

文章编号:1006-2467(2020)01-0092-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2020.01.012

节点本振误差对分布式发射波束形成性能的影响

袁 丁^a, 孙慧贤^a, 闫云斌^b, 全厚德^a

(陆军工程大学 a. 电子与光学工程系; b. 无人机工程系, 石家庄 050003)

摘 要: 采用核密度估计方法,对存在本振误差时的分布式发射波束形成(DTBF)性能进行统计分析.考虑存在载波初始相位偏移、载波频率偏移、相位噪声等3个偏差项,推导了对应的任意阵平均波束图和互补累积分布函数的理论表达式,并选用衰减因子和波束图特征参数分析本振误差对远场波束性能影响.理论分析和模拟结果显示,本振误差会导致DTBF性能出现衰减,并使合成波束图的平均主瓣水平下降,主瓣变宽,旁瓣区域扩展,波束图出现高旁瓣.随着时间的增长,本振误差累积增大,所致性能衰减增大,聚集到目标方位的能量减少.

关键词: 分布式发射波束形成(DTBF); 本振误差; 核密度估计方法; 平均波束图; 互补累积分布函数

中图分类号: TN 92

文献标志码: A

Influence of Node Local Oscillator Errors on Distributed Transmit Beamforming

YUAN Ding^a, SUN Huixian^a, YAN Yunbin^b, QUAN Houde^a

(a. Department of Electronic and Optical Engineering; b. Department of UVA Engineering, Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Using the kernel density estimation method, a stochastic analysis of the performance of distributed transmit beamforming (DTBF) in the presence of node oscillator error is conducted. Considering carrier initial phase offset, carrier frequency offset and phase noise, the corresponding average beampattern and complementary cumulative distribution function are derived. Then the degradation factor and beampattern characteristic parameters are adopted to analyze the influence of local oscillator errors on far-field beam performance. Theoretical analysis and simulation results show that local oscillator error can result in the degradation of DTBF performance, the decrease of average main lobe level, the widening of main lobe, the expansion of sidelobe region, and the emergence of high beampattern sidelobe. Over time, the local oscillator error accumulates gradually, which makes the degradation become bigger and the energy focused on the target location become less.

Key words: distributed transmit beamforming (DTBF); local oscillator error; kernel estimation method; average beampattern; complementary cumulative distribution function

收稿日期:2018-02-28

基金项目:河北省自然科学基金资助项目(F2017506006)

作者简介:袁 丁(1990-),男,山东省泰安市人,博士生,研究方向为指控装备通信效能增强技术.

通信作者:全厚德,男,教授,博士生导师,电话(Tel.):0311-87994517; E-mail: qkevinxs@163.com.

分布式发射波束形成(DTBF)利用多个分布式单天线节点,形成“虚拟天线阵”.各节点以不同的权值发射同一信息,形成定向波束指向接收端,所获得的定向功率增益可增强系统通信效能,包括扩展通信范围、提高通信速率、提升系统抗干扰能力等^[1-2].DTBF在移动通信、无线传感器网络、电台应急通信等领域都有研究与应用.

DTBF要求各分布式节点精确同步载波信号^[3].不同于集中式波束形成节点共用一个本振,每个DTBF发射节点配置有独立的本地振荡器产生载波信号.即使节点配置相同类型的本振,但由于制造工艺和外界环境温度等因素影响,节点本振输出会存在误差,进而影响DTBF合成性能.从本振输出的准确度和稳定度来看,本振误差包括载波初始相位偏移(IPO)、载波频率偏移(CFO)、相位噪声(PN)等3个偏差项.三者相互独立,且具有不同特性.因此,有必要分析不同本振误差偏差项对DTBF性能的影响.

已有研究多数采用接收端指标分析某一本振偏差项的影响.文献[4]分析了IPO对接收端误码率(BER)的影响,文献[5]选用接收信号强度(RSS)作为指标分析CFO影响,文献[6]则分析了PN对接收天线误差向量幅度(EVM)的影响.由于这些接收端性能指标存在阵列形式、信道条件、调制方式等适用场景限制,而且无法反映DTBF整体波束特征,文献[7]推导给出了任意阵平均波束图等指标,对DTBF性能进行了统计分析.而后,文献[8]基于平均波束图,分析了IPO对DTBF性能的影响.

目前,还少有文献分析同时存在以上3个本振偏差项时的DTBF性能.因此,本文建立了包含这3个偏差项的节点本振输出相位差模型,推导了存在本振误差时的任意阵平均波束图和互补累积分布函数的表达式,选用波束图参数指标,用以分析IPO、CFO、PN对DTBF性能的影响.

1 系统模型

1.1 DTBF 系统

分布式发射波束形成系统如图1所示, N 个发射节点任意分布在平面 O - xy 半径为 R 的区域,将发射节点 i 位置标记为 (x_i, y_i) ,对应的极坐标为 $(r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \varphi_i = \arctan(y_i/x_i))$, $i = 1, 2, \dots, N$.接收节点位于远场区,其位置坐标为 (A, φ_0, θ_0) ,且有 $A \gg r_i$.

