

文章编号:1006-2467(2019)09-1023-07

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.09.002

固定于水面的多个半圆形结构物的水波 Bragg 反射

丁伟伟¹, 邹早建^{1,2}, 吴静萍³

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240; 2. 上海交通大学
海洋工程国家重点实验室, 上海 200240; 3. 武汉理工大学 交通学院, 武汉 430063)

摘要: 基于线性波浪理论,应用边界元法(BEM)研究固定于静水面的多个半圆形结构物的水波 Bragg 反射现象. 计算固定于海底的多个半圆形结构物的反射系数,并将计算结果与文献中的理论解进行比较,以验证 BEM 的正确性. 计算并对比水面单个半圆形结构和多个半圆形结构的反射系数,以证明基于 Bragg 反射原理的多个结构物衰减波浪的有效性. 进而分析多个半圆形结构物的个数、半径、间距等参数对 Bragg 反射特性的影响,研究结果可为基于 Bragg 反射原理的防波堤设计提供参考依据.

关键词: 多个半圆形结构物; 水波; Bragg 反射; 边界元法

中图分类号: O 353.1

文献标志码: A

Bragg Reflection of Water Waves by Multiple Semicircular Structures Fixed on the Water Surface

DING Weiwei¹, ZOU Zaojian^{1,2}, WU Jingping³

(1. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 2. State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 3. School of Transportation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

Abstract: Bragg reflection of water waves by multiple semicircular structures fixed on the water surface is investigated by using the boundary element method (BEM). It is based on the linear wave theory. In order to verify the correctness of BEM, the reflection coefficient of multiple semicircular structures fixed on the seabed is calculated. And the numerical results are compared with the theoretical results in literature. The effectiveness of the multiple semicircular structures fixed on the water surface in attenuating waves based on the principle of Bragg reflection is also proved. The effects of the number, the radius and the spacing of semicircular structures on the characteristics of Bragg reflection are investigated. The results of this study can provide a certain reference for the design of breakwater based on the principle of Bragg reflection.

Key words: multiple semicircular structures; water waves; Bragg reflection; boundary element method

防波堤在港口和码头等海岸工程中一直起着重要的波浪防护作用. 随着海洋资源开发的不断扩大

和深入,海洋工程结构物的建造和使用已从近海区域拓展到外海区域,由于波浪环境更加恶劣,必须采

收稿日期:2018-10-11

作者简介:丁伟伟(1990-),男,安徽省安庆市人,博士生,研究方向为波浪与结构物的相互作用.

通信作者:邹早建,男,教授,博士生导师,E-mail: zjzou@sjtu.edu.cn.

取有效的防护措施. 浮式防波堤是广为应用的波浪防护设施之一. 防波堤可由单体或多体结构组成. 当波浪传向由多体结构组成的防波堤时, 各结构之间不断产生连续的反射和透射. 针对某些波浪而言, 尽管单个结构的波浪反射较小, 但叠加效应将使多体结构产生强烈的波浪反射, 从而获得良好的防波效果^[1]. 当多体结构呈周期性布置时, 可称之为周期结构物. 当作用在周期结构物上的入射波的法向波长约为该结构物周期长度的 2 倍时, 入射波可被最大程度地反射, 即反射系数达到最大值, 该现象被称为 Bragg 反射或 Bragg 共振. 最早是在利用 X 射线照射晶体的相关研究中发现 Bragg 反射现象的^[2].

在海岸工程和海洋工程中, Heathershaw^[3]早在 1982 年就通过试验研究了表面波与海床波形沙坝之间的相互作用, 并阐述了水波 Bragg 反射现象及其机理. 几十年来, 海底各种结构物引起的水波 Bragg 反射现象已得到广泛的研究与应用. 刘焕文^[4]系统地总结了海底沙坝和人工沙坝引起的水波 Bragg 反射现象的系列研究进展. 然而, 有关波浪与浮体之间相互作用的 Bragg 反射现象的研究在国内外尚不多见. Chou^[5]通过研究揭示了 Bragg 反射现象在浮式防波堤研究领域的应用前景.

