

文章编号:1006-2467(2020)05-0524-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2020.05.010

# 基于改进二次规划算法的 X 舵智能 水下机器人控制分配

李岳明<sup>1</sup>, 王小平<sup>1</sup>, 张军军<sup>2</sup>, 曹建<sup>1</sup>, 张英浩<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 船舶工程学院, 哈尔滨 150001; 2. 中国舰船研究设计中心, 武汉 430064)

**摘要:** 针对具有 4 个独立舵叶的 X 舵智能水下机器人(AUV)姿态控制分配精度及其计算效率问题,提出一种改进二次规划算法,在满足分配精度的同时减少计算量.使用 Lagrange 乘子法替代序列二次规划法所用的光滑牛顿法进行优化求解计算,有效降低了迭代循环计算,同时保留了序列二次规划的计算精度.仿真环境下的 X 舵 AUV 运动控制结果表明:改进后的控制分配算法能够减少 40% 的计算时间,控制分配偏差不大于  $0.03 \text{ N} \cdot \text{m}$ , AUV 姿态控制效果良好.

**关键词:** X 舵;智能水下机器人;控制分配;改进二次规划;运动控制

中图分类号: TP 24

文献标志码: A

## X-Rudder Autonomous Underwater Vehicle Control Allocation Based on Improved Quadratic Programming Algorithm

LI Yueming<sup>1</sup>, WANG Xiaoping<sup>1</sup>, ZHANG Junjun<sup>2</sup>, CAO Jian<sup>1</sup>, ZHANG Yinghao<sup>1</sup>

(1. College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. China Ship Development and Design Center, Wuhan 430064, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of allocation accuracy and computational efficiency of X-rudder autonomous underwater vehicle (AUV) attitude control with four independent rudder blades, an improved quadratic programming algorithm is proposed to reduce the calculation amount while satisfying the allocation accuracy. The Lagrange multiplier method is used to replace the smooth Newton method used in the sequence quadratic programming method to optimize the solution calculation. The method effectively reduces the iterative cycle calculation while preserving the calculation accuracy of sequence quadratic programming. The results of X-rudder AUV motion control in the simulation environment show that the improved control allocation algorithm can reduce the calculation time by 40%, and the control allocation deviation is not more than  $0.03 \text{ N} \cdot \text{m}$ . The effect of AUV attitude control is good.

**Key words:** X-rudder; autonomous underwater vehicle (AUV); control allocation; improved quadratic programming; motion control

X 型尾舵(下文简称 X 舵)是分离式舵的一种形式,最先应用于潜艇.1961 年美国海军利用“大青

花鱼”号潜艇对 X 舵的可操纵性进行实验,获得的结论为 X 舵优于十字型尾舵(下文简称十字舵)<sup>[1]</sup>.

收稿日期:2019-07-01

基金项目:国家自然科学基金(51609047,51709061),中央高校基本科研业务费(HEUCF180102)资助项目

作者简介:李岳明(1983-),男,黑龙江省七台河市人,副研究员,研究方向为水下机器人控制技术.

电话(Tel.):13796182530;E-mail:eachday@163.com.

目前,各国都十分重视开发海洋资源及发展军用水下无人装备,智能水下机器人(AUV)成为了研究热点之一,而 X 舵 AUV 比十字舵 AUV 具有更好的操纵性<sup>[2]</sup>,因此 X 舵 AUV 获得了广泛关注. X 舵 AUV 的产品有法国的 A-18D、冰岛的 GAVIA、日本的 Yumeiruka、沈阳自动化研究所的便携式 X 舵 AUV<sup>[3]</sup>. X 舵 AUV 拥有诸多优点<sup>[4]</sup>:① 在近水面处舵效更好;② 卡舵时拥有更高的容错性;③ 可控横滚;④ 在舵面积相同的情况下,X 舵比十字舵的转弯半径小.国外研究虽有涉及 X 舵 AUV 或潜艇等方面,但对其中的控制分配技术少有提及,因此控制分配技术的研究具有重要的意义.

控制分配是过驱动航行器与冗余控制系统中的一项关键技术,控制分配技术的研究始于 20 世纪 90 年代.文献[5]基于转矩可达集提出直接分配法,利用几何优化法直接寻找可行解,但存在计算量较大的问题.文献[6]针对水下机器人提出一种加权伪逆分配法,其计算过程虽然简单有效,但未考虑执行器约束.文献[7]将序列二次规划算法(SQP)用于 7km 载人潜水器的控制分配,考虑执行器约束,分配精度较高,但同样存在计算复杂的问题.文献[8]针对 X 舵 AUV 提出一种基于 L'evy flight 理论的控制分配方法,但由于其迭代是随机的,所以计算量同样较大.

AUV 的工作环境十分复杂,在其自主作业过程中,对自身状态控制的准确性与稳定性要求较高.复杂的控制分配算法会降低其控制的实时性,从而增加 AUV 的反应时间.本文基于 Lagrange 乘子法和序列二次规划算法,以考虑执行器约束、控制分配精度、减少计算量为目标,提出一种改进的适用于 X 舵 AUV 的控制分配方法,最后通过仿真试验验证该方法的有效性.