为便于分析,进行系统假设^[2]如下:

(1) 假设节点位置固定,配置有单个全向天线,

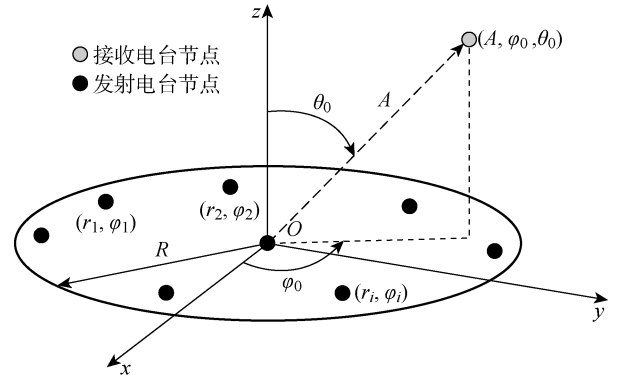


图1 DTBF系统示意图

Fig.1 Diagram of DTBF system

发射节点间隔足够远,可忽略节点天线耦合影响;

(2) 收发节点、发射节点间均为理想信道条件,不考虑信道存在散射、多径等情形;

(3) 收发节点位置信息已知,已实现时钟同步和发射节点间发射信息共享.

为使DTBF合成波束指向目标方位 (A, φ_0, θ_0) ,需合理设置各节点发射信号权重,调整节点发射功率和发射信号相位.为便于分析,设置发射节点辐射单位功率,且节点 i 发射信号相位为

$$\Psi_i = -\frac{2\pi}{\lambda}d_i(\varphi_0, \theta_0) \quad (1)$$

式中: $d_i(\varphi_0, \theta_0) = \sqrt{A^2 + r_i^2 - 2Ar_i \sin \theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_i)}$,表示发射节点 i 与接收节点之间的距离; λ 为波长.因为 $A \gg r_i$,所以 $d_i(\varphi_0, \theta_0) \approx A - r_i \sin \theta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_i)$.

1.2 节点本振误差模型

从本振输出的准确度和稳定度来看,本振误差包含载波初始相位偏移、频率偏移和相位噪声等3个偏差项.在影响分析时,考虑3个偏差项引起的本振输出相位差,建立如图2所示的节点本振输出相位差模型.

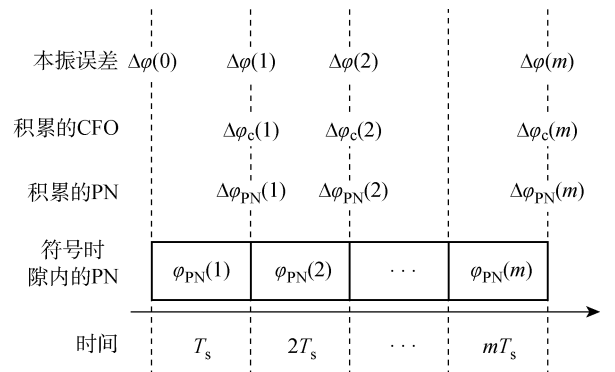


图2 节点本振输出相位差示意图

Fig.2 Diagram of node oscillator output phase error

假设各节点配置同类型独立本振,且节点本振误差服从独立同分布(i. i. d),在图2模型及下述表述中,省略下标*i*.记 T_s 为符号时隙长度,在第 m 个时隙时刻 mT_s ,节点本振输出相位差可表示为

$$\Delta\varphi(m) = \begin{cases} \Delta\varphi_p, & m = 0 \\ \Delta\varphi_p + \Delta\varphi_c(m) + \Delta\varphi_{PN}(m), & m \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\Delta\varphi_p$ 表示本振在初始时刻的随机相位差,IPO在初始时刻产生,且不随时间变化; $\Delta\varphi_c(m)$ 为CFO在 mT_s 时间内累积的相位差,CFO反映本振输出的频率准确度,定义为本振实际输出载波频率 f_c 与本振标称频率 f_0 之间的差值 Δf ,其导致的相位差随时间呈线性增加,即 $\Delta\varphi_c(m) = 2\pi\Delta f m T_s$; $\Delta\varphi_{PN}(m)$ 为PN在 mT_s 时间内累积的相位差.相位噪声表征本振输出的稳定度,假设PN在一个符号时隙内保持不变,在符号时隙与符号时隙之间发生变化, $\Delta\varphi_{PN}(m)$ 为 m 个时隙累积PN之和,即 $\Delta\varphi_{PN}(m) = \sum_{n=1}^m \varphi_{PN}(n)$.第 n 个时隙($1 \leq n \leq m$)的PN为

$$\begin{aligned} \varphi_{PN}(n) &= \phi_0(n) + \phi_2(n) + \phi_3(n) = \\ &\phi_0(n) + \phi_2(1) + \sum_{u=2}^n \zeta_2(u) + \\ &\phi_3(1) + \sum_{u=2}^n \zeta_3(u) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\phi_0(n)$ 为白噪声过程,为第 n 个时隙的白噪声累积量; $\phi_2(n)$ 和 $\phi_3(n)$ 分别表示功率谱密度为 $1/f^2$ 和 $1/f^3$ 的色噪声过程^[9]; $\phi_2(1)$ 和 $\phi_3(1)$ 为对应的色噪声在第1个时隙的累积量,且有 $\phi_2(1) \sim N(0, \sigma_{\phi_2}^2(1))$, $\phi_3(1) \sim N(0, \sigma_{\phi_3}^2(1))$.第 u 个时隙($2 \leq u \leq n$)的对应色噪声累积量 $\zeta_2(u) \triangleq \zeta_2(uT_s, T_s)$ 和 $\zeta_3(u) \triangleq \zeta_3(uT_s, T_s)$,且有

$$\zeta_2(uT_s, T_s) = \phi_2(uT_s) - \phi_2(uT_s - T_s) \quad (4)$$

$$\zeta_3(uT_s, T_s) = \phi_3(uT_s) - \phi_3(uT_s - T_s) \quad (5)$$

式中: $\zeta_2(uT_s, T_s)$ 和 $\zeta_3(uT_s, T_s)$ 为零均值广义平稳(WSS)高斯过程.

