

文章编号:1006-2467(2020)04-0359-10

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2020.04.004

基于稀疏贝叶斯的多跳频信号二维波达方向估计

李红光¹, 郭英¹, 眭萍¹, 蔡斌^{1,2}, 苏令华¹

(1. 空军工程大学 信息与导航学院, 西安 710077; 2. 北京信息技术研究所, 北京 10094)

摘要: 分析了现有跳频信号二维波达方向(DOA)估计算法的优缺点,提出了一种基于稀疏贝叶斯学习的跳频信号二维 DOA 估计算法. 该算法利用 L 型阵列特点,将方位角、俯仰角和跳频率三维信息转换为一维空间频率信息,降低了冗余字典长度和稀疏求解难度. 其次,经过奇异值分解降维处理,减少了矩阵运算维数,降低了算法复杂度,通过稀疏贝叶斯算法和快速傅里叶变换估计出空间频率和跳频率,利用 Capon 空间频率配对算法将空间频率和跳频率正确配对,计算出空间角. 最后,由空间角几何关系解算出方位角和俯仰角. 模拟结果表明,在低信噪比或低快拍数条件下,该算法 DOA 估计精度较高,且不易受空间频率间隔和跳频信号源相干性的影响.

关键词: 稀疏贝叶斯; 跳频; 波达方向; 奇异值分解

中图分类号: TN 911.7

文献标志码: A

Two-Dimensional DOA Estimation for Multi-Hopping Signals Based on Sparse Bayes

LI Hongguang¹, GUO Ying¹, SUI Ping¹, CAI Bin^{1,2}, SU Linghua¹

(1. Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. Beijing Information Technology Research Institution, Beijing 10094, China)

Abstract: The advantages and disadvantages of the existing two-dimensional direction of arrival (DOA) estimation algorithm for frequency hopping signals are analyzed. A two-dimensional DOA estimation algorithm for frequency hopping signals based on sparse Bayesian learning is proposed. The algorithm uses the characteristics of the L-shaped array to convert the three-dimensional information of azimuth, elevation and hopping frequency into one-dimensional spatial frequency information, which reduces the length of redundant dictionary and the difficulty of sparse solution. Then, after singular value decomposition, the matrix operation dimension is reduced, and the algorithm complexity is reduced. The spatial frequency and the hopping frequency are estimated by the sparse bayes algorithm and the fast fourier transform. The spatial frequency and the hopping frequency are correctly paired by the capon spatial frequency matching algorithm to calculate the spatial angle. Finally, the azimuth and elevation angles are calculated according to the spatial angular relationship. The simulation results show that the DOA estimation performance of the algorithm is good under low signal noise ratio or low fast beat, and it is not easy to be affected by the spatial frequency interval and the coherence of the hopping signal source.

Key words: sparse bayes; frequency hopping; direction of arrival (DDA); singular value decomposition

收稿日期:2019-01-30

基金项目:国家自然科学基金(61871396),军队研究生课题(JY2018C169)资助项目

作者简介:李红光(1986-),男,天津市人,博士生,从事信息对抗理论研究.

通信作者:郭英,女,教授,博士生导师,电话(Tel.):13379265196;E-mail:kdydsp@163.com.

跳频(FH)通信作为一种重要的扩频通信类型,在军事通信系统中得到了广泛应用^[1-3]. FH信号的空域信息是一项重要参数,能够为FH信号网台分选和干扰引导等任务提供重要依据. Lin等^[4]通过构造空时频矩阵,实现FH信号波达方向(DOA)估计,但该类算法需要满足信源数小于阵元数的超定条件,在实际应用过程中受限. 陈利虎^[5]将空时频分析与多重信号分类(MUSIC)算法相结合,实现了FH信号在超定和欠定条件下的DOA估计,但是该算法复杂度较高. 张东伟等^[6]通过建立FH信号的极化敏感阵列观察模型,结合空时频分布矩阵和多项式求根方法实现DOA估计,该类算法的计算复杂度较低,但对接收阵列结构要求较为严格. Fu等^[7-8]利用盲源分离的方法进行单源点检测,根据估计出的载频信息和混合矩阵实现FH信号的DOA估计,能够实现欠定条件下的多跳频信号DOA估计,但该算法只适用于正交组网方式的FH通信,在低信噪比条件下,单源点检测容易受到噪声干扰,算法鲁棒性较差. 上述算法均只能完成一维DOA估计,而对于FH网台的分选和定位,二维DOA的信息特征辨识度更高. 现有文献对于FH信号的二维DOA估计较少,于欣永等^[9]首先构造每一跳信号的空时频矩阵,将共轭子空间的思想引入到MUSIC算法中,通过半谱搜索实现多跳频信号的二维DOA估计,该算法在一定程度上降低了MUSIC的计算复杂度,但只适用于不相关信源. 张东伟等^[10-11]通过设计阵元时频点选取策略,构建了每跳信号空间极化时频矩阵,并利用最小二乘旋转不变子空间(ES-PRIT)算法完成多跳信号的二维DOA估计,但该算法必须预先知道信源个数,运算量较大.

随着压缩感知技术不断发展,基于稀疏重构理论的DOA估计算法^[12-13]相继出现,这类算法不易受信源数量和相干性的影响,对接收天线阵列误差和噪声敏感度低. 目前,基于压缩感知的DOA算法主要应用于非FH信源. 韩树楠等^[14]对近似0范数稀疏类算法进行改进,利用奇异值分解估计出DOA,提高了算法在低信噪比、低快拍数条件下的DOA估计性能. 但是,该算法在求解凸优化问题的过程中计算复杂度较高,而且容易受空间谱伪峰和正则化参数变化的影响,导致DOA估计不准. Lei等^[15-16]采用稀疏贝叶斯学习(SBL)方法完成了DOA估计,此类算法保持了L1范数稀疏重构算法的估计性能,具有更强的可拓展性,计算复杂度也有所降低.

为了实现对FH信号二维DOA估计,更好地

辅助于FH信号网台分选,本文利用L型阵列的结构特点,将FH信号方位向和俯仰向的二维DOA估计问题转化为两个一维DOA估计问题,再构建空间频率的完备字典,通过SBL重构方法求得方位向和俯仰向的空间频率,再由Capon^[17-18]空间频率配对算法完成FH信号频率和空间频率的正确配对,最终解算出FH信号跳频率、方位角和俯仰角三维信息. 为了降低算法计算复杂度,利用奇异值分解方法对两个子阵的接收矩阵进行降维预处理,降低矩阵维数,减少运算时间.

1 数学模型

1.1 FH信号L型阵列接收模型

假设有 K 个远场FH信号 $s(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_K(t)]^T$ 入射到一个L型阵列,如图1所示,图中 α_i 和 β_i 分别为FH信号 $s_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, K$)入射方向与子阵 x 及 y 的夹角. 该L型阵列位于 x - y 平面,子阵 x 和 y 互成 90° ,每个子阵分别由 M ($M > K$)个阵元组成,阵元间距均为 d 且 $d < c/(2f_{\max})$, c 为真空中光速, f_{\max} 为FH信号最大跳频率. 设第 i 个远场FH信号的入射角为 (θ_i, ϕ_i) , θ_i 为方位角, ϕ_i 为俯仰角.