近年来, Bennetts 等^[6]应用变分法研究了多个浮在水面的圆形弹性板的波浪散射问题, 在各弹性板尺寸相同、间距相同时, 观察到了 Bragg 反射现象, 并得出 Bragg 反射峰值对应的波长较理论预测值偏大的结论. Garnaud 等^[7]基于渐近理论研究了波浪与周期性排列的、可垂向运动的小圆柱浮标之间的相互作用, 发现当波浪频率在 Bragg 反射对应的带隙宽度内时, 波浪将会发生强烈的反射, 与浮标相连的波能提取装置吸收的能量显著降低. Linton^[8]利用多极展开法分析了浸没在深水中等间距布置的多排水平圆柱体的波浪传播问题, 发现当入射波频率在 Bragg 反射对应的带隙宽度内时, 随着排列数量的增加, 透过多排水平圆柱体的波浪能量趋近于 0. Karmakar 等^[9]基于线性波浪理论研究了有限水深中锚泊穿透自由面的多重柔性膜结构与表面重力波之间的相互作用, 简要分析了双重膜结构产生的 Bragg 反射现象. 许玲和 Wu 等^[10-11]试验研究了基于 Bragg 反射原理布置的水面多重刚性竖直板的消波性能, 发现当 Bragg 反射发生时, 消波效果明显增强. Ding 等^[12-13]应用特征函数展开法和宽间距近似法研究了波浪与穿透自由面的多重柔性膜结构之间的相互作用, 并分析了 Bragg 反射的特性, 发现合理布置柔性膜结构能够增加 Bragg 反射的有

效宽度. Ouyang 等^[14]基于边界离散数值模型研究了多个水面固定的矩形防波堤的 Bragg 反射现象, 分析了防波堤的间距、个数、吃水、自身宽度等参数对 Bragg 反射的影响.

本文研究固定布置于水面的、静水面以下形状为半圆形的多个穿透自由面结构物引起的水波 Bragg 反射现象, 基于线性波浪理论建立数学模型, 并基于边界元法(BEM)对其求解. 计算多个固定于海底的浸没半圆形结构物的波浪反射系数, 并将计算结果与文献中的理论解进行对比, 以验证 BEM 的正确性; 计算并对比水面单个半圆形结构和多个半圆形结构衰减波浪的效果, 以证明利用多个半圆形结构物的 Bragg 反射来衰减波浪的有效性; 进而, 系统地分析了多个半圆形结构物的个数、半径、间距等参数对 Bragg 反射特性的影响, 研究结果可为基于 Bragg 反射原理的防波堤设计提供参考依据.

1 数学描述

均匀水深 (h) 中固定于静水面的 N 个形状和尺寸完全相同的二维刚性结构如图 1 所示, 每个结构在静水面以下的形状均为半圆形. 结构半径为 a , 吃水为 d , 且有 $a = d$; 两个相邻结构间距为 S ; 该系列结构组成一个周期结构物, 周期长度 $L = S + 2a$; 频率为 ω 、波幅为 ζ 的单色波从远场传向该结构物, 假设波幅 ζ 是小量. 建立二维笛卡尔坐标系 $O-xz$, x 轴水平向右为正, z 轴垂直向上为正, 坐标原点 O 位于静水面且在第 1 个半圆形结构的圆心.

基于线性波浪理论, 假定流体无黏且不可压缩、运动无旋且关于时间 t 是简谐的, 则整个流域内的速度势 $\Phi(x, z, t)$ 可表示为

$$\Phi(x, z, t) = \text{Re}[\phi(x, z)e^{-i\omega t}] \quad (1)$$

式中: Re 表示取实部; $\phi(x, z)$ 为空间速度势. 上述单色波的速度势可表示为

$$\phi_1 = -\frac{i\zeta g}{\omega} e^{ikx} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (2)$$

式中: g 为重力加速度; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数 (λ 为入射波波长), 是频散方程 $\omega^2 = gk \tanh kh$ 的正实数根.