1 X 舵 AUV 的运动控制

1.1 运动控制体系结构

X 舵 AUV 的运动控制方法与十字舵 AUV 的控制方法基本一致,因此适用于十字舵 AUV 的运动控制,如比例微分积分(PID)控制、模糊控制、S 面控制等方法. X 舵 AUV 在运动控制体系结构中 with 十字舵 AUV 的不同之处在于增加了控制分配环节. X 舵 AUV 的运动控制体系如图 1 所示.在 X 舵 AUV 的实际控制分配问题中,虚拟控制指令  $\tau$  为  $3 \times 1$  向量,包含横倾力矩  $K$ 、纵倾力矩  $M$ 、偏航力矩  $N$ ;  $u$  为  $4 \times 1$  向量,包含各执行机构的输入,分别对应 X 舵的 4 个尾舵;  $r$  为期望控制目标;  $y$  为 AUV

的运动状态信息. X 舵 AUV 执行机构的个数多于实际要求的自由度个数,因此是一类具有冗余控制特性的航行器.

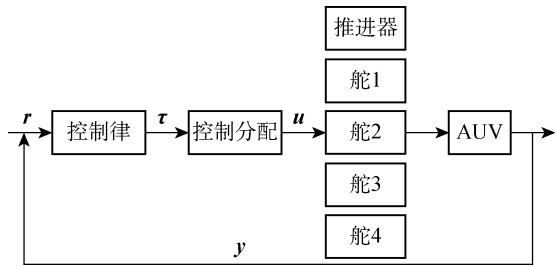


图 1 X 舵 AUV 运动控制体系  
Fig. 1 X-rudder AUV motion control architecture

1.2 控制器设计

本文的研究重点是验证控制分配算法的可行性与正确性,因此可选用传统的 PID 控制.传统的 PID 控制以其结构简单、稳定性好、工作可靠、调整方便等优点获得了广泛应用.由于研究对象并没有装备垂推与侧推,只有一个主推,AUV 通过尾舵产生的偏航力矩与纵倾力矩实现转向与升沉运动,所以对剩余的 4 个自由度分别设计一个独立的控制器.

速度控制器、艏向控制器、横倾控制器都以目标值与实际值的偏差  $e$  和偏差变化率  $\dot{e}$  为输入进行设计,表达如下:

$$O = k_p e + k_i \int e dt + k_d \dot{e} \tag{1}$$

式中:  $k_p, k_i, k_d$  分别为比例项、积分项、微分项的调节系数,不同控制器的参数不同;  $O$  为控制输出,在 X 舵 AUV 的运动控制过程中,可取  $K, M, N$  中的任意项.

对于深度控制,由于需通过改变 AUV 的纵倾角度来间接实现深度调节,所以不能直接使用深度偏差作为控制输入.使用虚拟变量期望纵倾角  $\theta_d$  与实际纵倾角  $\theta$  的偏差来代替深度偏差作为控制输入,  $\theta_d$  可通过下式获得:

$$\theta_d = \text{sat1} \left( \frac{z - z_d}{C} \right) \frac{\pi}{6}$$
$$\text{sat1}(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ 1, & x > 1 \\ -1, & x < -1 \end{cases} \tag{2}$$

式中:  $z_d$  为 AUV 的期望目标深度;  $\text{sat1}(\cdot)$  为饱和函数;  $z$  为 AUV 的实际深度;  $C$  为常数,其值可由不同 AUV 模型及实际工作任务而定.获得期望纵倾角后,进而可以获得角度偏差  $e_\theta = \theta_d - \theta$ ,将  $e_\theta$  带入式(1)可获得控制输出.进一步通过控制 AUV 的纵倾角度,就可实现对于 AUV 的深度控制.

## 2 X舵AUV控制分配的数学模型

### 2.1 控制分配问题描述

线性控制分配问题一般可表述为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\mathbf{u} &= \boldsymbol{\tau} \\ \text{s. t. } \mathbf{u}_1 &\leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{B}$ 为控制分配效率矩阵; $\mathbf{u}_1$ 与 $\mathbf{u}_i$ 为所有执行机构的上下限约束向量.实际输入与期望控制力矩的映射可以用函数 $f$ 表示,非线性映射关系可以表示为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{u}) &= \boldsymbol{\tau} \\ \text{s. t. } \mathbf{u}_1 &\leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_i \end{aligned}$$

### 2.2 X舵AUV的控制分配模型

X舵有4个尾舵,每一个尾舵均可独立偏转,因此其操纵组合灵活.X舵相对于十字舵也有诸多优点<sup>[4]</sup>.X舵AUV的三维模型如图2所示,其X尾舵的配置形式如图3所示.由图3可知,从尾部往艏部看,序号1、2、3、4分别代表AUV尾部的4个舵叶,每一个舵叶都有一个单独的舵机与之相连,舵与舵之间的夹角为 $90^\circ$ ,每个舵与水平轴及其垂直轴的夹角大小均为 $45^\circ$ .根据文献[2]的研究结果, $45^\circ$  X舵潜艇的水动力性能较为优良,而X舵AUV可看成是缩小版的X舵潜艇.