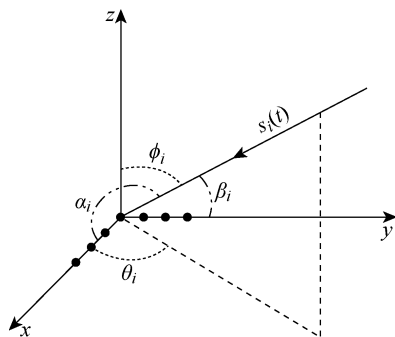


图1 FH信号L型阵列接收示意图

Fig. 1 Schematic diagram of FH signal L-array reception

在观测时间内,第 i 个FH信号可表示为

$$s_i(t) = \nu_i \sum_{b_i=1}^{B_i} \exp(2\pi j f_{i,b_i} t') \text{rect}(t'/T_i) \quad (1)$$

式中: ν_i 为 $s_i(t)$ 的幅度; B_i 为在观测时间内 $s_i(t)$ 的总跳数; f_{i,b_i} 为 $s_i(t)$ 第 b_i 跳的载频; T_i 为 $s_i(t)$ 的跳频周期; t' 为观测时长, $t' = t - (b_i - 1)T_i$.

假设接收阵列中各阵元是各向同性的,则第 i 个FH信号在子阵 x 和 y 的导向矢量分别为

$$\mathbf{a}_x(\theta_i, \phi_i, f_{i,b_i}) = [e^{2\pi j \tau_{i,1}} \ e^{2\pi j \tau_{i,2}} \ \cdots \ e^{2\pi j \tau_{i,M}}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_y(\theta_i, \phi_i, f_{i,b_i}) = [e^{2\pi j \nu_{i,1}} \ e^{2\pi j \nu_{i,2}} \ \cdots \ e^{2\pi j \nu_{i,M}}]^T \quad (3)$$

式中: $\tau_{i,m} = (M - m)f_{i,b_i}d \cos \theta_i \sin \phi_i / c$; $v_{i,m} = (M - m)f_{i,b_i}d \sin \theta_i \sin \phi_i / c$, $m = 1, 2, \dots, M$.

由图1所示的空间几何关系可得

$$\cos \alpha_i = \cos \theta_i \sin \phi_i \quad (4)$$

$$\cos \beta_i = \sin \theta_i \sin \phi_i \quad (5)$$

将式(4)、(5)代入式(2)、(3)得

$$\mathbf{a}_x(\alpha_i, f_{i,b_i}) = [e^{2\pi j \tau'_{i,1}} \quad e^{2\pi j \tau'_{i,2}} \quad \dots \quad e^{2\pi j \tau'_{i,M}}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_y(\beta_i, f_{i,b_i}) = [e^{2\pi j v'_{i,1}} \quad e^{2\pi j v'_{i,2}} \quad \dots \quad e^{2\pi j v'_{i,M}}]^T \quad (7)$$

式中: $\tau'_{i,m} = (M - m)f_{i,b_i}d \cos \alpha_i / c$; $v'_{i,m} = (M - m)f_{i,b_i}d \cos \beta_i / c$.

由式(6)和(7)可知, FH信号在子阵 x 和 y 的方位角、俯仰角和跳频率三维信息可由空间角和跳频率二维信息表示. 为了进一步降低算法求解难度, 现定义第 i 个FH信号在频率 $f_{i,b}$ 处的方位向空间频率为 $H_{i,b}$, 俯仰向空间频率为 $V_{i,b}$, 其表达式为

$$H_{i,b} = f_{i,b} \cos \alpha_i / c \quad (8)$$

$$V_{i,b} = f_{i,b} \cos \beta_i / c \quad (9)$$

由式(8)和(9)可知, 子阵 x 和 y 的导向矢量为

$$\mathbf{a}_x(H_{i,b}) = [e^{2\pi j \tau''_{i,1}} \quad e^{2\pi j \tau''_{i,2}} \quad \dots \quad e^{2\pi j \tau''_{i,M}}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{a}_y(V_{i,b}) = [e^{2\pi j v''_{i,1}} \quad e^{2\pi j v''_{i,2}} \quad \dots \quad e^{2\pi j v''_{i,M}}]^T \quad (11)$$

式中: $\tau''_{i,m} = (M - m)dH_{i,b}$; $v''_{i,m} = (M - m)dV_{i,b}$.

由式(10)和(11)可知, FH信号在子阵 x 和 y 只有空间频率一维信息, 则接收阵列流型矩阵可分别表示为

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{a}_x(H_{1,b}) \quad \mathbf{a}_x(H_{2,b}) \quad \dots \quad \mathbf{a}_x(H_{K,b})] \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_y = [\mathbf{a}_y(V_{1,b}) \quad \mathbf{a}_y(V_{2,b}) \quad \dots \quad \mathbf{a}_y(V_{K,b})] \quad (13)$$

从而得到子阵 x 和 y 接收的FH信号分别为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_x \mathbf{s}_x(t) + \mathbf{e}_x(t) \quad (14)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}_y \mathbf{s}_y(t) + \mathbf{e}_y(t) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_M(t)]^T$, $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_M(t)]^T$, $x_m(t)$ 和 $y_m(t)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 分别为子阵 x 和 y 的第 m 个阵元接收的FH信号; $\mathbf{e}_x(t) = [e_{x,1}(t) \quad e_{x,2}(t) \quad \dots \quad e_{x,M}(t)]^T$, $\mathbf{e}_y(t) = [e_{y,1}(t) \quad e_{y,2}(t) \quad \dots \quad e_{y,M}(t)]^T$, $e_{x,m}(t)$ 和 $e_{y,m}(t)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 分别为子阵 x 和 y 的第 m 个阵元接收的均值为0, 方差为 σ^2 的高斯白噪声.

1.2 基于空间频率的FH信号稀疏表示

考虑到子阵 x 和 y 接收的FH信号空间频率具有稀疏性, 分别将方位向空间频率和俯仰向空间频率进行均匀离散划分, 得到超完备的空间频率集合, 分别为 $F = \{F_1, F_2, \dots, F_N\}$ 和 $G = \{G_1, G_2, \dots, G_N\}$, F_n 和 G_n 分别表示空间频率集合 F 和 G 中的第 n 个空间频率元素, $n = 1, 2, \dots, N$, N 为划分网格数

且 $N \gg M > K$. 则由式(14)和(15)可得基于空间频率的子阵 x 和 y 单测量阵列输出模型:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{D}_x \bar{\mathbf{s}}_x(t) + \mathbf{e}_x(t) \quad (16)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{D}_y \bar{\mathbf{s}}_y(t) + \mathbf{e}_y(t) \quad (17)$$

式中: $\mathbf{D}_x(F) = [\mathbf{a}_x(F_1) \quad \mathbf{a}_x(F_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}_x(F_N)]$, $\mathbf{D}_y(G) = [\mathbf{a}_y(G_1) \quad \mathbf{a}_y(G_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}_y(G_N)]$, 流型矩阵 \mathbf{D}_x 和 \mathbf{D}_y 均为 $M \times N$ 维; $\bar{\mathbf{s}}_x(t)$ 和 $\bar{\mathbf{s}}_y(t)$ 是子阵 x 和 y 接收的FH信号 $s(t)$ 进行补0扩展后的新信号向量, $\bar{\mathbf{s}}_x(t) = [\bar{s}_{x,1}(t) \quad \bar{s}_{x,2}(t) \quad \dots \quad \bar{s}_{x,N}(t)]^T$, $\bar{\mathbf{s}}_y(t) = [\bar{s}_{y,1}(t) \quad \bar{s}_{y,2}(t) \quad \dots \quad \bar{s}_{y,N}(t)]^T$, $\bar{\mathbf{s}}_x(t)$ 和 $\bar{\mathbf{s}}_y(t)$ 的非0行数为 K .