流场中流体运动的控制方程为 Laplace 方程:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi = 0 \quad (3)$$

综合线性化的运动学边界条件和动力学边界条件, 得到复合的线性自由面条件为

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\phi = 0, \quad z = 0 \quad (4)$$

水底的不可渗透条件为

$$\partial \phi / \partial z = 0, \quad z = -h \quad (5)$$

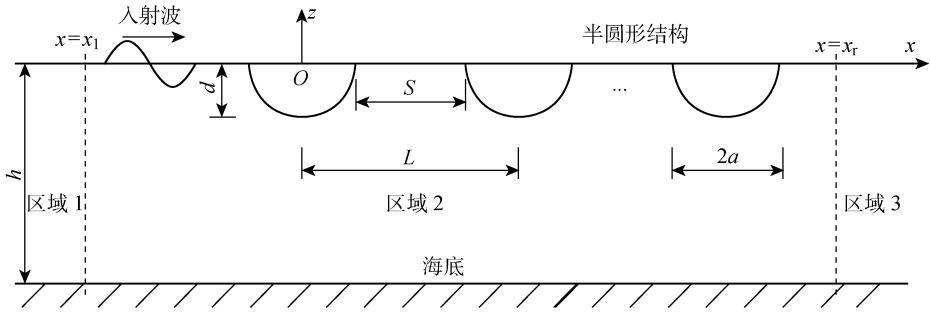


图 1 固定于水面的多个半圆形结构物

Fig. 1 Multiple semicircular structures fixed on the water surface

各个结构固定不动,其物面条件为

$$\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 \tag{6}$$

式中: \mathbf{n} 为结构表面的单位法向量. Sommerfeld 远场辐射条件为

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(\frac{\partial}{\partial x} \pm ik \right) \begin{pmatrix} \phi - \phi_1 \\ \phi \end{pmatrix} = 0 \tag{7}$$

2 求解方法

应用 BEM 求解上述边值问题. 为了方便求解速度势,在该周期结构物左侧 $x = x_1$ 处和右侧 $x = x_r$ 处分别引入 2 个截面(见图 1),且都离其相邻结构的距离足够远. 整个区域划分为区域 1($x \leq x_1$)、区域 2($x_1 < x < x_r$) 和区域 3($x \geq x_r$) 3 个部分,各区域内的速度势相应地分别用 $\phi_1(x, z)$ 、 $\phi_2(x, z)$ 和 $\phi_3(x, z)$ 表示.

$$\phi_1(x, z) = [A_1 e^{ik(x-x_1)} + R e^{-ik(x-x_1)}] \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \tag{8}$$

$$\phi_3(x, z) = T e^{ik(x-x_r)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \tag{9}$$

式中: $A_1 = -\frac{i\zeta g}{\omega} e^{ikx_1}$; R 为反射系数的复数形式; T 为透射系数的复数形式. $\phi_1(x, z)$ 和 $\phi_3(x, z)$ 已自动满足式(7), $\phi_2(x, z)$ 是需要求解的量.

区域 2 和区域 1 的交界面 $x = x_1$ 处的压力连续性条件和速度连续性条件分别为

$$\phi_2(x, z) \Big|_{x=x_1} = \phi_1(x, z) \Big|_{x=x_1} \tag{10}$$

$$\frac{\partial \phi_2(x, z)}{\partial x} \Big|_{x=x_1} = \frac{\partial \phi_1(x, z)}{\partial x} \Big|_{x=x_1} \tag{11}$$

区域 2 和区域 3 的交界面 $x = x_r$ 处的压力连续性条件和速度连续性条件分别为

$$\phi_2(x, z) \Big|_{x=x_r} = \phi_3(x, z) \Big|_{x=x_r} \tag{12}$$

$$\frac{\partial \phi_2(x, z)}{\partial x} \Big|_{x=x_r} = \frac{\partial \phi_3(x, z)}{\partial x} \Big|_{x=x_r} \tag{13}$$

将式(8)代入式(10)和(11),叠加后得到关系式

$$\left(\phi_2 + \frac{1}{ik} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \right)_{x=x_1} = 2A_1 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \tag{14}$$

将式(9)代入式(12)和(13),叠加后得到关系式

$$\left(\phi_2 - \frac{1}{ik} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \right)_{x=x_r} = 0 \tag{15}$$

给定 Green 函数形式为

$$G(P, Q) = -\ln r(P, Q) = -\frac{1}{2} \ln[(x-\xi)^2 + (z-\eta)^2] \tag{16}$$

式中: $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\eta)^2}$ 为场点到源点的距离; $P(x, z)$ 为场点; $Q(\xi, \eta)$ 为源点.