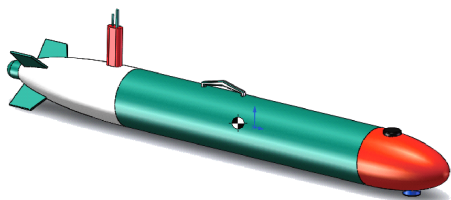


图2 X舵AUV的三维模型

Fig. 2 Three dimensional model of X-rudder AUV

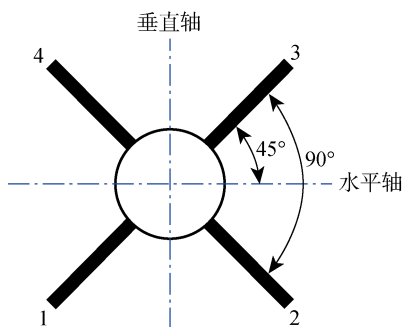


图3 X尾舵的配置形式

Fig. 3 Configuration form of X tail rudder

X舵AUV的工作环境及其分配环境比较复杂,为了减小复杂度,在保证模型合理的前提下,做出如下假设:

(1) 从虚拟指令到执行机构的输出映射均为线性;

(2) 每个舵的材料、表面平滑度、尺寸完全一样;

(3) 不考虑舵与机器人本身以及舵与舵之间的耦合.

将问题线性化后,可获得 $\mathbf{B}$ .对于具体的某型X舵AUV, $\mathbf{B}$ 与AUV的速度、尾舵等参数相关,可表示为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} k_1 v^2 & k_2 v^2 & k_3 v^2 & k_4 v^2 \\ m_1 v^2 & m_2 v^2 & m_3 v^2 & m_4 v^2 \\ n_1 v^2 & n_2 v^2 & n_3 v^2 & n_4 v^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $v$ 为AUV的速度; $k_i$  ( $i=1,2,3,4$ )为X舵AUV舵叶的横倾力矩系数; $m_i$ 为舵叶的纵倾力矩系数; $n_i$ 为舵叶的偏航力矩系数.这些系数可以通过专业的流体计算软件计算并加以处理获得.

AUV的总力矩 $\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{K} \ \mathbf{M} \ \mathbf{N}]^T$ , $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$ , $u_i$  ( $i=1,2,3,4$ )分别对应每一个舵叶的指令输入,即需要偏转的舵角大小.则式(3)可表示为

$$\begin{bmatrix} k_1 v^2 & k_2 v^2 & k_3 v^2 & k_4 v^2 \\ m_1 v^2 & m_2 v^2 & m_3 v^2 & m_4 v^2 \\ n_1 v^2 & n_2 v^2 & n_3 v^2 & n_4 v^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = [\mathbf{K} \ \mathbf{M} \ \mathbf{N}]^T \quad (5)$$

X舵AUV的控制分配问题,简单而言就是通过已知的 $\boldsymbol{\tau}$ ,求解未知的 $\mathbf{u}$ .

## 3 X舵AUV的控制分配

### 3.1 伪逆法

伪逆(Pi)控制分配是常用的一种控制分配方法,许多的控制分配方法都以伪逆控制分配为基础进行开发.伪逆法具有计算量小和易于实现等优点,但未考虑执行机构的饱和(位置和偏转速率)约束限制,也不能实现可达集的全覆盖. Bordignon等<sup>[9]</sup>通过F-18 High Alpha Research Vehicle (HARV)实验得出伪逆法只可实现可达集中的部分虚拟指令,最好的情况也只能达到其中的42.7%.

本文所提的伪逆是Moore-Penrose逆矩阵,可以通过证明<sup>[10]</sup>验证矩阵的伪逆是唯一的,欠定方程组的伪逆解即是最小范数解,是方程组的一个可行解,可表示为

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^T (\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} \boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}^+ \boldsymbol{\tau} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{B}^+$ 为 $\mathbf{B}$ 的伪逆矩阵.通过伪逆法求出的解有时会超出执行机构的约束限制,所获得的结果一般也不是最优解.对于多目标优化求解问题,常采用非

线性规划方法进行求解,例如序列二次规划算法。

### 3.2 改进二次规划控制分配算法

SQP是求解约束问题最有效的方法之一<sup>[11]</sup>,其基本思想为每一步迭代均通过求解一个二次规划子问题来确立一个下降方向,以减少价值函数获取步长,重复这些步骤直到求得原问题的解。引用一种基于Lagrange函数Hesse矩阵的SQP,在原方法的基础上改进X舵AUV的控制分配,用以求解控制分配约束的优化问题。

二次规划思想中需要求解的问题可以用如下的通用方程组表示:

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{u}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}) \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $f(\mathbf{u})$ 为目标优化函数; $\mathbf{h}(\mathbf{u})$ 为等式约束函数; $\mathbf{g}(\mathbf{u})$ 为不等式约束函数。针对以上问题求解,首先构建Lagrange函数

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}$ 分别为等式约束与不等式约束对应的Lagrange乘子。再构造二次规划子问题

$$\begin{aligned} \min & 0.5 \mathbf{d}^T \mathbf{E}_k \mathbf{d} + \nabla f(\mathbf{u}_k)^T \mathbf{d} \\ \text{s. t. } & \mathbf{h}(\mathbf{u}_k) + \mathbf{A}_k^\epsilon \mathbf{d} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{u}_k) + \mathbf{A}_k^\zeta \mathbf{d} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (9)$$

式中:下标 $k$ 为迭代次数; $\mathbf{d}$ 为可行下降方向; $\mathbf{A}_k^\epsilon = \nabla \mathbf{h}(\mathbf{u}_k)^T$ ,  $\mathbf{A}_k^\zeta = \nabla \mathbf{g}(\mathbf{u}_k)^T$ ,上标 $\epsilon$ 和 $\zeta$ 分别为等式约束和不等式约束的维度。文献[11]中所使用的SQP,在求解式(9)的优化问题时所用的光滑牛顿法计算步骤较多,增加了求解的复杂度。而利用Lagrange乘子法对子问题的求解过程进行改进,以减少计算时间。子问题的求解主要是确定两个过程参数,一是用以确定迭代步长的Lagrange乘子 $\tilde{\omega}$ ;二是可行下降方向 $\mathbf{d}$ 。