在多次快拍数条件下, 将子阵 x 和 y 每次接收的快拍数据 L 作为1个快拍帧进行运算, 则基于空间频率的稀疏表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{D}_x \bar{\mathbf{S}}_x + \mathbf{E}_x \quad (18)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D}_y \bar{\mathbf{S}}_y + \mathbf{E}_y \quad (19)$$

式中: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1) \quad \mathbf{x}(t_2) \quad \dots \quad \mathbf{x}(t_L)]$ 和 $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(t_1) \quad \mathbf{y}(t_2) \quad \dots \quad \mathbf{y}(t_L)]$ 为子阵 x 和 y 的输出矩阵且维数均为 $M \times L$; $\bar{\mathbf{S}}_x = [\bar{\mathbf{s}}_x(t_1) \quad \bar{\mathbf{s}}_x(t_2) \quad \dots \quad \bar{\mathbf{s}}_x(t_L)]$ 和 $\bar{\mathbf{S}}_y = [\bar{\mathbf{s}}_y(t_1) \quad \bar{\mathbf{s}}_y(t_2) \quad \dots \quad \bar{\mathbf{s}}_y(t_L)]$ 为子阵 x 和 y 扩展后的信源矩阵且维数均为 $N \times L$; $\mathbf{E}_x = [\mathbf{e}_x(t_1) \quad \mathbf{e}_x(t_2) \quad \dots \quad \mathbf{e}_x(t_L)]$ 和 $\mathbf{E}_y = [\mathbf{e}_y(t_1) \quad \mathbf{e}_y(t_2) \quad \dots \quad \mathbf{e}_y(t_L)]$ 为子阵 x 和 y 接收的高斯白噪声矩阵且均为 $M \times L$ 维. 对于子阵 x , 当且仅当第 l 快拍的第 i 个FH信号的空间频率 $H_i = F_n$ 时, $\bar{\mathbf{s}}_x(t_l)$ 的第 n 行非0. 反之, 一旦确定 $\bar{\mathbf{s}}_x(t_l)$ 非0行的网格点, 就可以通过该网格点位置所对应 F 中的空间频率, 估计出该FH信号的方位向空间频率, 即

$$\bar{s}_{x,n}(t_l) = \begin{cases} s_i(t_l), & F_n = H_{i,b}; n = 1, 2, \dots, N; \\ & l = 1, 2, \dots, L; i = 1, 2, \dots, K \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

同理, 对于子阵 y 接收的FH信号也可以估计出其俯仰向空间频率, 即

$$\bar{s}_{y,n}(t_l) = \begin{cases} s_i(t_l), & G_n = V_{i,b}; n = 1, 2, \dots, N; \\ & l = 1, 2, \dots, L; i = 1, 2, \dots, K \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

2 算法原理

2.1 输出矩阵降维预处理

在实际应用过程中, 为了提高FH信号DOA的估计精度, 一般需要增加FH信号的快拍数 L , 但是随着快拍数 L 的增加, 输出矩阵的维数增多, 这

必然会导致计算量大幅增加,算法的时效性降低.为了在保证算法估计精度的基础上减少算法运算时间,采用奇异值分解(SVD)的方法分别对输出矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 进行降维处理.根据文献[19-20],矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 的 SVD 表达式为

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}_x \boldsymbol{\Sigma}_x \mathbf{W}_x^T \quad (22)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}_y \boldsymbol{\Sigma}_y \mathbf{W}_y^T \quad (23)$$

式中: \mathbf{U}_x 和 \mathbf{U}_y 分别为 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 的 $M \times M$ 维左特征正交矩阵; $\boldsymbol{\Sigma}_x$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_y$ 为 $M \times L$ 维对角阵; $\mathbf{W}_x = [\mathbf{W}_{x1} \ \mathbf{W}_{x2}]$ 和 $\mathbf{W}_y = [\mathbf{W}_{y1} \ \mathbf{W}_{y2}]$ 分别为 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 的 $L \times L$ 维右特征正交矩阵, \mathbf{W}_{x1} 和 \mathbf{W}_{y1} 分别为 \mathbf{W}_x 和 \mathbf{W}_y 的前 K 列. \mathbf{W}_{x1} 和 \mathbf{W}_{y1} 中分别包含了 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 经过 SVD 分解后的特征值所对应的所有特征向量,因此可得 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 经 SVD 降维后的矩阵 \mathbf{X}_{svd} 和 \mathbf{Y}_{svd} 分别为

$$\mathbf{X}_{\text{svd}} = \mathbf{X} \mathbf{W}_{x1} \quad (24)$$

$$\mathbf{Y}_{\text{svd}} = \mathbf{Y} \mathbf{W}_{y1} \quad (25)$$

\mathbf{X}_{svd} 和 \mathbf{Y}_{svd} 包含了子阵 x 和 y 接收的所有 FH 信号空间频率信息,可将式(18)和(19)转化为

$$\mathbf{X}_{\text{svd}} = \mathbf{D}_x \bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} + \mathbf{E}_{x\text{-svd}} \quad (26)$$

$$\mathbf{Y}_{\text{svd}} = \mathbf{D}_y \bar{\mathbf{S}}_{y\text{-svd}} + \mathbf{E}_{y\text{-svd}} \quad (27)$$

式中: $\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} = \bar{\mathbf{S}}_x \mathbf{W}_{x1}$; $\bar{\mathbf{S}}_{y\text{-svd}} = \bar{\mathbf{S}}_y \mathbf{W}_{y1}$; $\mathbf{E}_{x\text{-svd}} = \mathbf{E}_x \mathbf{W}_{x1}$; $\mathbf{E}_{y\text{-svd}} = \mathbf{E}_y \mathbf{W}_{y1}$.

本节利用 SVD 算法将 $M \times L$ 维输出矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 降低到 $M \times K$ 维,且 SVD 算法本身对子阵接收的噪声产生抑制作用.由于噪声的奇异值相对于 FH 信号非常小,所以在 SVD 过程中能够将 FH 信号中的大部分噪声分离出来,提高了算法在低信噪比条件下的估计性能.

2.2 基于 SBL 的空间频率估计

本节以子阵 x 为例,求解方位向空间频率.根据式(26),其观测噪声矩阵 $\mathbf{E}_{x\text{-svd}}$ 各列均是相互独立的,且服从均值为 0,协方差矩阵为 $(\sigma_e^2/L) \mathbf{I}_M$ (\mathbf{I}_M 为 $M \times M$ 维单位矩阵)的高斯分布.则 \mathbf{X}_{svd} 关于 FH 信号幅度的概率密度函数可表示为

$$p(\mathbf{X}_{\text{svd}} | \bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}) = \prod \pi \sigma_e^2 \mathbf{I}_M \exp(-\|\mathbf{X}_{x\text{-svd}} - \mathbf{D}_x \bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}\|_2^2 / \sigma_e^2) \quad (28)$$

式中: $\sigma_e^2 = \sigma^2/L$.

本节 SBL 引入中间参数 $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \cdots \ \gamma_N]^T$ 表示 FH 信号在空间频率集 \mathbf{D}_x 上的功率谱分布,各参数间相互独立,且有

$$\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}(t_l) \sim \mathbf{N}(0, \boldsymbol{\Gamma}) \quad (29)$$

式中: $\mathbf{N}(0, \boldsymbol{\Gamma})$ 为均值为 0,协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的高斯分布, $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\boldsymbol{\gamma})$.

根据贝叶斯概率理论可知,信源矩阵 $\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}$ 关于观测矩阵 \mathbf{X}_{svd} 的后验概率密度函数为

$$p(\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} | \mathbf{X}_{\text{svd}}, \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2) = \frac{p(\mathbf{X}_{\text{svd}} | \bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}; \sigma_e^2) p(\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} | \boldsymbol{\gamma})}{\int p(\mathbf{X}_{\text{svd}} | \bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}; \sigma_e^2) p(\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} | \boldsymbol{\gamma}) d\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}} = |\pi \boldsymbol{\Sigma}_S|^{-L} \times \exp\{-\text{tr}[(\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} - \mathbf{U}_S)^H \boldsymbol{\Sigma}_S^{-1} (\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} - \mathbf{U}_S)]\} \quad (30)$$

$$\mathbf{U}_S = \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{D}_x^H [\sigma_e^2 \mathbf{I} + \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{D}_x^H]^{-1} \mathbf{X}_{\text{svd}} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_S = \boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{D}_x^H [\sigma_e^2 \mathbf{I} + \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{D}_x^H]^{-1} \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Gamma} \quad (32)$$

式中: \mathbf{U}_S 为均值; $\boldsymbol{\Sigma}_S$ 为方差.