PN多采用频域的功率谱密度来表征,对于白噪声和色噪声过程,其对应的功率谱密度(PSD)为

$$\left. \begin{aligned} S_{\phi_0}(f) &= K_0 \\ S_{\phi_2}(f) &= \frac{K_2}{f^2 + \gamma^2} \\ S_{\phi_3}(f) &= \frac{K_3}{f^3 + \gamma^3} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: K_0, K_2 和 K_3 为对应的相位噪声系数; γ 为截止频率.

进一步地,可根据给定的噪声PSD,计算式(3)中 $\varphi_{PN}(n)$ 的均值 $\mu_{\varphi_{PN}}(n)$ 和方差 $\sigma_{\varphi_{PN}}^2(n)$ 为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\varphi_{PN}}(n) &= 0, \\ \sigma_{\varphi_{PN}}^2(n) &= \sigma_{\varphi_0}^2 + \sigma_{\varphi_2}^2(1) + \sum_{u=2}^n \sum_{u'=2}^n R_{\zeta_2}(u-u') + \\ &\sigma_{\phi_3}^2(1) + \sum_{u=2}^n \sum_{u'=2}^n R_{\zeta_3}(u-u') \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

且有

$$R_{\zeta_2}(0) = 4K_2\pi^2 T \quad (8)$$

$$R_{\zeta_2}(u) = \frac{K_2\pi}{\gamma} (2e^{-2\gamma\pi T|u|} - e^{-2\gamma\pi T|u-1|} - e^{-2\gamma\pi T|u+1|}) \quad (9)$$

$$R_{\zeta_3}(0) = -8K_3\pi^2 T^2 [\Lambda + \ln(2\pi\gamma T)] \quad (10)$$

$$R_{\zeta_3}(\pm 1) = -8K_3\pi^2 T^2 [\Lambda + \ln(8\pi\gamma T)] \quad (11)$$

$$R_{\zeta_3}(u) = -8K_3\pi^2 T^2 \{ -u^2 [\Lambda + \ln(2\pi\gamma T|u|)] + (u+1)^2 [\Lambda + \ln(2\pi\gamma T|u+1|)]/2 + (u-1)^2 [\Lambda + \ln(2\pi\gamma T|u-1|)]/2 \} \quad (12)$$

式中: $\Lambda \triangleq \Gamma - 3/2$; $\Gamma \approx 0.577 2$,为Euler-Mascheroni常量^[10].

1.3 存在本振误差时的远场波束图

当存在本振误差时,节点*i*对应的发射载波信号相位变为 $\Psi_i = -\frac{2\pi}{\lambda}d_i(\varphi_0) + \Delta\varphi_i$,此时,对应的“虚拟天线阵”的阵因子为

$$\begin{aligned} F(\phi, \theta | \mathbf{r}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\psi}) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{j\psi_i} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_i(\phi, \theta)} = \\ &\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{j[-\frac{2\pi}{\lambda}d_i(\varphi_0, \theta_0) + \Delta\varphi_i]} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_i(\phi, \theta)} = \\ &\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{j\frac{2\pi}{\lambda}[d_i(\phi, \theta) - d_i(\varphi_0, \theta_0)]} e^{j\Delta\varphi_i} \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_N]$; $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_N]$ 为 N 个发射节点的位置向量; $\boldsymbol{\psi} = [\psi_1 \ \psi_2 \ \cdots \ \psi_N]$ 为节点权值向量.需要注意的是,由于关于远场波束图分析结果适用于任意时刻,故下式推导中省略本振误差时刻的表示形式 m .由式(1)和式(13)可知,通过设置发射权值来补偿接收端位置参数,使波束图分析并不依赖某一特定的 φ_0 或 θ_0 ^[11],故在后续分析发射节点本振偏差影响时,设置目标方位 $\varphi_0 = 0$, $\theta_0 = \theta = \pi/2$,则式(13)可化简为

$$\begin{aligned} F(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi}) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{j\frac{2\pi}{\lambda}r_i [\cos \varphi_i - \cos(\varphi - \varphi_i)]} e^{j\Delta\varphi_i} = \\ &\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-ja z_i} e^{j\Delta\varphi_i} \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $a = 4\pi \sin \frac{\phi}{2}$; $z_i = \frac{r_i}{\lambda} \sin(\varphi_i - \frac{\phi}{2})$; $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_N]$,两者均与节点位置坐标 (r_i, φ_i) 相关.定义 $\Delta\boldsymbol{\varphi} = [\Delta\varphi_1 \ \Delta\varphi_2 \ \cdots \ \Delta\varphi_N]$ 为节点本振误差向量.