(1) 求解 $\tilde{\omega}$ ,方法如下:

$$\tilde{\omega}_{k+1} = \tilde{\omega}_k - \sigma_k \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \quad (10)$$

式中: $\sigma$ 为系数乘子。若 $\|\mathbf{h}(\mathbf{u}_{k+1})\| \geq \|\mathbf{h}(\mathbf{u}_k)\|$ ,则修改 $\sigma_{k+1} = \eta \sigma_k$ ,其中 $\eta \in (0, 1)$ 为系数乘子, $\sigma_k = 2$ , $\mathbf{h}(\mathbf{u}_k)$ 为等式约束函数对应的 $\mathbf{u}_k$ 值,这里应用了类似梯度下降法求解 $\tilde{\omega}$ 。

(2) 求解 $\mathbf{d}$ ,将式(9)转化为

$$\begin{aligned} L_1(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = & 0.5 \mathbf{d}^T \mathbf{E}_k \mathbf{d} + \nabla f(\mathbf{u}_k)^T \mathbf{d} - \\ & \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{h}(\mathbf{u}_k) + \mathbf{A}_k^\epsilon \mathbf{d}) \end{aligned} \quad (11)$$

令 $\nabla_{\mathbf{u}} L_1(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = 0$ ,  $\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L_1(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = 0$ 可得线性方程组

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_k & -\mathbf{a}^T \\ -\mathbf{a} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f(\mathbf{u}_k) \\ \mathbf{A}_k^\epsilon \mathbf{d} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:方程左边的系数矩阵为Lagrange矩阵; $\mathbf{a}$ 为等式约束 $\mathbf{h}(\mathbf{u}_k)$ 中的系数矩阵。

**定理1** 设 $\mathbf{B}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 对称正定, $\mathbf{a}$ 行满秩。若在式(9)的解 $\mathbf{d}^*$ 满足二阶充分条件,即

$$\left. \begin{aligned} 0.5 \mathbf{d}^T \mathbf{E}_k \mathbf{d} &> 0, \quad \forall \mathbf{d} \in \mathbb{R}^n \\ \mathbf{d} &\neq \mathbf{0}, \quad \mathbf{a} \mathbf{d} = \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

则式(12)的系数矩阵非奇异,并且有唯一解。定理证明此处不再详述。由定理1可求出 $\bar{\mathbf{d}} = -\mathbf{G} \nabla f(\mathbf{u}_k) - \mathbf{E}^T \mathbf{A}_k^\epsilon$ ,  $\mathbf{G} = \mathbf{E}_k^{-1} - \mathbf{E}_k^{-1} \mathbf{a}^T (\mathbf{a} \mathbf{E}_k^{-1} \mathbf{a}^T)^{-1} \mathbf{a} \mathbf{E}_k^{-1}$ ,  $\mathbf{E} = (\mathbf{a} \mathbf{E}_k^{-1} \mathbf{a}^T)^{-1} \mathbf{a} \mathbf{E}_k^{-1}$ 。

对于式(9)中的不等式约束限制,设立一个饱和函数sat2()来考虑,表达式为

$$\text{sat2}(\mathbf{d}) = \begin{cases} \bar{\mathbf{d}}, & \mathbf{d} > \bar{\mathbf{d}} \\ \mathbf{d}, & \bar{\mathbf{d}} \geq \mathbf{d} \geq \underline{\mathbf{d}} \\ \underline{\mathbf{d}}, & \mathbf{d} < \underline{\mathbf{d}} \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\underline{\mathbf{d}}$ 为 $\mathbf{d}$ 值的取值下限。

改进二次规划算法(IQP)计算步骤如下:

**步骤1** 指定 $\mathbf{u}$ 初始迭代点 $\mathbf{u}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

**步骤2** 给定Lagrange方程初始迭代点 $(\mathbf{u}_0, \boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\lambda}_0)$ ,  $\boldsymbol{\mu}_0$ 与 $\boldsymbol{\lambda}_0$ 一般取零向量;对称正定矩阵 $\mathbf{E}_0$ 一般取单位对角阵;取 $k=0$ ,计算 $\mathbf{A}_k^\epsilon, \mathbf{A}_k^\zeta, \mathbf{A}_k$ ;选择参数 $\eta \in (0, 0.5)$ ,步长因子 $\rho \in (0, 1)$ ,设定容许误差 $0 < \beta_1, \beta_2 < 1$ 。

**步骤3** 用改进的算法求解子问题,获得 $\mathbf{d}_k, \tilde{\omega}$ 。

**步骤4** 判断,若 $\|\mathbf{d}_k\|_1 \leq \beta_1$ 且 $\|\mathbf{h}_k\| + \|(\mathbf{g}_k)_-\|_1 \leq \beta_2$ ,停止计算,输出解 $\mathbf{u}_k$ ;否则,进入步骤5。

**步骤5** 选择某种价值函数 $f_v$ ,设 $j_k$ 为满足下式的最小正整数 $j$ ,则有

$$f_v(\mathbf{u}_k + \rho^j \mathbf{d}_k, \sigma_k) - f_v(\mathbf{u}_k, \sigma_k) \leq \eta \rho^j f'_v(\mathbf{u}_k, \sigma_k, \mathbf{d}_k)$$

$$\text{令 } \alpha_k = \rho^{j_k}, \mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k.$$