由式(30)可知, $p(\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}} | \mathbf{X}_{\text{svd}}, \boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2)$ 服从高斯分布.

由上述分析可知, $\boldsymbol{\gamma}$ 约束着信源 $\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}$ 分布的先验方差.当 $\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}$ 的第 n 行元素为 0 时, γ_n 也为 0; 当该行元素非 0 时, γ_n 为某一固定值.由于 $\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}$ 中各行之间互不相关且具有稀疏性,所以 $\boldsymbol{\gamma}$ 也具有稀疏性.由此可知,只需估计出 $\boldsymbol{\gamma}$ 中各非 0 元素的位置,即可确定 $\bar{\mathbf{S}}_{x\text{-svd}}$ 非 0 行的网格点,从而通过该网格点位置所对应 \mathbf{D}_x 中的空间频率,计算出 FH 信号方位向空间频率.

对式(30)取对数并忽略其常数项,即可得到优化 $\boldsymbol{\gamma}$ 的目标函数:

$$\ell(\boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2) = \lg |\sigma_e^2 \mathbf{I} + \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{D}_x^H| + \text{tr}[\hat{\mathbf{R}} / (\sigma_e^2 \mathbf{I} + \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{D}_x^H)] \quad (33)$$

式中: $\hat{\mathbf{R}} = (1/L) \mathbf{X}_{\text{svd}} \mathbf{X}_{\text{svd}}^H$, 是子阵 x 输出的多观测 FH 信号协方差矩阵估计值.通过极小化式(33)即可估计出 $\boldsymbol{\gamma}$.

采用快速期望最大化(EM)算法对式(33)进行求解,算法主要包括 E-step 和 M-step 两个阶段.首先,在 E-step 阶段通过最大化式(31)和(32),估计出一阶矩 $\hat{\mathbf{U}}_S$ 和二阶矩 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S$.其次,在 M-step 阶段在给定 σ_e^2 初始值的前提下,通过求解 $\partial \ell(\boldsymbol{\gamma}, \sigma_e^2) / \partial \boldsymbol{\gamma} = 0$ 即可得到 $\boldsymbol{\gamma}$ 的迭代公式:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_n^{j+1} = \frac{\|(\hat{\mathbf{U}}_S^j)_n\|_2^2}{L[1 - (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S^j)_{n,n} / \hat{\boldsymbol{\gamma}}_n^j]} \quad (34)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\gamma}}^j$ 为第 j 次迭代的估计结果; $(\hat{\mathbf{U}}_S^j)_n$ 为 $\hat{\mathbf{U}}_S$ 第 j 次迭代估计结果的第 n 行元素; $(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S^j)_{n,n}$ 为 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S$ 第 j 次迭代估计结果的第 n 行第 n 列元素.

通过式(34)的 j 次迭代运算后,可估计出所有 FH 信号的方位向空间频率集

$$\hat{H}^j = \{\hat{H}_{1,b}^j, \hat{H}_{2,b}^j, \cdots, \hat{H}_{K,b}^j\}$$

则其对应噪声功率的无偏估计值为

$$(\hat{\sigma}_e^2)^{j+1} = \frac{\|[\mathbf{I} - \mathbf{D}_x(\hat{H}^j)\mathbf{D}_x^H]^+ \mathbf{X}_{\text{svd}}\|_2^2}{L(N-K)} \quad (35)$$

式中: $[\]^+$ 为矩阵的伪逆运算.在实际运算过程中,噪声方差 σ_e^2 与 L1 范数类稀疏算法中的正则化参数

类似,都起着折中算法稀疏度和重构精度的作用.虽然 SBL 算法中的 σ_e^2 可以通过迭代运算不断更新,但是其初始值设置是否合理影响 SBL 算法得到全局最优解的收敛速度,因此本文利用 \mathbf{X}_{svd} 的奇异值来得到 σ_e^2 初始值:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\sum_{m=K+1}^M \lambda_m^2}{L(M-K)} \quad (36)$$

式中: λ_m 表示 \mathbf{X}_{svd} 的第 m 个奇异值.

2.3 Capon 空间频率配对方法

根据式(8),其方位向空间角可表示为

$$\alpha_i = \arccos(cH_{i,b}/f_{i,b}) \quad (37)$$

可见,只要将 FH 信号的跳频率和空间频率正确配对,即可估计出方位向和俯仰向的空间角,从而解算出方位角、俯仰角和跳频率三维信息.

将式(14)进行傅里叶变换,可得到子阵 x 接收的混合信号在 $f_{i,b}$ 处的频域输出为

$$\mathbf{x}(f_{i,b}) = \mathbf{A}_x(H_{i,b})\mathbf{s}_x(f_{i,b}) + \mathbf{e}_x(f_{i,b}) \quad (38)$$

式中: $\mathbf{s}_x(f_{i,b})$ 为子阵 x 接收的 FH 信号在 $f_{i,b}$ 处的频域输出; $\mathbf{e}_x(f_{i,b})$ 为子阵 x 接收的噪声在 $f_{i,b}$ 处的频域输出.

根据 Capon 波束形成思想,对方位向空间频率上的 FH 信号功率进行归一化处理,并最小化子阵 x 输出功率,其约束方程为

$$\left. \begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}_x(f_{i,b}) \boldsymbol{\omega} \\ \text{s. t.} \quad & \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{a}_x(\hat{H}_{i,b}^j) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}$ 为最优权值系数,根据文献[24]有

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1}(f_{i,b})\mathbf{a}_x(\hat{H}_{i,b}^j)}{\mathbf{a}_x^H(\hat{H}_{i,b}^j)\mathbf{R}_x^{-1}(f_{i,b})\mathbf{a}_x(\hat{H}_{i,b}^j)} \quad (40)$$

$\mathbf{R}_x(f_{i,b})$ 为频率 $f_{i,b}$ 处的频域协方差矩阵,

$$\mathbf{R}_x(f_{i,b}) = E[\mathbf{x}(f_{i,b})\mathbf{x}^H(f_{i,b})] \quad (41)$$

$\hat{H}_{i,b}^j$ 为由 2.3 节估计出的第 i 个 FH 信号在频率 $f_{i,b}$ 处的方位向空间频率.

将式(40)代入式(39)中,可得到配对函数 γ ,其表达式为

$$\gamma = \frac{1}{\mathbf{a}_x^H(\hat{H}_{i,b}^j)\mathbf{R}_x^{-1}(f_{i,b})\mathbf{a}_x(\hat{H}_{i,b}^j)} \quad (42)$$

本节采用现有基于傅里叶变换(FFT)的频率估计算法,估计出所有 FH 信号的跳频率.根据 γ 的谱峰位置,即可得到第 i 个 FH 信号 $\hat{f}_{i,b}$ 所对应的方位向空间 $\hat{H}_{i,b}$. 同理,根据 2.2 节 SBL 算法和本节配对算法也可得到 $\hat{f}_{i,b}$ 所对应的俯仰向空间频率 $\hat{V}_{i,b}$. 根据空间频率定义可得

$$\hat{\alpha}_i = \arccos(c\hat{H}_{i,b}^j/\hat{f}_{i,b}) \quad (43)$$

$$\hat{\beta}_i = \arccos(c\hat{V}_{i,b}^j/\hat{f}_{i,b}) \quad (44)$$

根据式(4)和(5)可计算出 $\hat{\theta}_i$ 和 $\hat{\phi}_i$:

$$\hat{\theta}_i = \arctan(\cos \hat{\beta}_i / \cos \hat{\alpha}_i) \quad (45)$$

$$\hat{\phi}_i = \arcsin(\sqrt{\cos^2 \hat{\alpha}_i + \cos^2 \hat{\beta}_i}) \quad (46)$$

2.4 算法流程及复杂度分析

本文算法的具体步骤如下:

(1) 构造方位向和俯仰向空间频率字典 F 和 G .

