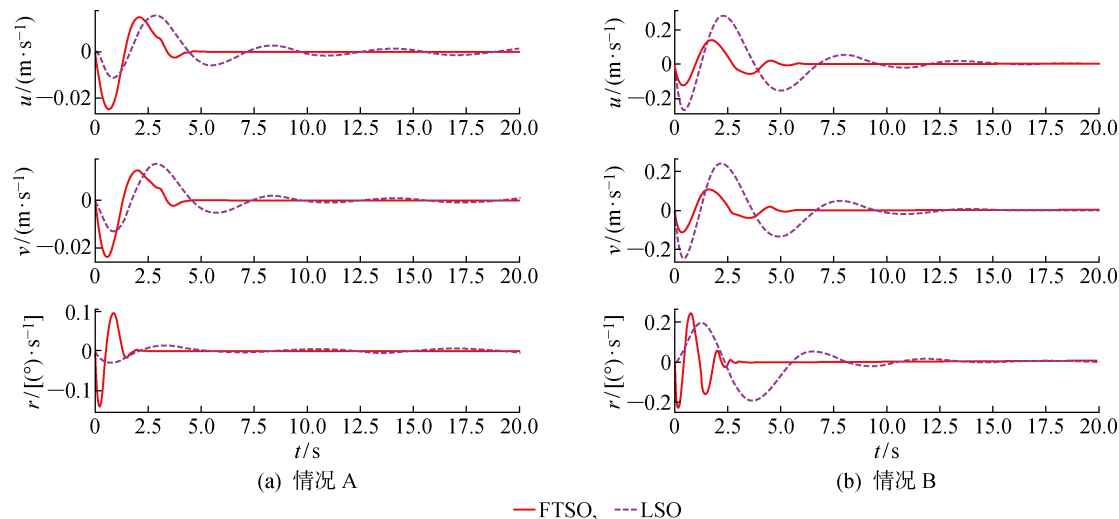


图4 纵荡速度、横荡速度和回转率的估计误差

Fig. 4 Estimated errors of surge velocity, sway velocity and rate of turn

综合图 2(b)、3(b)和 4(b)可以看出在情况 B 下采用 FTSO 船舶的位置、艏向和速度误差在 6 s 以内都能收敛于零附近,而采用 LSO 船舶的位置、艏向和速度误差收敛到零附近则需要 15 s. 综合图 2~4 可以总结出在加入未建模动态项后,FTSO 的收敛速度没有受到太大的影响,而 LSO 的收敛速度明显下降了很多,FTSO 比 LSO 仍具有更快的收敛速度. 另外,可以看出加入未建模动态项 FTSO 得到的误差收敛于零附近后曲线依然很平稳,而 LSO 的超调明显增大了. 总结以上两点描述可以得出 FTSO 比 LSO 具有更好的抗干扰性.

综上所述,FTSO 具有更快的收敛速度和更好的抗干扰性.

4 结论

针对 DPM 船舶运动模型中的未知干扰和速度无法测量问题,设计了一种有限时间状态观测器. 通过对误差系统进行稳定性分析,证明了误差系统可以实现有限时间收敛,从而证明了所提观测器能实现半全局有限时间稳定. 最后的仿真结果表明所提出 FTSO 与 LSO 相比具有更快的收敛速度和更好的抗干扰性.

参考文献:

- [1] REN Z, SKJETNE R, HASSANI V. Supervisory control of line breakage for thruster-assisted position

- mooring system[J]. **IFAC-PapersOnLine**, 2015, 48(16): 235-240.
- [2] 雷正玲, 郭晨, 刘正江. 船舶锚泊辅助动力定位的抗扰控制[J]. **哈尔滨工程大学学报**, 2015, 1(36): 24-28.
- LEI Zhengling, GUO Chen, LIU Zhengjiang. Disturbance rejection control over ship thruster-assisted mooring positioning[J]. **Journal of Harbin Engineering University**, 2015, 1(36): 24-28.
- [3] JAYASIRI A, NANDAN A, IMTIAZ S, *et al.* Dynamic positioning of vessels using a UKF-based observer and an NMPC-based controller[J]. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, 2017, 14(4): 1778-1785.
- [4] DING H, FENG H, XU H. An adaptive unscented Kalman filter for tracking sudden environmental forces changes in dynamic positioning system [J]. **Journal of Ship Mechanics**, 2017, 21(6): 711-721.
- [5] 苏义鑫, 赵俊, 张华军. 带有 UKBF 的船舶动力定位预测控制器设计[J]. **西南交通大学学报**, 2018, 53(3): 589-594.
- SU Yixin, ZHAO Jun, ZHANG Huajun. Predictive controller with UKBF for marine dynamic positioning system[J]. **Journal of Southwest Jiaotong University**, 2018, 53(3): 589-594.
- [6] WANG Y, TUO Y, YANG S X, *et al.* Reliability-based robust dynamic positioning for a turret-moored floating production storage and offloading vessel with unknown time-varying disturbances and input saturation. [J]. **Isa Transactions**, 2018, 78: 66-79.
- [7] 黄成, 王岩. 交会对接模拟系统姿态跟踪有限时间抗干扰控制[J]. **控制与决策**, 2017, 32(7): 1189-1195.
- HUANG Cheng, WANG Yan. Finite-time active disturbance rejection attitude tracking control for rendezvous and docking simulator [J]. **Control and Decision**, 2017, 32(7): 1189-1195.
- [8] XIA G, SUN C, ZHAO B, *et al.* Cooperative control of multiple dynamic positioning vessels with input saturation based on finite-time disturbance observer [J]. **International Journal of Control, Automation and Systems**, 2019, 17(2): 370-379.
- [9] SU Y, ZHENG C. Robust finite-time output feedback control of perturbed double integrator [J]. **Automatica**, 2015, 60: 86-91.
- [10] ZOU A M, DE RUITER A H J, KUMAR K D. Distributed finite-time velocity-free attitude coordination control for spacecraft formations [J]. **Automatica**, 2016, 67: 46-53.
- [11] KUMAR P R, BEHERA A K, BANDYOPADHYAY B. Robust finite-time tracking of stewart platform: A super-twisting like observer-based forward kinematics solution[J]. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2017, 64(5): 3776-3785.
- [12] HARDY G, LITTLEWOOD J, POLYA G. Inequalities [M]. Cambridge, U. K.: Cambridge Univ. Press, 1952.
- [13] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability[J]. **Mathematics of Control Signals & Systems**, 2005, 17(2): 101-127.
- [14] ZOU A. Finite-time output feedback attitude tracking control for rigid spacecraft[J]. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 2014, 22(1): 338-345.
- [15] 付明玉, 张爱华, 徐金龙. 船舶轨迹跟踪半全局一致指数稳定观测控制器[J]. **控制与决策**, 2013, 28(6): 920-924.
- FU Mingyu, ZHANG Aihua, XU Jinlong. Semiglobal uniform exponential stable observer-controller for trajectory tracking of ships [J]. **Control and Decision**, 2013, 28(6): 920-924.
- [16] FU M, YU L. Finite-time extended state observer-based distributed formation control for marine surface vehicles with input saturation and disturbances[J]. **Ocean Engineering**, 2018, 159: 219-227.

(本文编辑:王-凡)