由 Green 第二定理,区域 2 内部(不含边界)和边界上的速度势分别满足下列关系式:

$$-2\pi\phi_2(P) = \oint_C \left[\phi_2(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) \frac{\partial \phi_2(Q)}{\partial n} \right] ds \tag{17}$$

$$-\pi\phi_2(P) = \oint_C \left[\phi_2(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} - G(P, Q) \frac{\partial \phi_2(Q)}{\partial n} \right] ds \tag{18}$$

式中:定积分方向逆时针为正;边界面 C 由左侧截面 C_1 、海底 C_s 、右侧截面 C_r 、若干段静水面 C_w 和若干个静水面以下的结构表面 C_b 组成.

为了数值求解边界上的速度势,所有边界被离散成一系列的小单元(边界元). 采用常数源边界元,每个小单元上存在一个速度势值,将源点和配置点(满足相应边界条件的场点)布置在每个小单元的中点. 将式(4)、(5)、(6)、(14)、(15)代入式(18),并对所得到的方程进行离散后得

$$\pi\phi_2^e(P) + \sum_{C_w} \left(h^{PQ} - \frac{\omega^2}{g} g^{PQ} \right) \phi_2^e(Q) + \sum_{C_s} h^{PQ} \phi_2^e(Q) + \sum_{C_b} h^{PQ} \phi_2^e(Q) + \sum_{C_1} h^{PQ} \phi_2^e(Q) + \sum_{C_r} h^{PQ} \phi_2^e(Q) = \sum_{C_1} ik2A_1 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} g^{PQ} \tag{19}$$

式中：

$$h^{PQ} = \int_{\Gamma_Q} \frac{\partial G(P,Q)}{\partial n} d\Gamma$$
$$g^{PQ} = \int_{\Gamma_Q} G(P,Q) d\Gamma$$

Γ 为 Q 所在的小单元; ϕ_2^Q 为区域 2 边界小单元上的速度势. h^{PQ} 和 g^{PQ} 可由常规高斯积分计算得到, 但当 P 和 Q 重合时, 存在奇异性问题, 奇异积分项使用以下显式表达式计算

$$h^{PQ} = 0$$
$$g^{PQ} = \frac{\Delta l}{2\pi} \left(1 + \ln \frac{2}{\Delta l} \right)$$

式中: Δl 为 Q 所在小单元的长度.

假设小单元的总数为 M , 则可得到 M 个类似于式(19)的代数方程组. 求解该方程组, 即可得到每个小单元上的速度势值. 将式(8)代入式(10), 两边再同时乘以 $\cosh k(h+z)$, 可得到

$$\phi_2(x_1,z)\cosh k(h+z) =$$
$$(A_1 + R) \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh}$$

对式(22)关于 z 从 $-h$ 到 0 积分, 整理后可得

$$R = -A_1 +$$
$$\frac{k}{n_0 \sinh kh} \int_{-h}^0 \phi_2(x_1,z) \cosh k(h+z) dz$$

式中: $n_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh kh} \right)$. 将式(9)代入式(12),

两边再同时乘以 $\cosh k(h+z)$, 可得到

$$\phi_2(x_r,z)\cosh k(h+z) = T \frac{\cosh^2 k(h+z)}{\cosh kh}$$

对式(24)关于 z 从 $-h$ 到 0 积分, 整理后可得

$$T = \frac{k}{n_0 \sinh kh} \int_{-h}^0 \phi_2(x_r,z) \cosh k(h+z) dz$$

反射系数和透射系数分别定义为反射波高和透射波高与入射波高的比值, 可按以下公式计算

$$K_r = |R/A_1|$$
$$K_t = |T/A_1|$$

3 结果与讨论

本文旨在研究固定于水面的多个半圆形结构物引起的水波 Bragg 反射现象. Bragg 反射的特性可由发生条件、反射强度和有效宽度 3 个要素表示. 发生条件由 Bragg 反射现象发生时的最大反射系数对应的 $2L/\lambda$ 值表示; 反射强度由 Bragg 反射现象发生时的最大反射系数表示, 记为 K_p ; 有效宽度^[15]由 Bragg 反射区域内满足 $K_r \geq K_p/2$ 时, $2L/\lambda$ 的取值范围表示, 记为 E_b . 反射强度和有效宽度是判断基于 Bragg 反射原理的防波堤衰减波浪有效性的 2 个

重要指标.