为描述“虚拟天线阵”在 $\phi \in [-\pi, \pi)$ 上的合成增益,定义远场波束图如下

$$P(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi}) = |F(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi})|^2 = \frac{1}{N} + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N e^{-ja z_i} e^{j\Delta\varphi_i} \sum_{l=1, l \neq i}^N e^{ja z_l} e^{-j\Delta\varphi_l} \quad (15)$$

2 本振误差影响理论分析

本节基于式(14)和(15),推导对应的平均波束图、互补累积分布函数(CCDF)表达式,对本振误差影响进行统计分析。

2.1 基于平均波束图的本振误差影响分析

式(15)包含变量 z_i 和 $\Delta\varphi_i$,考虑对远场波束性能进行统计分析.此时的平均波束图为

$$P_{av}(\phi) = E_{\mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi}} \{P(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi})\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi}) f_{z_i}(\mathbf{z}) f_{\Delta\varphi_i}(\Delta\boldsymbol{\varphi}) d\mathbf{z} d\Delta\boldsymbol{\varphi} \quad (16)$$

为求解上式,需要位置变量 z_i 和本振误差变量 $\Delta\varphi_i$ 的概率密度函数(PDF).根据系统假设,节点服从任意分布,且节点本振误差随时间变化,无法事先假定其分布,此时的 PDF 求解问题转变为非参数估计问题.借鉴文献[7]和[11],采用核密度估计(KDE)方法求解,可得在 z_i 和 $\Delta\varphi_i$ 处的核密度估计为

$$f_{z_i}(\mathbf{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} M h} \sum_{t=1}^M \exp\left[-\frac{(z_i - \bar{z}_t)^2}{2h^2}\right] \quad (17)$$

$$f_{\Delta\varphi_i}(\Delta\boldsymbol{\varphi}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} K s} \sum_{k=1}^K \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_i - \Delta\bar{\varphi}_k)^2}{2s^2}\right] \quad (18)$$

式中:在进行 KDE 时,采用了高斯核函数; h 和 s 为核密度估计窗宽; M 和 K 为核密度估计集的样本数; \bar{z}_t 表示 M 个采样点的均值; $\Delta\bar{\varphi}_k$ 表示 K 个采样点的均值.文献[11]讨论了 KDE 方法的适用范围和使用条件,证明了该方法适用于任意节点分布形式和任意节点数情形,且在足够的样本数下即可使核密度估计结果收敛于任意概率分布函数.核密度估计样本集可通过实际测量或经验模型获得。

将式(17)和(18)代入式(16)得

$$P_{av}(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi}) f_{z_i}(\mathbf{z}) f_{\Delta\varphi_i}(\Delta\boldsymbol{\varphi}) d\mathbf{z} d\Delta\boldsymbol{\varphi} = \frac{1}{N} + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ja z_i}}{\sqrt{2\pi} M h} \times \exp\left[-\frac{(z_i - \bar{z}_t)^2}{2h^2}\right] d z_i \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\Delta\varphi_i}}{\sqrt{2\pi} K s} \times \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_i - \Delta\bar{\varphi}_k)^2}{2s^2}\right] d\Delta\varphi_i \times$$

$$\sum_{l=1, l \neq i}^N \sum_{t=1}^M \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ja z_l}}{\sqrt{2\pi} M h} \times \exp\left[-\frac{(z_l - \bar{z}_t)^2}{2h^2}\right] d z_l \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\Delta\varphi_l}}{\sqrt{2\pi} K s} \times \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_l - \Delta\bar{\varphi}_k)^2}{2s^2}\right] d\Delta\varphi_l \quad (19)$$

对式(19)进行化简得

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\Delta\varphi_i}}{\sqrt{2\pi} K s} \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_i - \Delta\bar{\varphi}_k)^2}{2s^2}\right] d\Delta\varphi_i = \frac{1}{K} \exp\left[\frac{(js^2 + \Delta\varphi_k)^2 - \Delta\varphi_k^2}{2s^2}\right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} s} \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_i - (\Delta\varphi_k + js^2))^2}{2s^2}\right] d\Delta\varphi_i \quad (20)$$

对于式(20)等号右侧第二项,由核函数性质可知恒等于 1,故上式可化为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\Delta\varphi_i}}{\sqrt{2\pi} K s} \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_i - \Delta\bar{\varphi}_k)^2}{2s^2}\right] d\Delta\varphi_i = \frac{1}{K} e^{-\frac{s^2}{2}} e^{j\Delta\bar{\varphi}_k} \quad (21)$$

同理,可化简式(19)等号右侧剩余项,则可得

$$P_{av}(\phi) = \frac{1}{N} + \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \frac{1}{M} e^{\frac{a^2 h^2}{2}} e^{-ja \bar{z}_t} \times \sum_{k=1}^K \frac{1}{K} e^{-\frac{s^2}{2}} e^{j\Delta\bar{\varphi}_k} \sum_{l=1, l \neq i}^N \sum_{t=1}^M \frac{1}{M} e^{\frac{a^2 h^2}{2}} e^{ja \bar{z}_t} \times \sum_{k=1}^K \frac{1}{K} e^{-\frac{s^2}{2}} e^{-j\Delta\bar{\varphi}_k} = \frac{1}{N} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) e^{-s^2} e^{-a^2 h^2} |A_z|^2 |A_{\Delta\varphi}|^2 \quad (22)$$

式中: $A_z = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M e^{-ja \bar{z}_t}$; $A_{\Delta\varphi} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K e^{j\Delta\bar{\varphi}_k}$.当核密度估计集足够大,有 $e^{-s^2} \rightarrow 1$, $e^{-a^2 h^2} \rightarrow 1$ 成立,得到简化的 $P_{av}(\phi)$ 为

$$P_{av}(\phi) = \frac{1}{N} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) |A_z|^2 |A_{\Delta\varphi}|^2 \quad (23)$$