**步骤6** 更新 $\mathbf{A}_{k+1}^\epsilon, \mathbf{A}_{k+1}^\zeta, \mathbf{A}_{k+1}, \boldsymbol{\mu}_{k+1}, \boldsymbol{\lambda}_{k+1}$ 。

**步骤7** 更新 $\mathbf{E}_k, k=k+1$ ,转步骤3。

## 4 控制分配算法验证及其仿真分析

### 4.1 控制分配方法静态对比实验

为了验证IQP的快速性,不考虑AUV的运动控制模型,只考虑一个优化求解问题,目标函数、约束函数如式(13)所示。将改进二次规划算法的计算时间与序列二次规划算法的计算时间进行对比,参考文献[12]中的舵升力解析模型建立方法。当AUV的运动速度为1 m/s时,计算所得的控制分配效率矩阵参数如表1所示;SQP与IQP的计算结果对比如表2所示,其中: $e_K$ 为横倾力矩误差; $e_M$ 为纵

表 1 控制分配效率矩阵参数

Tab. 1 Parameters of control allocation efficiency matrix

参数	取值	参数	取值	参数	取值
$k_1$	-0.53	$m_1$	3.82	$n_1$	-3.815
$k_2$	-0.53	$m_2$	-3.82	$n_2$	-3.815
$k_3$	-0.53	$m_3$	-3.82	$n_3$	3.815
$k_4$	-0.53	$m_4$	3.82	$n_4$	3.815

表 2 SQP 与 IQP 的计算结果对比

Tab. 2 Comparison of SQP and IQP calculations

算法	$\boldsymbol{u}_0$	$\boldsymbol{\tau}$	$\boldsymbol{u}_k$	$t/s$	$e_K/(N \cdot m)$	$e_M/(N \cdot m)$	$e_N/(N \cdot m)$
SQP	[1 2 3 4] <sup>T</sup>	[10 93 73] <sup>T</sup>	[6.0 -6.2 3.4 15.6] <sup>T</sup>	0.033	$1.78 \times 10^{-15}$	0.027 3	$1.42 \times 10^{-14}$
IQP	[1 2 3 4] <sup>T</sup>	[10 93 73] <sup>T</sup>	[6.0 -6.2 3.4 15.6] <sup>T</sup>	0.020	$-1.06 \times 10^{-14}$	0.027 3	$8.52 \times 10^{-14}$

倾力矩误差;  $e_N$  为偏航力矩误差;  $t$  为计算时间.

由表 2 可知, IQP 减少了 40% 的计算时间, 而分配结果误差与 SQP 相当.

4.2 X 舵 AUV 控制分配方法的动态对比实验

将 IQP 应用到实际的 X 舵 AUV 控制系统中进行运动控制仿真. 选取某 X 舵 AUV 为研究对象,

其运动模型参数如表 3 所示. 其中,  $m$  为 AUV 质量;  $I_x, I_y, I_z$  为转动惯量;  $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}$  为惯性积;  $X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r$  为速度相关的水动力系数;  $X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}$  为加速度相关的水动力系数;  $X_{uu}, Y_{vv}, Z_{ww}$  为速度相关的水动力系数的一阶导数;  $N_{rr}, K_{pp}, M_{qq}$  为角速度相关的水动力系数的一阶

表 3 运动模型参数

Tab. 3 Parameters of motion model

参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值
$m/\text{kg}$	92	$X_u/(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	-21.9	$Y_{\dot{v}}/\text{kg}$	-82.3	$Z_{ww}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	40.2
$I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	92	$Y_v/(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	-47.4	$Z_{\dot{w}}/\text{kg}$	-114.6	$N_{rr}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	39.3
$I_y/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	84	$Z_w/(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	-53.5	$K_{\dot{p}}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	-59.1	$K_{pp}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	42.1
$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	79	$K_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{rad}^{-1})$	-21.9	$M_{\dot{q}}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	-55.7	$M_{qq}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	48.3
$I_{xy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0	$M_{\dot{q}}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{rad}^{-1})$	-71.9	$N_{\dot{r}}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	-76.5		
$I_{yz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0	$N_r/(\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{rad}^{-1})$	-97.3	$X_{uu}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	24.5		
$I_{xz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0	$X_{\dot{u}}/\text{kg}$	-40.6	$Y_{vv}/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	34.7		

导数.

利用上述模型参数建立空间运动控制仿真模型, AUV 初始深度为 0 m, 初始姿态角为  $[0, 0, 0]^T$ , 初始速度为 0 m/s, 设置 AUV 的控制目标深度为 6 m, 艏向角为  $\frac{\pi}{6}$  rad, 纵向速度为 1 m/s, 选取优化目标为舵偏转角度小(能源消耗)与分配精度高. 优化目标函数定义如下:

$$\min f = (1 - \vartheta) \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{w}_1 \boldsymbol{u} + \vartheta (\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{B} \boldsymbol{u})^T \boldsymbol{w}_2 (\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{B} \boldsymbol{u}) \quad (13)$$

等式约束:  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{B} \boldsymbol{u}$

不等式约束:  $\boldsymbol{u}_i^2 - \boldsymbol{u}^2 \geq 0$

式中:  $\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2$  为单位对角权值矩阵, 通过调节其大小可改变对应舵的使用率及优先使用权;  $\vartheta = 0.5$ , 为能

源消耗问题与分配精确问题的权重;  $\boldsymbol{u}_1 = [-30^\circ, -30^\circ, -30^\circ, -30^\circ]^T$  和  $\boldsymbol{u}_t = [30^\circ, 30^\circ, 30^\circ, 30^\circ]^T$ .