计算中取 $h=10\text{ m}$, $g=9.81\text{ m/s}^2$. 两截面与最近结构物的距离均取为 $4h$, 截断面处波浪衰减项的影响可忽略^[12]. 根据 Liu 等^[16]的研究结果, 应用常数源边界元法时, 1 个波长长度内划分 8 个小单元即可达到精度要求. 本文选择更密的计算网格, 即 1 个波长长度内划分的小单元最少为 25 个, 物面网格密度和自由水面网格密度相当. 根据数值试验, 能量守恒方程 $K_r^2 + K_t^2 = 1.0$ 的误差可控制在 0.2% 以内.

3.1 方法验证

由于缺少可供比较的静水面上多个半圆形结构物与水波相互作用的理论计算、数值模拟或试验测定结果, 为了验证 BEM 的正确性, 以固定于海底的多个浸没半圆形结构物为对象, 计算其反射系数并将计算结果与现有的理论解进行比较.

当 $N=3$ 时, 3 种不同算例(Ex1, $L/h=4.0$, $a/h=0.3$; Ex2, $L/h=4.0$, $a/h=0.5$; Ex3, $L/h=2.0$, $a/h=0.5$)中, 基于 BEM 的反射系数计算结果和基于多极展开法(MEM)的反射系数计算结果^[17]的对比如图 2 所示, 其中 kh 表示无因次波数. 由图 2 可见, 2 种方法的结果较为吻合, 仅在 $kh>2.0$ 时

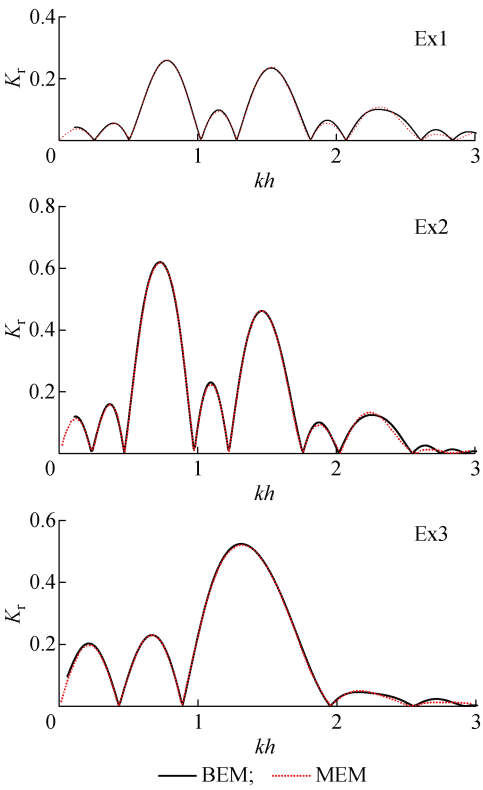


图 2 2 种方法的反射系数结果对比

Fig. 2 Comparison of the calculated reflection coefficients based on two methods

有微小误差,导致误差的原因可能是由于此时波长较小,在 BEM 中需要采用较小的单元来提高计算结果的精度,而过小的单元也会带来数值误差,这是用 BEM 求解短波问题的一个难点.

3.2 Bragg 反射效果

为了研究 Bragg 反射效果,考虑 3 种不同的结构物布置形式:C1,单个半圆形结构物固定于水面,且 $a/h=0.25$;C2,多个半圆形结构物固定于水面,且 $N=3$, $a/h=0.25$, $S/h=2.5$;C3,多个半圆形结构物固定于水底,且 $N=3$, $a/h=0.25$, $S/h=2.5$. 3 种不同结构物布置形式下,反射系数随无因次波数的变化情况如图 3 所示.