式中:等号右侧第一项表征平均旁瓣水平,第二项表征平均主瓣水平.存在本振误差时,主瓣表达式中增加了 $|A_{\Delta\varphi}|^2$,平均主瓣水平发生变化.定义 $|A_{\Delta\varphi}|^2$ 为衰减因子,且有 $|A_{\Delta\varphi}|^2 \leq 1$,即在没有本振误差时, $|A_{\Delta\varphi}|^2 = 1$,误差越大则对应的衰减因子越小.对于 $A_{\Delta\varphi}$,当 K 足够大满足大数定理时,有 $A_{\Delta\varphi} \rightarrow E[e^{j\Delta\bar{\varphi}_k}]$, $|A_{\Delta\varphi}|^2 \rightarrow E^2[\cos \Delta\varphi]$.由此可衡量本振误差对主瓣性能影响,当本振误差 $\Delta\varphi$ 累积到 40° 时,DTBF 主瓣性能会衰减到无本振误差情形的 60%.由此,得到本振误差存在时的平均波束图的统一表达式.由于在推导过程中采用了核密度估计方法,所得表达式适用于任意节点分布和任意本振误

差分布情形。

2.2 基于 CCDF 的本振误差影响分析

平均波束图 $P_{av}(\phi)$ 反映了远场波束图的统计平均特性,但某一任意阵形成的合成波束存在随机性,尤其是旁瓣水平会出现波动。定义 CCDF 来表征在任一角度 ϕ 的平均波束能量超过阈值 P_0 的概率^[11],利用 CCDF 来分析本振误差对旁瓣的影响。将式(14)可变换为

$$F(\phi | \mathbf{z}, \Delta\boldsymbol{\varphi}) = \frac{1}{\sqrt{N}}(X - jY) \quad (24)$$

式中:

$$X = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \cos(az_i - \Delta\varphi_i)$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \sin(az_i - \Delta\varphi_i)$$

进而,存在本振误差时的 CCDF 可表示为

$$\begin{aligned} \Pr\{P(\phi) > P_0\} &= \Pr\left\{\frac{X^2 + Y^2}{N} > P_0\right\} = \\ &= \iint_{X^2 + Y^2 > NP_0} f_{X,Y}(x,y) dx dy = \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-W_\omega}}{4\pi\sigma_x\sigma_y U_\omega^2} \left[\sqrt{\pi} V_\omega \operatorname{erfc}(U_\omega \sqrt{NP_0} - V_\omega) + \right. \\ &\quad \left. e^{-(U_\omega \sqrt{NP_0} - V_\omega)^2} \right] d\omega \end{aligned} \quad (25)$$

式中:

$$U_\omega = \sqrt{\frac{\cos^2 \omega}{2\sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \omega}{2\sigma_y^2}} \quad (26)$$

$$V_\omega = \frac{\sigma_y^2 m_x \cos \omega + \sigma_x^2 m_y \sin \omega}{2\sigma_x^2 \sigma_y^2 U_\omega} \quad (27)$$

$$W_\omega = \frac{m_x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{m_y^2}{2\sigma_y^2} - V_\omega^2 \quad (28)$$

此时,求解 CCDF 问题转化为求解本振误差存在时 X 和 Y 的均值和方差。以 X 为例,其均值 μ_x 和方差 σ_x^2 可记为

$$\begin{aligned} \mu_x &= E(X) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N E[\cos(az_i - \Delta\varphi_i)] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(az_i - \Delta\varphi_i) \\ &\quad f_i(z_i, \Delta\varphi_i) dz_i d\Delta\varphi_i \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= D(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D[\cos(az_i - \Delta\varphi_i)] = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ E[\cos^2(az_i - \Delta\varphi_i)] - \right. \\ &\quad \left. E^2[\cos(az_i - \Delta\varphi_i)] \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

为求解式(29)和(30),需要获得联合概率密度 $f_i(z_i, \Delta\varphi_i)$ 。由于节点位置向量和本振误差向量相

互独立,其联合概率密度分布函数可由 KDE 方法求解为

$$\begin{aligned} f_i(z_i, \Delta\varphi_i) &= \frac{1}{2\pi M h K_s} \times \\ &\quad \sum_{t=1}^M \exp\left[-\frac{(z_i - \bar{z}_t)^2}{2h^2}\right] \times \\ &\quad \sum_{k=1}^K \exp\left[-\frac{(\Delta\varphi_i - \Delta\bar{\varphi}_k)^2}{2s^2}\right] \end{aligned} \quad (31)$$

将式(31)代入式(29)和(30),可得

$$\mu_x = \frac{\sqrt{N}}{MK} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^K \cos(a\bar{z}_t - \Delta\bar{\varphi}_k) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{MK} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^K \cos(2a\bar{z}_t - 2\Delta\bar{\varphi}_k) \right] - \\ &\quad \left[\frac{1}{MK} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^K \cos(a\bar{z}_t - \Delta\bar{\varphi}_k) \right]^2 \end{aligned} \quad (33)$$

同理,可求得 Y 的均值和方差分别为

$$\mu_y = \frac{\sqrt{N}}{MK} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^K \sin(a\bar{z}_t - \Delta\bar{\varphi}_k) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{MK} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^K \cos(2a\bar{z}_t - 2\Delta\bar{\varphi}_k) \right] - \\ &\quad \left[\frac{1}{MK} \sum_{t=1}^M \sum_{k=1}^K \sin(a\bar{z}_t - \Delta\bar{\varphi}_k) \right]^2 \end{aligned} \quad (35)$$