将 Pi 与 IQP 的控制分配结果进行对比, AUV 的纵向速度、深度、艏向角以及横倾角的仿真控制曲线如图 4~7 所示. 其中,  $\psi$  为艏向角;  $\phi$  为横倾角. 由于 Pi 分配结果在  $t = 3$  s 时超出舵位置偏转约束, 所以采用 Pi 控制分配的结果比 IQP 更晚达到稳定状态, 且采用 IQP 的 AUV 姿态控制的效果更好.

X 舵 AUV 采用两种控制分配算法获得的各个尾舵执行的偏转角度曲线如图 8~11 所示.

X 舵 AUV 采用两种控制分配算法获得的实际横倾力矩、纵倾力矩、转舵力矩与对应 3 个自由度的期望力矩的分配误差曲线如图 12~14 所示.

从图 4~7 可以看出, X 舵 AUV 的艏向、轴向

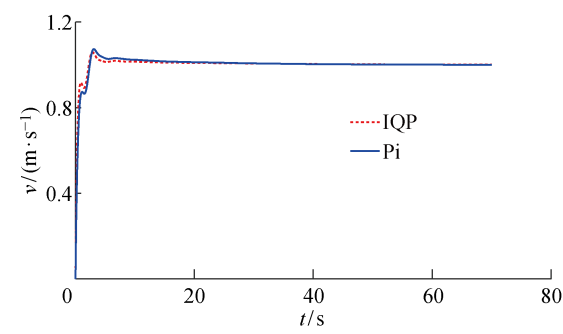


图 4 AUV 的纵向速度曲线

Fig. 4 Longitudinal speed curves of AUV

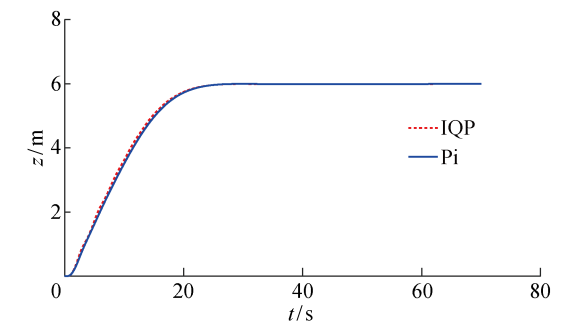


图 5 AUV 的深度曲线

Fig. 5 Depth curves of AUV

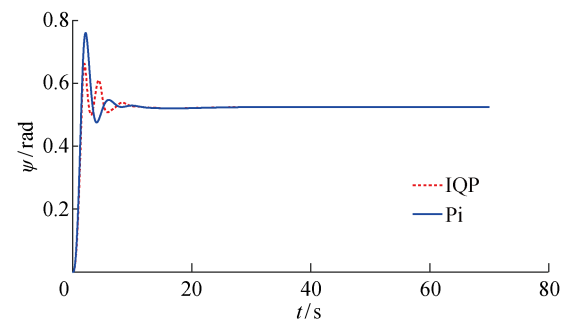


图 6 AUV 的艏向角曲线

Fig. 6 Yaw curves of AUV

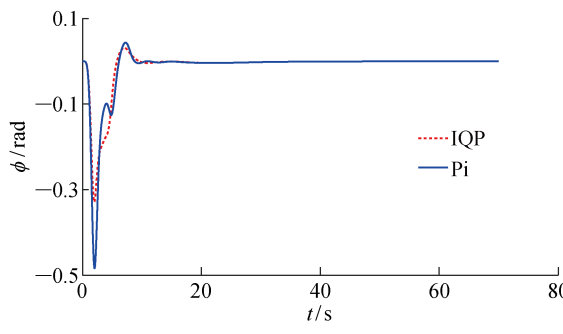


图 7 AUV 的横倾角曲线

Fig. 7 Rolling angle curves of AUV

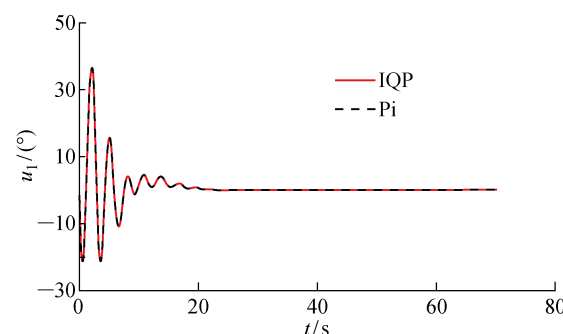


图 8 舵 1 偏转角度曲线

Fig. 8 Deflecting angle curves of Rudder 1

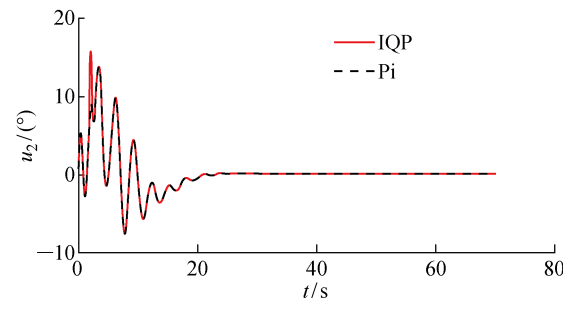


图 9 舵 2 偏转角度曲线

Fig. 9 Deflecting angle curves of Rudder 2

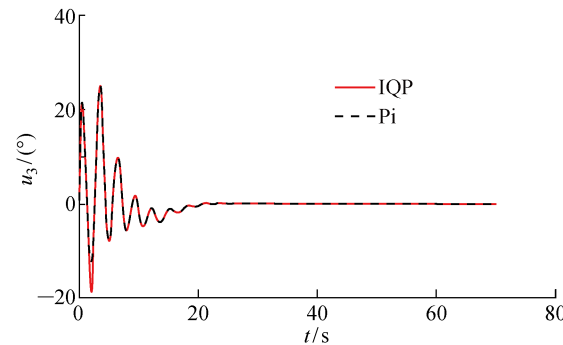


图 10 舵 3 偏转角度曲线

Fig. 10 Deflecting angle curves of Rudder 4

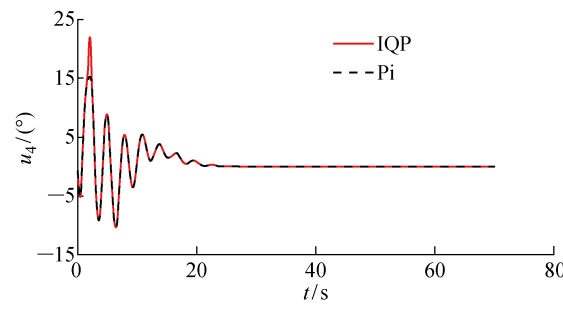


图 11 舵 4 偏转角度曲线

Fig. 11 Deflecting angle curves of Rudder 4

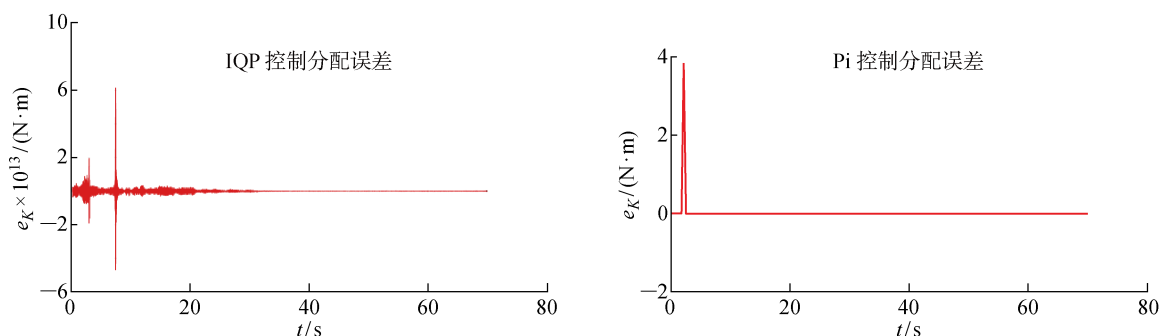


图 12 横倾力矩分配误差对比

Fig. 12 Comparison of rolling torque allocation errors

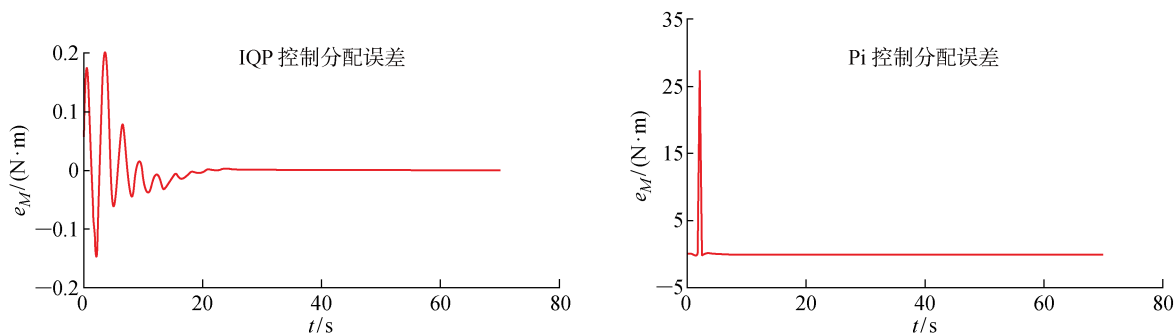


图 13 纵倾力矩分配误差对比

Fig. 13 Comparison of pitch torque allocation errors

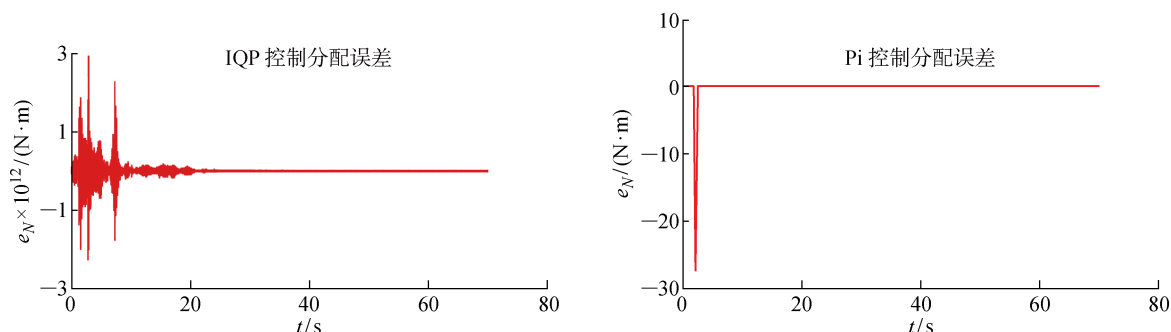


图 14 偏航力矩分配误差对比

Fig. 14 Comparison of yaw torque allocation errors