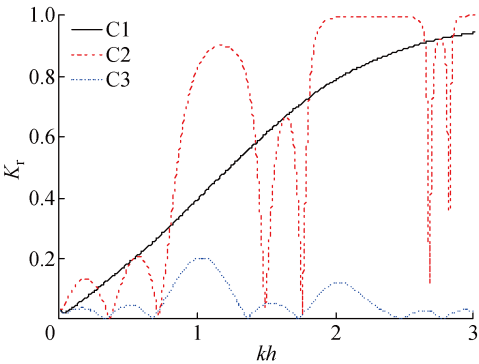


图 3 3 种不同布置形式下的反射系数比较

Fig. 3 Comparison of the reflection coefficients under three different deployments

由图 3 可见:对于固定于水面的单个半圆形结构物,反射系数随着无因次波数的增大而增大;对于多个半圆形结构物,不论是固定于水面还是水底,反射系数的变化均较为复杂,存在若干波峰和波谷;水面周期结构物的反射系数明显大于水底周期结构物的反射系数,这是因为在线性波浪理论下,随着水深的增加,水质点动能沿垂向指数衰减,能量更多地集中在近水面处.水面周期结构物在 $kh=1.18$ (转换后的发生条件为 $2L/\lambda=1.13$)时发生 Bragg 反射,反射强度 $K_p=0.90$;单个水面结构物在 $kh=1.18$ 时的反射强度 $K_p=0.48$ (由此时对应的反射系数表示),明显小于水面周期结构物的 Bragg 反射强度;水底周期结构物在 $kh=1.03$ (转换后的发生条件为 $2L/\lambda=0.98$)时发生 Bragg 反射,反射强度 $K_p=0.20$,也明显小于水面周期结构物的 Bragg 反射强度.因此,利用水面周期结构物的 Bragg 反射能够更有效地衰减波浪.

3.3 结构个数的影响

设 $a/h=0.25$, $S/h=2.5$,结构个数对反射系数的影响如图 4 所示,相应的反映 Bragg 反射特性的

3 个要素如表 1 所示.从图 4 和表 1 中可以看出:在不同结构个数下,反射系数随 $2L/\lambda$ 的变化均较为复杂,存在若干波峰和波谷;结构个数越多,波峰和波谷的数目越多.在所有不同的结构个数的情况下都能观察到 Bragg 反射现象,且反射的发生条件均在理论条件 $2L/\lambda=1.0$ ^[3]附近,但均位于其右侧,即波长偏小处.随着结构个数的增多,反射的发生条件逐渐向左侧偏移,更加靠近理论条件,说明结构物的个数越多越能精确地利用 Bragg 反射原理.同时,随着结构个数的增多,反射强度不断增大(如 $N=5$ 时, $K_p=0.98$,几乎实现了全反射),但此时有效宽度会减小.

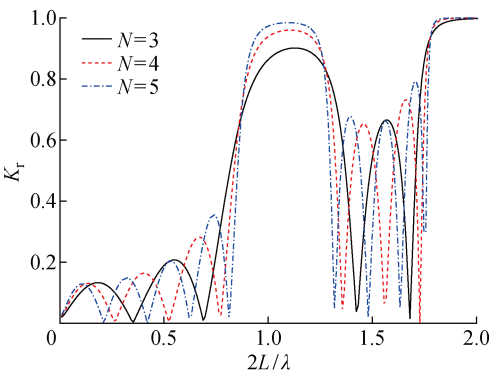


图 4 不同结构个数下反射系数随 2L/λ 的变化

Fig. 4 Reflection coefficient versus $2L/\lambda$ under different number of the structures

表 1 不同结构个数下的 Bragg 反射特性

Tab. 1 Characteristics of Bragg reflection under different numbers of the structures

N	$2L/\lambda$	K_p	E_b
3	1.13	0.90	0.81~1.38
4	1.11	0.96	0.84~1.32
5	1.10	0.98	0.86~1.30

3.4 结构半径的影响

设 $N=3$, $S/h=2.5$,结构半径 a/h 对反射系数的影响如图 5 所示,相应的反映 Bragg 反射特性的 3 个要素如表 2 所示.