由此,即可求解某一角度 ϕ 处的 CCDF,可见本振误差的存在改变了 CCDF 值,即改变了合成波束图出现阈值 P_0 以上旁瓣的概率。

3 数值模拟

考虑发射端配置有单天线节点数 $N=16$,工作频率 $f_0=60$ MHz,对应波长 $\lambda=c/f_0=5$ m。符号速率设置为 4.8 kbit/s, $T_s=1/4800$ s。

设置节点分布在半径为 R 的区域,且服从 Differential 分布,该区域被等分为 5 个圆环区域,由内至外,每个圆环的节点数为总节点数 N 的 29.55%, 27.18%, 22.41%, 15.23% 和 5.63%,节点均匀分布在对应的圆环区域^[7]。模拟时,考察节点分布半径 $R=15$ 和 75 m 这 2 种节点分布情形。

节点本振误差满足 i. i. d 分布,3 个偏差项设置如下。

(1) 初始相位偏移从初始时刻即存在,误差值均匀分布在 $[-0.2\pi, 0.2\pi]$,且误差值固定不随时间变化。

(2) 频率偏移 Δf 服从零均值高斯分布^[12],其标准差为 $\sigma_{\Delta f} = f_0 \times 10^{-6}$,由其导致的相位偏差可根据式(2)计算得到。

(3) 相位噪声。根据文献[13],设置相位噪声 PSD 参数为: $K_0=10^{-10}$, $K_2=1.6$ 和 $K_3=100$,截止

频率 $\gamma=1\text{ Hz}$.

由于频率偏移引入的相位偏差和相位噪声随时间变化,所以考察初始(记为 0)、 T_s 、 $5T_s$ 、 $10T_s$ 、 $15T_s$ 等时刻的 DTBF 性能. 模拟实验运行 50 次.

3.1 不同时刻平均波束图比较

图 3 给出了 2 种节点分布下的平均波束图,比较后可以发现:对于 2 种节点分布,节点分布半径越大,所得远场波束图的主瓣更窄. 存在本振误差时,远场波束图的平均主瓣水平出现衰减,且本振误差越大,对应的平均主瓣水平衰减越大,波束形成的性能越差.

为进一步比较不同本振偏差项影响,分别定义衰减因子:本振误差衰减因子 $|A_{\Delta\varphi_p}|^2$ 、载波频率偏移衰减因子 $|A_{\Delta\varphi_c}|^2$ 、相位噪声衰减因子 $|A_{\Delta\varphi_{PN}}|^2$,

结果如表 1 所示. 比较分析 2 种节点分布式情形结果,结论如下.

(1) 在初始时刻,本振误差只包含初始相位偏移,故有 $|A_{\Delta\varphi}|^2(0) = |A_{\Delta\varphi_p}|^2$,即初始时刻的衰减因子反映了初始相位偏移 IPO 导致的衰减.

(2) 对后续时刻,本振误差包含 3 个偏差项. 频率偏移和相位噪声的加入,引起 DTBF 性能更大的衰减,对应 $|A_{\Delta\varphi}|^2 < |A_{\Delta\varphi}|^2(0)$,且随着时间增长,衰减因子 $|A_{\Delta\varphi}|^2$ 逐渐减小.

(3) 比较 $|A_{\Delta\varphi_c}|^2$ 和 $|A_{\Delta\varphi_{PN}}|^2$,两者均随着时间增长而逐渐减小,但 $|A_{\Delta\varphi_c}|^2$ 的减小速度要大于 $|A_{\Delta\varphi_{PN}}|^2$. 这是由于频率偏移导致的误差呈线性增长,PN 则呈现累积特性,所以 $\Delta\varphi_c$ 的变化速度要大于 $\Delta\varphi_{PN}$.

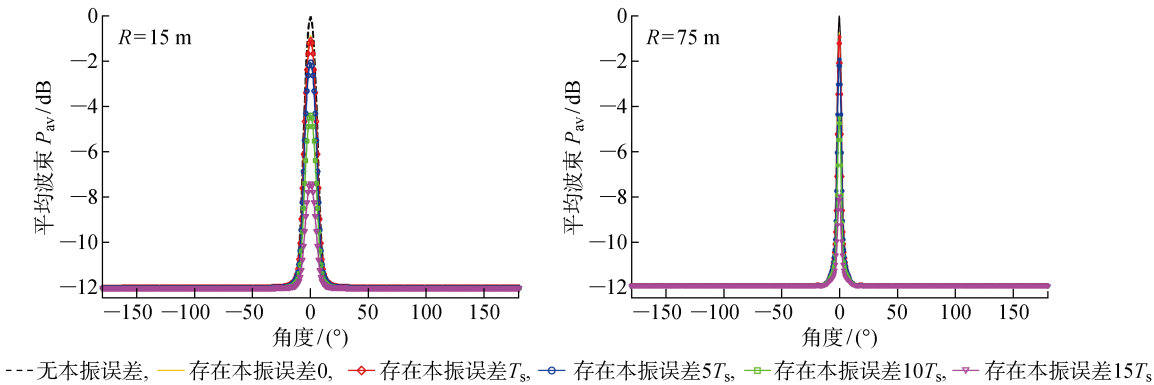


图 3 不同节点分布的平均波束图

Fig. 3 Average beam pattern under different node distributions

表 1 衰减因子比较

Tab. 1 Degradation factor comparison

R/m	m	$ A_{\Delta\varphi} ^2$	$ A_{\Delta\varphi_c} ^2$	$ A_{\Delta\varphi_{PN}} ^2$
15	0	0.814 7	—	—
	1	0.776 1	0.992 7	0.955 7
	5	0.612 1	0.834 4	0.889 3
	10	0.353 0	0.500 6	0.827 0
	15	0.158 5	0.241 7	0.747 1
75	0	0.827 2	—	—
	1	0.789 6	0.991 6	0.962 7
	5	0.616 1	0.812 0	0.917 3
	10	0.326 3	0.452 2	0.872 3
	15	0.122 9	0.195 4	0.760 4