速度、深度在经过一定时间的控制调整后都稳定在了设定值. 对于设定的 X 舵舵角的位置偏转约束  $[-30^\circ, 30^\circ]$ , 当  $t=3\text{ s}$  时, 显示 Pi 控制分配在舵 1 的分配上超出了约束限制 (见图 8), 此时 Pi 控制分配的结果与 AUV 实际的执行器输出会产生较大的误差 (见图 12~14). 相对的, IQP 分配角度曲线没有超出约束, 对于 Pi 控制分配超出约束部分, IQP 将其分配到了其余的 3 个舵上, 且 K 与 N 的分配误差较小, 可以忽略不计, 而 M 的分配误差相对较大, 但仍小于分配舵角值的 1%, 故是优化算法计算时做出的取舍结果. 从计算时间、分配误差以及分配结果来看, 仿真结果都证明了 IQP 的有效性与可

行性.

## 5 结语

针对 X 舵 AUV 的姿态控制分配问题, 采用序列二次规划方法, 实现了执行器输出范围约束条件下的准确分配. 为了改善序列二次规划求解的计算效率, 采用 Lagrange 乘子法替代光滑牛顿法. 仿真试验结果表明, 改进的序列二次规划方法有效地提高了控制分配的计算效率, 保证了控制分配的精度, AUV 姿态控制效果满足作业任务需求. 另外, 所提方法基于约束函数的梯度计算可行下降方向, 因此该算法同样适用于非线性约束的控制分配模型.

参考文献:

[1] 胡坤,徐亦凡,王树宗. 潜艇 X 舵发展概况及其操纵控制特性分析[J]. **中国造船**, 2007, 48(2): 130-136.  
HU Kun, XU Yifan, WANG Shuzong. X rudder submarine's development history and the analysis of it's manipulative characteristic[J]. **Ship Building of China**, 2007, 48(2): 130-136.

[2] 焦玉超,肖昌润. 潜艇 X 舵的布局优化[J]. **兵器装备工程学报**, 2018, 39(3): 40-44.  
JIAO Yuchao, XIAO Changrun. Layout optimization of submarine X rudder [J]. **Journal of Ordnance Equipment Engineering**, 2018, 39(3): 40-44.

[3] 曾俊宝,李硕,李一平,等. 便携式自主水下机器人控制系统研究与应用[J]. **机器人**, 2016, 38(1): 91-97.  
ZENG Junbao, LI Shuo, LI Yiping, *et al.* Research and application of the control system for a portable autonomous underwater vehicle[J]. **Robot**, 2016, 38(1): 91-97.

[4] 焦玉超,肖昌润. 潜艇 X 舵研究综述[C]// **第十届武汉地区船舶与海洋工程研究生学术论坛论文集**. 中国武汉: 武汉地区船舶与海洋工程研究生学术论坛, 2017: 124-130.  
JIAO Yuchao, XIAO Changrun. The conceptual design of semi-submersible submarine[C]// **Proceedings of the 10th Wuhan Academic Forum on Ship and Ocean Engineering**. Wuhan, China: Wuhan Academic Forum for Ship and Ocean Engineering Graduate Students, 2017: 124-130.

[5] DURHAM W. Constrained control allocation; Three-moment problem [J]. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, 1994, 17(2): 330-336.