从图 5 和表 2 中可以看出,对于不同的结构半径,反射系数在整个 $2L/\lambda$ 范围内的变化趋势是相似的. Bragg 反射的发生条件均在理论条件 $2L/\lambda=1.0$ 附近,但均位于其右侧,即波长偏小处.随着结构半径的减小,反射的发生条件向左偏移,逐渐靠近理论条件,说明小半径结构能够更加精确地利用 Bragg 共振原理,但随着结构半径的减小,反射强度和有效宽度均减小.

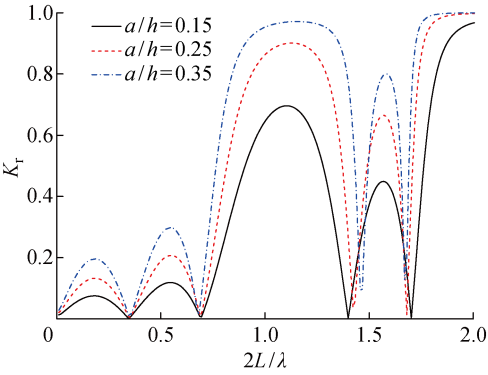


图 5 不同结构半径下反射系数随 $2L/\lambda$ 的变化
Fig. 5 Reflection coefficient versus $2L/\lambda$ under different radius of the structures

表 2 不同结构半径下的 Bragg 反射特性
Tab. 2 Characteristics of Bragg reflection under different radius of the structures

a/h	$2L/\lambda$	K_p	E_b
0.15	1.11	0.70	0.85~1.32
0.25	1.13	0.90	0.81~1.38
0.35	1.15	0.97	0.76~1.43

3.5 结构间距的影响

设 $N=3, a/h=0.25$, 结构间距 S/h 对反射系数的影响如图 6 所示, 相应的反映 Bragg 反射特性的 3 个要素如表 3 所示. 从图 6 和表 3 中可以看出, 随着结构间距的增大, Bragg 反射的发生条件逐渐向左偏移, 即更接近理论条件 $2L/\lambda=1.0$, 说明大间距结构能更精确地利用 Bragg 共振原理, 但随着结构间距的增大, 反射强度和有效宽度均减小. 尽管在小间距时 Bragg 反射强度最大, 但其发生条件对应的波长最小, 因此限制了其在衰减长波长水波中的应用. 如: $S/h=1.5$ 时, 反射的发生条件对应的波长

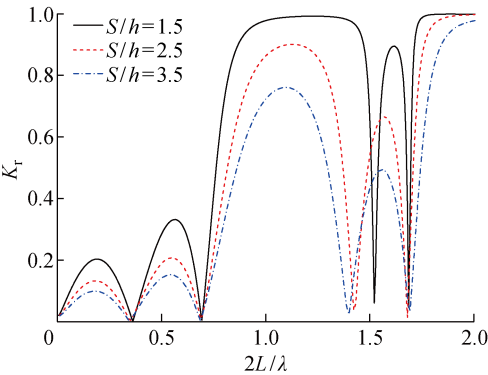


图 6 不同结构间距下反射系数随 $2L/\lambda$ 的变化
Fig. 6 Reflection coefficient versus $2L/\lambda$ under different spacing of the structures

表 3 不同结构间距下的 Bragg 反射特性
Tab. 3 Characteristics of Bragg reflection under different spacing of the structures

S/h	$2L/\lambda$	K_p	E_b
1.5	1.24	0.99	0.76~1.50
2.5	1.16	0.90	0.81~1.38
3.5	1.09	0.76	0.83~1.32

$\lambda=32.3\text{ m}$; $S/h=3.5$ 时, 反射的发生条件对应的波长 $\lambda=73.4\text{ m}$. 应用 Bragg 反射衰减长波长水波时, 由于有大间距结构的需求, 可通过增加结构个数来抵消其反射强度的减小, 通过增大结构半径来抵消其有效宽度的减小.

4 结论

(1) 固定于水面的多个半圆形结构物的 Bragg 反射发生条件在理论条件附近; 个数较多、半径较小、间距较大的结构物能更精确地利用 Bragg 反射原理.

(2) 增加结构个数能够增加 Bragg 反射强度, 但会减小有效宽度; 增大结构半径能同时增加 Bragg 反射强度和有效宽度; 增大结构间距会同时减小 Bragg 反射强度和有效宽度.