3.2 波束图参数比较

在平均波束图基础上,进一步选取 3 个波束图参数以考察波束性能,其定义如下^[13].

(1) 3 dB 主瓣 $\phi_{3\text{ dB}}$,定义为 $\phi_{3\text{ dB}}$ 处波束增益比目标方向 φ_0 衰减了 3 dB. 波束合成设计时期望获得

窄的主瓣,即 $\phi_{3\text{ dB}}$ 越趋向等于 φ_0 ,反映 DTBF 性能越优.

(2) 3 dB 旁瓣区域 $S_{3\text{ dB}}$,定义为 $S_{3\text{ dB}} \triangleq \{\phi | \phi_{\text{sidelobe}} \leq |\phi| \leq \pi\}$,且 ϕ_{sidelobe} 处波束增益比平均旁瓣水平高出 3 dB. 平均波束图上会存在多个位置满足 3 dB 增益要求,选取最小的角度值作为 ϕ_{sidelobe} . 波束合成设计时,希望减小旁瓣区域以使更多的能量集中在主瓣方向,即 ϕ_{sidelobe} 越大,反映 DTBF 性能越优.

(3) 平均指向性因数 \tilde{D}_{av} ,定义为聚集在目标方位能量与全域 $\phi \in [-\pi, \pi)$ 内总能量的比值,即有

$$\tilde{D}_{\text{av}} = \frac{1}{N} \frac{\int_{-\pi}^{\pi} P_{\text{av}}(\phi_0) d\phi}{\int_{-\pi}^{\pi} P_{\text{av}}(\phi) d\phi} \tag{36}$$

3 个参数的模拟结果如表 2 所示. 从表 2 可以看出,节点本振误差也改变了波束图特性. 随着时间的增长,本振误差逐渐累积,对应的波束图主瓣变宽,旁瓣区域扩展,平均指向性系数减小,波束图参

数变化反映出 DTBF 性能的下降. 尤其在 $15T_s$ 时刻, 出现 $\phi_{\text{sidelobe}} > \phi_{3\text{ dB}}$, 即旁瓣区域覆盖主瓣, 同时 $\tilde{D}_{\text{av}} < 0.2$ 说明此时波束合成增益很小.

表 2 波束图参数比较

Tab. 2 Beampattern characteristic parameters comparison					
R/m	本振误差	m	$\phi_{3\text{ dB}}/(\text{^\circ})$	$\phi_{\text{sidelobe}}/(\text{^\circ})$	\tilde{D}_{av}
15	无	—	7.50	15.25	0.59
	有	0	7.75	14.50	0.53
	有	1	7.75	14.25	0.52
	有	5	7.75	13.50	0.45
	有	10	8.50	11.50	0.32
	有	15	10.75	7.75	0.19
75	无	—	1.65	3.40	0.86
	有	0	1.70	3.20	0.74
	有	1	1.70	3.20	0.71
	有	5	1.70	3.00	0.58
	有	10	1.90	2.50	0.33
	有	15	3.00	1.30	0.15

3.3 CCDF 比较

CCDF 反映本振误差对旁瓣区域的影响, 由上文仿真结果可知, 对任意节点分布, $\phi = \pi/8$ 始终位于旁瓣区域, 故考察 $\phi = \pi/8, N = 16$ 时, 节点服从 Differential 分布, 且半径分别为 $R = 15$ 和 75 m 时的 CCDF, 其仿真结果如图 4 所示.