(2) 根据式(18)和(19)构造方位向和俯仰向空间频率的阵列输出矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} , 流型矩阵 \mathbf{D}_x 和 \mathbf{D}_y .

(3) 根据式(24)和(25)降低输出矩阵 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 经过 SVD 分解得到降维后的矩阵 \mathbf{X}_{svd} 和 \mathbf{Y}_{svd} , 减少计算量.

(4) 分别计算子阵 x 和 y 的噪声方差 $\hat{\sigma}_e^2$ 的初始值,利用本文改进的 SBL 算法,求解式(26)和(27)稀疏重构问题,完成 FH 信号空间频率估计.

(5) 采用 FFT 变换的频率估计算法,估计出所有 FH 信号的跳频率.根据配对函数 γ ,对 $\hat{f}_{i,b}$ 和 $\hat{H}_{i,b}^j, \hat{V}_{i,b}^j$ 进行正确配对.

(6) 根据式(43)~(46)解算出 $\hat{\theta}_i$ 和 $\hat{\phi}_i$.

本文算法主要由 SVD 矩阵降维、SBL 空间频率估计、FFT 频率估计和 Capon 空间频率配对算法 4 部分组成.其中 FFT 频率估计算法的测频精度主要取决于快拍数的多少,只要采样时间足够长,频率估计精度会很高,所以频率估计误差对空间角以及方位角和俯仰角的估计精度影响较小.在 SBL 算法迭代求解 $\hat{\gamma}_n$ 的过程中,终止迭代条件是满足 $10 \lg(\|\hat{\gamma}_n^{j+1} - \hat{\gamma}_n^j\|_2^2) \leq \tau$ 或达到最高迭代次数, τ 为预设阈值,主要受噪声方差等因素影响.在实际应用中,要设置合适的阈值来平衡算法复杂度和估计精度.本文 τ 值计算公式为

$\tau =$

$$10 \lg \left[\mu(\hat{\sigma}_e^2)^{j+1} + \eta \frac{1}{MK} \sum_{\nu=1}^M \sum_{v=1}^K \text{abs}^2(\mathbf{X}_{\text{svd}}^{\nu,v}) \right] \quad (47)$$

式中: μ 为噪声方差因子,一般取 $5 \leq \mu \leq 10$; η 为信号幅度因子,一般取 $0 < \eta \leq 0.5$; $\mathbf{X}_{\text{svd}}^{\nu,v}$ 为 \mathbf{X}_{svd} 的第 ν 行,第 v 列元素.本文实验中 $\mu = 5, \eta = 0.1$ 可以保证 SBL 算法的运算速度和估计精度.

SVD 降维的计算复杂度为 $O(ML^2)$, FFT 测频的计算复杂度为 $(L \lg L)/2$, 一次空间频率配对的计算复杂度为 $O(L(4M^2 + 2M))$, 本文算法的计算复杂度主要由 SBL 算法决定.其中 SBL 算法单次

迭代的计算复杂度为 $O(NM^2)$, 但是每次收敛需要的迭代次数无固定理论值, 需要根据算法实际的应用场景而定. 本文通过改进 SBL 算法的 σ_e^2 初始值设置, 加快了算法收敛速度.

3 实验结果与分析

本节通过实验验证, 对比分析本文算法和文献 [13] 基于 MUSIC 的对称压缩谱算法 (MSCS) 的二维 DOA 估计性能. 假设有若干个远场 FH 信号分别从不同角度入射到 L 型均匀阵列上, 子阵阵元数均为 8, 阵元间距为 1 m, 角度范围 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 频率范围 $0 \sim 100$ MHz, 则空间频率 $H_{i,b}$ 和 $V_{i,b}$ 的范围为 $-0.3333 \sim 0.3333$, 超完备字典网格数 $N=400$.

实验 1 验证本文算法对相干 FH 信号的空间频率估计以及与跳频率正确配对的有效性. 假设两个远场相干 FH 信号的入射角分别为 $(-25^\circ, 57^\circ)$ 和 $(33^\circ, -48^\circ)$, FH 周期均为 $100 \mu\text{s}$, 频率集均为 $\{41, 62, 87\}$ MHz, 采样率为 200 MHz, 采样时长为 1 ms, 信噪比为 0 . 经计算, 两个 FH 信号的空间频率分别为 $(0.1039, -0.0484)$, $(0.1571, -0.0733)$, $(0.2204, -0.1028)$ 和 $(-0.0852, -0.0553)$, $(-0.1288, -0.0836)$, $(-0.1807,$

$-0.1174)$. 图 2 所示为两个相干 FH 信号在快拍数为 80 条件下的空间频率估计和配对结果. 图中: P 为功率; S_{pf} 为空间频率; S_{pa} 为空间角. 从图 2(a) 和 2(b) 可知, SBL-Capon 算法能够实现对相干 FH 信号空间频率的有效估计. 从图 2(c) 和 2(d) 可知, 在完成空间频率正确估计后, 利用基于 FFT 变换的频率估计和 Capon 空间频率配对算法, 将空间频率和跳频率进行正确配对并得到空间角, 根据入射角空间几何关系, 计算出方位角和俯仰角, 实现了 FH 信号跳频率和二维 DOA 的联合估计. 由图 2(c) 还可以看出, SBL-Capon 算法能够将 FH 信号频率集进行分选, 即相同空间角度的跳频率来自于同一个 FH 信号, 当观测时间足够长时, 即可完成 FH 信号的跳频率集估计, 能够有效辅助 FH 网台分选.

实验 2 对比分析 SBL-Capon 和 MSCS 两种算法在不同空间频率间隔下的空间频率估计精度. 由空间频率定义和空间角几何关系可知, 空间频率的估计精度对 DOA 的解算精确性有重要影响. 为了方便控制仿真中各 FH 信号间的空间频率间隔, 由于 MSCS 算法只适用于非相干信源, 所以取入射角相近的两个非相干 FH 信号. 其入射角分别设为 $(25^\circ, 64^\circ)$ 和 $(27^\circ, 62^\circ)$, 频率集均为 $\{71, 86, 97\}$