[6] OMERDIC E, ROBERTSG N, TOAL D. Extension of feasible region of control allocation for open-frame underwater vehicles[J]. **IFAC Conference on Computer Applications in Marine Systems**, 2004, 37(10): 315-320.

[7] 俞建成,张艾群,王晓辉. 基于 SQP 算法的 7000m 载人潜水器有约束非线性控制分配研究[J]. **信息与控制**, 2006, 35(4): 508-512.  
YU Jiancheng, ZHANG Aiqun, WANG Xiaohui. Constrained nonlinear control allocation of a 7000m manned submarine using sequential quadratic programming[J]. **Information and Control**, 2006, 35(4): 508-512.

[8] ZHANG Y H, LI Y M, SUN Y S, *et al.* Design and simulation of X-rudder AUV's motion control[J]. **Ocean Engineering**, 2017, 137: 204-214.

[9] BORDINGNON K A, DURHAM W C. Closed-form solutions to constrained control allocation problem [J]. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, 1995, 18(5): 1000-1007.

[10] 隆昌菊. 伪逆矩阵与线性方程组[J]. **重庆职业技术学院学报**, 2006, 15(6): 158-159.  
LONG Changju. Pseudoinverse matrix and linear equation [J]. **Journal of Chongqing Vocational & Technical Institute**, 2006, 15(6): 158-159.

[11] 马昌凤,柯艺芬,谢亚军. 最优化计算方法及其 MATLAB 程序实现[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.  
MA Changfeng, KE Yifen, XIE Yajun. Optimization calculation method and its MATLAB program implementation[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015.

[12] 杨立平. 舵桨联控式水下机器人容错控制技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2010.  
YANG Liping. Research on fault tolerant control technology of underwater vehicle controlled by rudders and thrusters[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2010.

(本文编辑:石易文)