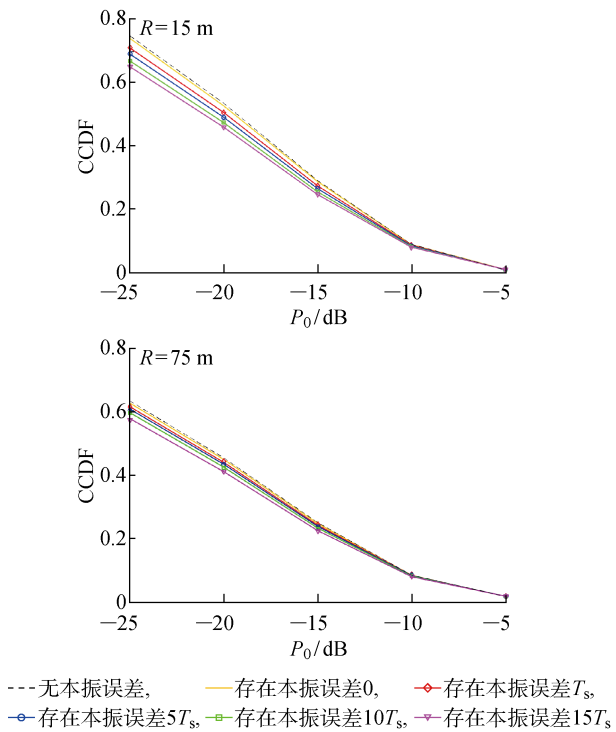


图 4 不同节点分布的 CCDF

Fig. 4 CCDF under different node distributions

根据 CCDF 考察本振误差对旁瓣区域的改变, 在进行 DTBF 设计时, 期望获得低旁瓣. 对于 $N = 16$ 的 DTBF 系统, 由式(23)可知, 其统计平均旁瓣水平均为 $10\lg(1/N) = -12\text{ dB}$. 对于 2 种节点分布情形, 由图 4 结果可知, 对于 $P_0 > -12\text{ dB}$, 所有情形对应的 CCDF 均小于 0.2, 说明系统出现对应功率值的旁瓣概率较小, 但对于 $P_0 < -12\text{ dB}$, 存在本振误差时的 CCDF 小于无本振误差情形, 说明存在本振误差时, 系统出现对应功率值的低旁瓣的概率降低, 旁瓣区域分布能量增多, 也就意味着系统整体合成性能下降.

4 结语

本文分析了存在 IPO、CFO、PN 等 3 个本振误差项时的分布式发射波束形成性能, 采用核密度估计方法, 得到了对应的性能表达式. 选用平均波束图、衰减因子、波束图特征参数、CCDF 为指标, 分析节点本振误差对 DTBF 性能的影响, 并进行相关模拟分析, 得到如下结论:

(1) 本振误差会影响 DTBF 性能, 其影响表现在两方面: ① 影响远场波束图主瓣性能, 导致平均主瓣水平下降, 主瓣变宽; ② 影响波束图旁瓣特性, 本振误差会扩展旁瓣区域, 并导致合成波束图出现高旁瓣. 本振误差导致的主瓣和旁瓣特性的改变, 使得聚集到目标方位的能量减少, 且误差值越大, DTBF 合成性能越差.

(2) 这 3 个本振偏差项表现出不同的时间特性, 其对分布式发射波束形成性能影响也是不同的. IPO 初始时刻存在且不随时间变化, 故在初始时刻 DTBF 性能的衰减是由 IPO 引起. CFO 导致的本振输出相位差随时间呈线性增长, PN 其所致相位差随时间累积, 故 CFO 引起的性能衰减速度大于 PN. 时间越长, PN 所致 DTBF 性能衰减越明显.

参考文献:

[1] JAYAPRAKASAM S, RAHIM S K A, LEOW C Y. Distributed and collaborative beamforming in wireless sensor networks: Classifications, trends, and research directions[J]. **IEEE Communications Surveys & Tutorials**, 2017, 19(4): 2092-2116.

[2] FELICI-CASTELL S, NAVARRO E A, PÉREZ-SOLANO J J, et al. Practical considerations in the implementation of collaborative beamforming on wireless sensor networks[J]. **Sensors**, 2017, 17(2): 237-255.

[3] QUITIN F, RAHMAN M M U, MUDUMBAI R, et

al. A scalable architecture for distributed transmit beamforming with commodity radios: Design and proof of concept[J]. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, 2013, 12(3): 1418-1428.

[4] SONG S, THOMPSON J S, CHUNG P J, *et al.* BER analysis for distributed beamforming with phase errors[J]. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, 2010, 59(8): 4169-4174.

[5] SHI S, ZHU S D, GU X M, *et al.* Extendable carrier synchronization for distributed beamforming in wireless sensor networks [C] // **2016 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)**. Paphos, Cyprus: IEEE, 2016: 298-303.

[6] HÖHNE T, RANKI V. Phase noise in beamforming [J]. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, 2010, 9(12): 3682-3689.

[7] OCHIAI H, MITRAN P, POOR H V, *et al.* Collaborative beamforming for distributed wireless ad hoc sensor networks[J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 2005, 53(11): 4110-4124.

[8] SHEN X, HUANG J, LIU P, *et al.* Analysis of collaborative beamforming for wireless sensor networks with phase offset [J]. **Radioengineering**, 2014, 23(1): 421-429.

[9] KHANZADI M R, KUYLENSTIERNA D, PANAH

HI A, *et al.* Calculation of the performance of communication systems from measured oscillator phase noise[J]. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers**, 2014, 61(5): 1553-1565.

[10] KHANZADI M R, PANAHI A, KUYLENSTIERNA D, *et al.* A model-based analysis of phase jitter in RF oscillators[C] // **2012 IEEE International Frequency Control Symposium Proceedings**. Baltimore, USA: IEEE, 2012: 508-511.

[11] HUANG J Y, WANG P, WAN Q. Collaborative beamforming for wireless sensor networks with arbitrary distributed sensors[J]. **IEEE Communications Letters**, 2012, 16(7): 1118-1120.

[12] BLETSAS A, LIPPMAN A, SAHALOS J N. Simple, zero-feedback, collaborative beamforming for emergency radio[C] // **6th International Symposium on Wireless Communication Systems**. Siena, Italy: IEEE, 2009: 657-661.

[13] 周玉冰, 屈晨阳. 本振相位噪声及其对 GMSK 解调性能的影响[J]. **测控技术**, 2015, 34(2): 62-65.

ZHOU Yubing, QU Chenyang. Analysis of local oscillator phase noise and its effect on the demodulation performance of GMSK [J]. **Measurement & Control Technology**, 2015, 34(2): 62-65.

(本文编辑:蒋霞)