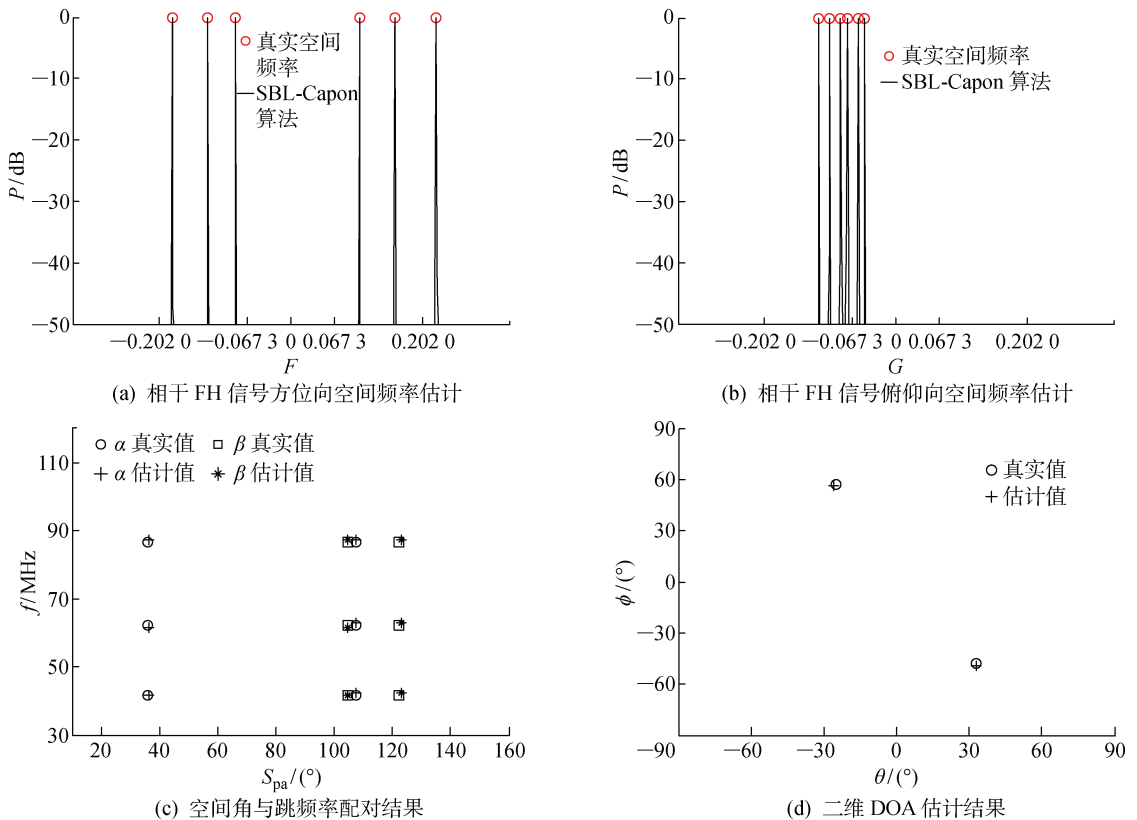


图 2 相干 FH 信号的空间频率估计和空间角与频率配对结果

Fig. 2 Spatial frequency estimation and pairing results of coherent FH signals

MHz,跳周期分别为 100 和 50 μs ,采样率为 200 MHz,采样时长为 1 ms,信噪比 0 dB,快拍数为 80. 经计算,两个 FH 信号的空间频率分别为(0.192 8, 0.089 9),(0.233 5,0.108 9),(0.263 4,0.122 8)和 (0.186 2,0.094 9),(0.225 5,0.114 9),(0.254 4, 0.129 6). 图 3 为 SBL-Capon 和 MSCS 两种算法的空间频率估计结果. 从图 3(b)和 3(d)可知,当 FH 信号源的空间频率间隔较小时(即空间角度相近), SBL-Capon 算法的估计精度优于 MSCS 算法的估计精度.

图 4 所示为空间频率估计的方均根误差随最小空间频率间隔的变化情况,图中 ΔS 为最小空间频率间隔,空间频率范围为 0.01~0.1,最小间隔 0.02,空间频率的方均根误差为

RMSE_{FV} =
$$\frac{1}{K\Psi}\sqrt{\sum_{i=1}^K\sum_{\psi=1}^{\Psi}\frac{(\hat{F}_{i\psi}-F_i)^2+(\hat{V}_{i\psi}-V_i)^2}{2}} \quad (48)$$

式中: Ψ 为蒙特卡洛实验次数,本节实验 $\Psi=1\,000$; $\hat{F}_{i\psi}$ 和 $\hat{V}_{i\psi}$ 为第 ψ 次蒙特卡洛实验的第 i 个 FH 信号的空间频率估计值; F_i 和 V_i 为第 i 个 FH

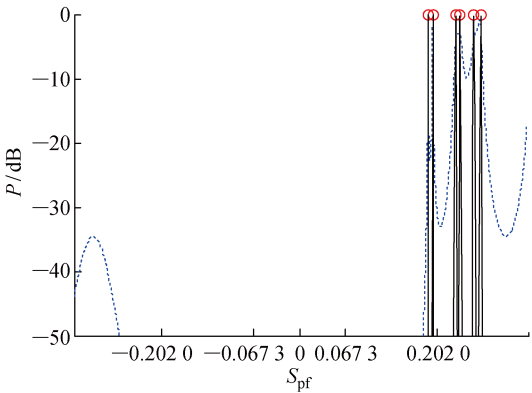
信号的空间频率真实值.

从图 4 可知,当两个 FH 信号的最小空间频率间隔较小时,SBL-Capon 的空间频率估计性能优于 MSCS 算法的空间频率估计性能. 随着空间频率间隔增加,MSCS 算法的空间频率估计精度逐渐提高, SBL-Capon 算法的估计性能基本保持不变,不易受空间频率间隔影响,当空间频率间隔大于 0.07 时, SBL-Capon 和 MSCS 算法的估计性能基本一致.

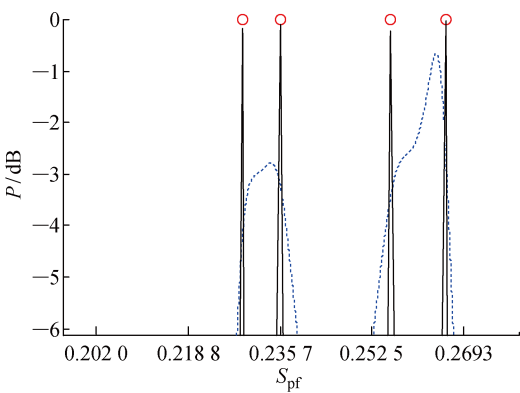
实验 3 对比分析 SBL-Capon 和 MSCS 两种算法在不同信噪比下 DOA 方均根误差和估计成功率. 假设: 3 个非相干远场 FH 信号,入射角在 $-90^{\circ}\sim 90^{\circ}$ 范围内随机产生,角度间隔不小于 2° ; FH 周期分别为 150,100 和 80 μs ;频率集分别为 65~95 MHz 范围内的 3 个随机频率,且同一个 FH 信号的相邻跳点频率间隔大于 5 MHz;采样率为 200 MHz,采样时长为 1 ms,快拍数为 80;信噪比范围 $-10\sim 20$ dB,间隔为 2 dB.