本文的研究结果对基于 Bragg 反射原理的防波堤设计具有一定的参考价值.

致谢 感谢英国劳氏船级社基金会(LRF)通过伦敦大学学院、上海交通大学和哈尔滨工程大学联合中心提供的资助.

参考文献:

[1] YIP T L, SAHOO T, CHWANG A T. Wave scattering by multiple floating membranes[C]// **Proceedings of the Eleventh International Offshore and Polar Engineering Conference**. Stavanger, Norway: International Society Offshore & Polar Engineers, 2001: 379-384.

[2] BRAGG W H, BRAGG W L. The reflection of X-rays by crystals[J]. **Proceedings of the Royal Society of London**, 1913, 88(605): 428-438.

[3] HEATHERSHAW A D. Seabed-wave resonance and sand bar growth[J]. **Nature**, 1982, 296(5855): 343-345.

[4] 刘焕文. 沙坝及人工沙坝引起海洋表面波 Bragg 共振反射的研究进展[J]. **应用数学和力学**, 2016, 37(5): 459-471.

LIU Huanwen. Advances in research on Bragg reso-

- nance of ocean surface waves by sandbars and artificial sandbars[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2016, 37(5): 459-471.
- [5] CHOU T. Band structure of surface flexural-gravity waves along periodic interfaces[J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 1998, 369: 333-350.
- [6] BENNETTS L G, SQUIRE V A. Wave scattering by multiple rows of circular ice floes[J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 2009, 639: 213-238.
- [7] GARNAUD X, MEI C C. Bragg scattering and wave-power extraction by an array of small buoys[J]. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, 2010, 466(2113): 79-106.
- [8] LINTON C M. Water waves over arrays of horizontal cylinders: Band gaps and Bragg resonance[J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 2011, 670: 504-526.
- [9] KARMAKAR D, BHATTACHARJEE J, GUEDES SOARES C. Scattering of gravity waves by multiple surface-piercing floating membrane [J]. **Applied Ocean Research**, 2013, 39: 40-52.
- [10] 许玲, 吴静萍, 丁伟伟, 等. 基于 Bragg 共振原理水面多重垂直板消浪性能实验研究[J]. **水动力学研究与进展**, 2016, 31(4): 449-453.
XU Ling, WU Jingping, DING Weiwei, *et al.* Experimental study on the attenuating waves performance of multiple vertical plates based on Bragg resonance[J]. **Chinese Journal of Hydrodynamics**, 2016, 31(4): 449-453.
- [11] WU J P, PAN J, DING W W, *et al.* Experimental studies on the transmission coefficients of multiple plates[C]// **Proceedings of the Twenty-sixth International Ocean and Polar Engineering Conference**. Rhodes, Greece: International Society of Offshore and Polar Engineers, 2016: 1395-1399.
- [12] DING W W, ZOU Z J, WU J P. Bragg reflection of water waves by multiple composite flexible membranes[J]. **International Journal of Offshore and Polar Engineering**, 2018, 28(2): 135-142.
- [13] DING W W, ZOU Z J, WU J P. Characteristics of Bragg reflection of water waves by multiple vertical flexible membranes [C]// **Proceedings of the ASME 37th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering**. Madrid, Spain: ASME, 2018: V07AT06A036.
- [14] OUYANG H T, CHEN K H, TSAI C M. Investigation on Bragg reflection of surface water waves induced by a train of fixed floating pontoon breakwaters[J]. **International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering**, 2015, 7(6): 951-963.
- [15] BAILARD J A, DEVRIES J W, KIRBY J T. Considerations in using Bragg reflection for storm erosion protection[J]. **Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering**, 1992, 118(1): 62-74.
- [16] LIU P L-F, ABBASPOUR M. An integral equation method for the diffraction of oblique waves by an infinite cylinder[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1982, 18(10): 1497-1504.
- [17] LIU Y, LI H J, ZHU L. Bragg reflection of water waves by multiple submerged semi-circular breakwaters[J]. **Applied Ocean Research**, 2016, 56: 67-78.

(本文编辑:石易文)