DOA 方均根误差 RMSE_{DOA} 和估计成功率 η_{DOA} 分别为

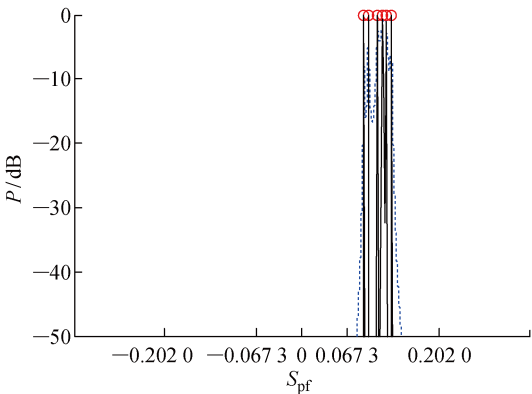
RMSE_{DOA} =



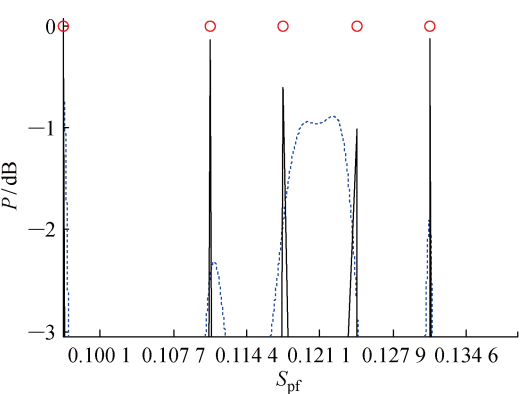
(a) 非相干 FH 信号方位向空间频率估计



(b) 非相干 FH 信号方位向空间频率估计局部放大



(c) 非相干 FH 信号俯仰向空间频率估计



(d) 非相干 FH 信号俯仰向空间频率估计局部放大

○ 真实空间频率, MSCS 算法, —— SBL-Capon 算法

图 3 非相干 FH 信号的空间频率估计结果

Fig. 3 Spatial frequency estimation results of non-coherent FH signals

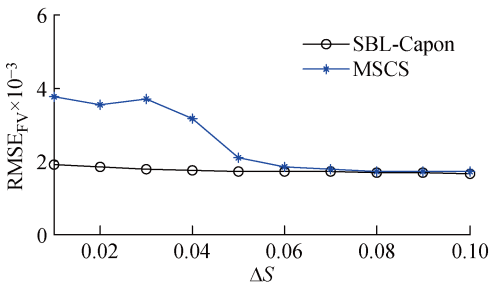


图 4 空间频率估计的方均根误差随最小空间频率间隔变化

Fig. 4 Root mean square error varies of the spacial frequency with minimum spatial frequency interval

$$\frac{1}{K\Psi} \sqrt{\sum_{i=1}^K \sum_{\psi=1}^{\Psi} \frac{(\hat{\theta}_{i\psi} - \theta_i)^2 + (\hat{\phi}_{i\psi} - \phi_i)^2}{2}} \quad (49)$$

$$\eta_{\text{DOA}} = \hat{\Psi} / \Psi \quad (50)$$

式中： $\hat{\theta}_{i\psi}$ 和 $\hat{\phi}_i$ 为第 ψ 次蒙特卡洛实验的第 i 个 FH 信号的方位角和俯仰角估计值； $\hat{\Psi}$ 为 Ψ 次蒙特卡洛实验中方位角和俯仰角估计误差均小于 2° 的次数。

图 5 所示为 RMSE_{DOA} 和 η_{DOA} 随信噪比 SNR 增

加的变化情况。从图 5 可知，随着信噪比增加，两种算法的 DOA 估计方均根误差逐渐减小，估计成功率逐渐提高。在低信噪比条件下，SBL-Capon 算法的估计精度和成功率均高于 MSCS 算法。主要原因是由于 SVD 降维预处理和 SBL 稀疏求解过程都对噪声起到抑制作用，当信噪比大于 10 dB 时，两种算法的估计性能基本一致。

实验 4 对比分析 SBL-Capon 和 MSCS 两种算法在不同快拍数下 DOA 方均根误差和估计成功率。假设：3 个非相干远场 FH 信号，入射角在 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 范围内随机产生，角度间隔不小于 2° ；FH 周期分别为 150, 100 和 $80 \mu\text{s}$ ；频率集分别为 65~95 MHz 范围内的 3 个随机频率，且同一 FH 信号的相邻跳点频率间隔大于 5 MHz；采样率为 200 MHz，采样时长为 1 ms，信噪比 0 dB；快拍数范围 50~550，间隔 50。图 6 所示是 RMSE_{DOA} 和 η_{DOA} 随快拍数变化情况。从图 6 可知：随着快拍数的增加，两种算法的 DOA 估计性能逐渐提高；在低快拍数条件下，SBL-Capon 的 DOA 估计精度和成功率均优于 MSCS 算法；当快拍数大于 450 后，两种算法的

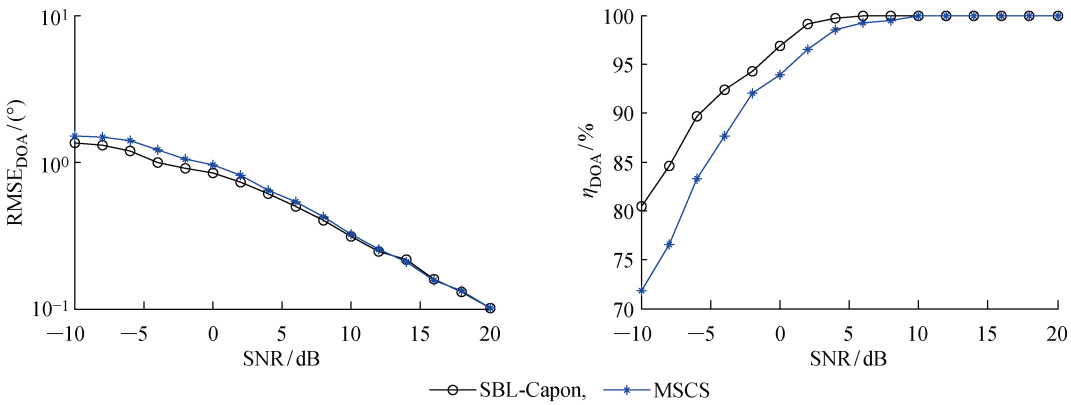


图 5 不同信噪比下 DOA 估计性能

Fig. 5 DOA estimation performance under different SNR

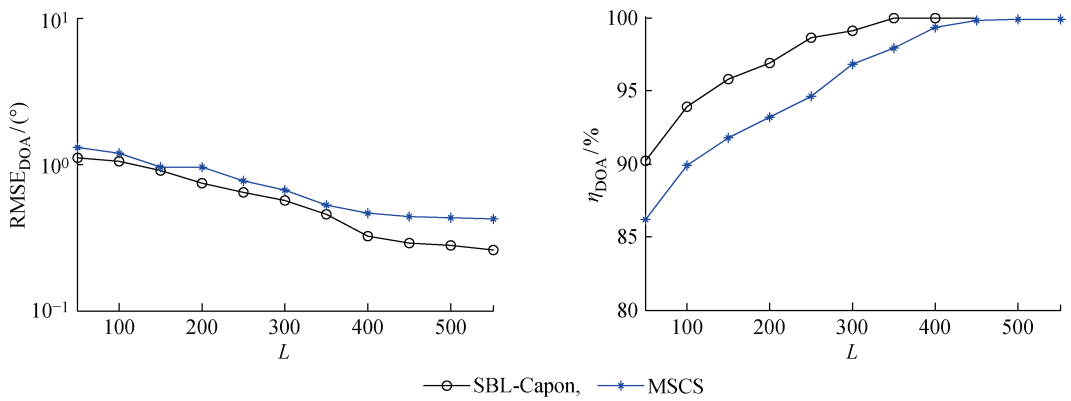


图 6 不同快拍数下 DOA 估计性能

Fig. 6 DOA estimation performance under different snapshots

估计性能基本保持不变。

实验 5 对比分析 SBL-Capon 算法在不同字典网格数 N 下 DOA 方均根误差 RMSE_{DOA} 和运算时间 t 。假设: 3 个非相干远场 FH 信号, 入射角在 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 范围内随机产生, 角度间隔不小于 2° ; FH 周期分别为 150, 100 和 $80 \mu\text{s}$; 频率集分别为 65 ~ 95 MHz 范围内的 3 个随机频率, 且同一 FH 信号的相邻跳点频率间隔大于 5 MHz; 采样率为 200 MHz, 采样时长为 1 ms, 快拍数为 80; 信噪比范围 $-10 \sim 20 \text{ dB}$, 间隔 2 dB; N 取值分别为 300, 400 和

500。运算时间均是在 MATLAB2014 环境下, 通过 TIC 和 TOC 指令计算平均运算时间 t 。

图 7 所示为不同网格数 N 条件下 RMSE_{DOA} 和 t 随信噪比增加的变化情况。从图 7 可知, 在相同信噪比条件下, 字典网格数越小, 算法运算时间越短。这主要是由于字典网格数减少使得流型矩阵各列之间相关性减弱, 从而减小了超参数求解的迭代次数, 加快了算法收敛, 但是 DOA 估计精度也有所下降。因此, 在实际应用中, 要根据 FH 信号带宽范围合理规划字典间隔。

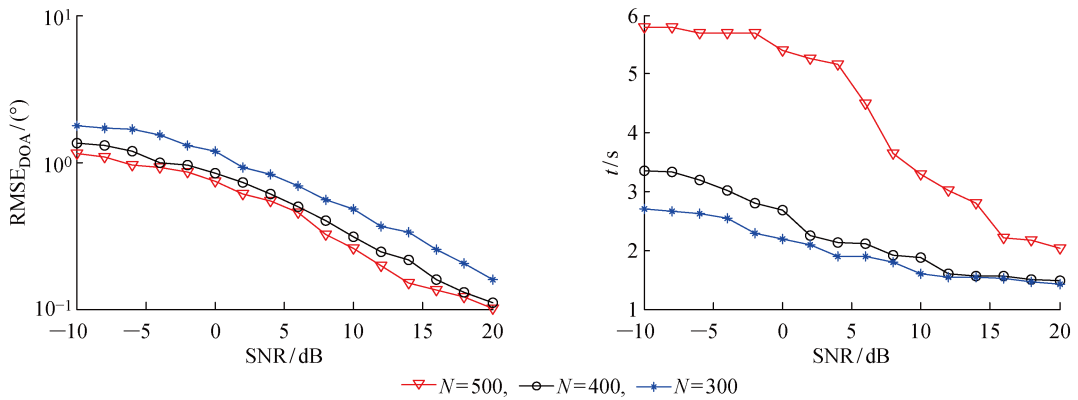


图 7 不同网格数下 DOA 估计性能和运算时间

Fig. 7 DOA estimation performance and operation time under different grid numbers

4 结语

为了更好地辅助 FH 信号网台分选, 本文提出一种基于稀疏贝叶斯学习的 FH 信号二维 DOA 估计算法。该算法首先根据入射角的空间几何关系, 将方位角、俯仰角和跳频率三维信息转换为一维空间频率信息, 降低了稀疏重构算法复杂度。然后经过 SVD 降维处理, 减少矩阵运算维数, 通过 SBL 算法估计出空间频率, 利用 FFT 频率估计算法和 Capon 空间频率配对算法将空间频率和跳频率正确配对, 解算出方位角和俯仰角。实验结果表明, 在低信噪比或低快拍数条件下, 该算法能有效估计出相干或非相干多 FH 信号的二维 DOA 信息, 而且不易受空间频率间隔影响。如何进一步提高本算法时效性, 以及实现 FH 信号 DOA 和极化参数的联合估计是下一步研究工作。

参考文献:

[1] YULAN G, YUE X, MINGMING W, *et al.* Game-theory-based anti-jamming strategies for frequency hopping wireless communications[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(8): 5314-5326.

[2] EL-AWAMRY A, FAWKY A, KHALIEL M, *et al.* A novel adaptive spectrum scanning technique for reducing the identification time of the UWB chipless RFID system[C]// *IEEE International Conference on Networking*. Calabria, Italy: IEEE, 2017: 356-361.

[3] LIANG L, CHENG W, ZHANG W, *et al.* Mode hopping for anti-jamming in radio vortex wireless communications[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(8): 7018-7032.

[4] LIN C H, FANG W H. Joint angle and delay estimation in frequency hopping systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1042-1056.

[5] 陈利虎. 基于空时频分析的多分量跳频信号 DOA 估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(12): 2587-2592.

CHEN Lihu. Directions of arrival estimation for multicomponent frequency-hopping signals based on spatial time-frequency analysis [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(12): 2587-2592.

[6] 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 多跳频信号波达方向与极化状态联合估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(7): 1695-1701.

ZHANG Dongwei, GUO Ying, QI Zisen, *et al.* Joint

- estimation algorithm of direction of arrival and polarization for multiple frequency-hopping signals[J]. **Journal of Electronics and Information Technology**, 2015, 37(7): 1695-1701.
- [7] FU W H, HEI Y Q, LI X H. UBSS and blind parameters estimation algorithms for synchronous orthogonal FH signals[J]. **Journal of Systems Engineering and Electronics**, 2014, 25(6): 911-920.
- [8] ZHANG C, WANG Y, JING F. Underdetermined blind source separation of synchronous orthogonal frequency hopping signals based on single source points detection[J]. **Sensors**, 2017, 17(9): 2074-2094.
- [9] 于欣永, 郭英, 张坤峰, 等. 高效的多跳频信号 2D-DOA 估计算法[J]. **系统工程与电子技术**, 2018, 465(6): 180-187.
- YU Xinyong, GUO Ying, ZHANG Kunfeng, *et al.* Efficient 2D-DOA estimation algorithm for multi-FH signals[J]. **Systems Engineering and Electronics**, 2018, 465(6): 180-187.
- [10] 张东伟, 郭英, 张坤峰, 等. 多跳频信号频率跟踪与二维波达方向实时估计算法[J]. **电子与信息学报**, 2016, 38(9): 2377-2384.
- ZHANG Dongwei, GUO Ying, ZHANG Kunfeng, *et al.* Online estimation algorithm of 2D-DOA and frequency tracking for multiple frequency-hopping signals[J]. **Journal of Electronics and Information Technology**, 2016, 38(9): 2377-2384.
- [11] 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 跳频信号 2D-DOA 与极化参数的欠定估计[J]. **哈尔滨工业大学学报**, 2016, 48(4): 121-128.
- ZHANG Dongwei, GUO Ying, QI Zisen, *et al.* Underdetermined estimation of 2D-DOA and polarization for frequency hopping signals[J]. **Journal of Harbin Institute of Technology**, 2016, 48(4): 121-128.
- [12] CHEN T, WU H, ZHAO Z. The real-valued sparse direction of arrival (DOA) estimation based on the khatri-rao product[J]. **Sensors**, 2016, 16(5): 693-709.
- [13] DAS A. Theoretical and experimental comparison of off-grid sparse Bayesian direction-of-arrival estimation algorithms[J]. **IEEE Access**, 2017, 5: 18075-18087.
- [14] 韩树楠, 李东生, 张浩, 等. 基于加权 1 范数的稀疏重构波达方向估计算法[J]. **探测与控制学报**, 2015, 37(2): 82-85.
- HAN Shunan, LI Dongsheng, ZHANG Hao, *et al.* A DOA estimation algorithm based on weighted 1 norm through sparse reconstruction[J]. **Journal of Detection and Control**, 2015, 37(2): 82-85.
- [15] LEI W, CHEN B. High-resolution DOA estimation for closely spaced correlated signals using unitary sparse Bayesian learning[J]. **Electronics Letters**, 2015, 51(3): 285-287.
- [16] HUANG Q, ZHANG G, FANG Y. Real-valued DOA estimation for spherical arrays using sparse Bayesian learning[J]. **Signal Processing**, 2016, 125: 79-86.
- [17] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. **Proceedings of the IEEE**, 2005, 57(8): 1408-1418.
- [18] QIU S, SHENG W, ZHU L, *et al.* A robust adaptive beamformer based on low-rank property of steering matrix[C] // **IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology**. Waltham, MA, USA: IEEE, 2017: 1-5.
- [19] YAN F G, SHUAI L, WANG J, *et al.* Real-valued root-MUSIC for DOA estimation with reduced-dimension EVD/SVD computation[J]. **Signal Processing**, 2018, 152: 1-12.
- [20] WANG X P, WANG W, LI X, *et al.* Real-valued covariance vector sparsity-inducing DOA estimation for monostatic MIMO radar[J]. **Sensors**, 2015, 15(11): 28271-28286.

(本文编辑:陈晓燕)