

文章编号:1006-2467(2019)07-0852-08

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.07.012

余弦形预制双曲梁非线性隔振器的隔振性能

任晨辉, 杨德庆

(上海交通大学 海洋工程国家重点实验室; 高新船舶与深海开发装备协同创新中心;
船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

摘要: 设计了中点固结的余弦形预制双曲梁非线性隔振器, 以用于船舶设备的主动与被动隔振. 给出了余弦形预制双曲梁隔振器所受横向压力-位移关系解析表达式, 分别建立了主动与被动隔振系统的非线性振动微分方程, 利用谐波平衡法求得近似解析解, 并与龙格-库塔法的数值解进行比较, 给出了力传递率与位移传递率的表达式. 同时, 研究了在不同的非线性刚度系数、激励幅值、阻尼系数条件下, 余弦形预制双曲梁隔振器的力传递率与位移传递率的变化规律. 结果表明: 谐波平衡法的解析解与龙格-库塔法的数值解基本吻合; 所设计的非线性隔振器具有优良的低频隔振效果, 其响应和隔振性能与激励幅值和阻尼有关.

关键词: 余弦形曲梁; 隔振器; 非线性振动; 谐波平衡法; 振动传递率

中图分类号: TB 535

文献标志码: A

Performance of the Centrally-Clamped Cosine-Shaped Beam as a Nonlinear Vibration Isolator

REN Chenhui, YANG Deqing

(State Key Laboratory of Ocean Engineering; Collaboration Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration; School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Two prefabricated centrally-clamped cosine beams were proposed as a nonlinear vibration isolator for active and passive vibration isolation of marine equipment. The analytical expression of the beam's force-displacement relationship was given, and the nonlinear differential equations of active and passive vibration isolation were established, respectively. The harmonic balance method (HBM) was applied to get the approximate analytical solutions of the differential vibration equations, and then the solutions were compared with those numerical ones obtained by the Runge-Kutta method. In order to characterize the vibration isolation capability of the isolator, the expressions of force transmissibility and displacement transmissibility were given. In addition, the effects of different nonlinear stiffness coefficients, excitation amplitudes and damping coefficients on force and displacement transmissibility were studied. The results show that HBM yields the same solution as the numerical method. The proposed nonlinear isolator has excellent performance of low-frequency vibration isolation, and its response and vibration isolation performance are affected by the excitation amplitude and damping coefficient.

收稿日期: 2017-10-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(51479115), 海洋工程国家重点实验室课题(GKZD010071)

作者简介: 任晨辉(1992-), 男, 山西省吕梁市人, 博士生, 主要从事船舶与海洋工程结构振动和噪声控制研究.

通信作者: 杨德庆, 男, 教授, 博士生导师, 电话(Tel.): 021-62933131; E-mail: yangdq@sjtu.edu.cn.

Key words: cosine beams; vibration isolator; nonlinear vibration; harmonic balance method (HBM); vibration transmissibility

船舶的各种动力设备(如主机、发电机、空气压缩机)以及不同用途的泵等在运行过程中都会引起船舶的振动并产生噪声^[1]. 合理控制振动,是保证设备正常运行与人员居住舒适度的前提,对于军事舰艇,还能够增强其隐蔽性,提升作战性能. 目前,广泛使用的隔振手段是在动力设备与船体之间安装弹性装置,即机器与筏架、筏架与基座之间用隔振器相连接,常用的隔振器主要有钢丝绳隔振器、空气弹簧和橡胶隔振器等. 钢丝绳隔振器具有结构简单、安装方便、质量轻等优点,在机械、交通、船海等领域得到了广泛应用^[2-3],但钢丝绳隔振器的减振机制涉及钢丝绳之间摩擦阻力与恢复力的迟滞效应,是一个复杂的力学系统,在研究和设计模型的过程中需进行简化;空气弹簧的体积庞大、造价高昂,且需要辅助系统,使其应用范围受到了限制;橡胶隔振器的材料容易发生老化,使其刚度和阻尼参数逐渐偏离设计值,因此,有必要采用新型的材料与结构制造实用的隔振器,以用于船舶设备的隔振.

余弦形预制曲梁在曲率较大时具有良好的承载能力,且其刚度易于分析,可作为一种非线性隔振器元件. 因此,本文在研究余弦形曲梁跨中受压特性的基础上,利用 3D 打印成型技术设计并加工了一种余弦形双曲梁非线性隔振器,拟用于船舶设备的隔振. 同时,采用谐波平衡法求解隔振系统振动微分方程的近似解析解,并与龙格-库塔方法的数值解进行比较,以验证其合理性. 另外,根据解析解给出振动传递率的表达式,并作为衡量隔振器性能的指标,分析了不同非线性刚度系数、激励幅值和阻尼系数对隔振器隔振性能的影响,以为余弦形预制双曲梁

隔振器的设计和应用提供参考.

1 余弦形预制双曲梁非线性隔振器的动力学建模

1.1 余弦形预制曲梁

图 1 所示为余弦形曲梁及其前 3 阶屈曲模态示意图. 其尺寸参数包括梁的两约束端距离 l 、梁截面厚度 t 、梁截面宽度 b 、初始时刻梁轴线中点距两端点连线的垂直距离(拱高) h 等. 在跨中受到垂直向下的作用力 f 时,根据梁的几何特性, f 与梁中点的位移 d 的关系可分别描述为

(1) 当 $Q = h/t$ 较小时,下压过程中垂向力与跨中位移的关系为 $f_1 = f_1(d)$.

(2) 当 $Q = h/t$ 较大、下压过程中梁轴力小于 i 阶屈曲力时,垂向力与跨中位移的关系仍为 $f_1 = f_1(d)$,此时的力与位移变化方向一致,整体结构呈“正刚度”;当梁轴力达到 i 阶屈曲力时,垂向力与跨中位移的关系可表示为 $f_i = f_i(d)$,此时的力与位移变化方向相反,结构呈“负刚度”(对于限制 2 阶屈曲模态的梁,取 $i = 3$;当不限制 2 阶屈曲模态时,取 $i = 2$).

Qiu 等^[4]引入无量纲量 $F_i = f_i l^3 / (EIh)$ ($i = 1, 2, 3$)、 $D = d/h$ 、 $Q = h/t$,以推导以上的力-位移关系,所得无量纲的作用力 F_i ($i = 1, 2, 3$) 如下:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{\pi^4 Q^2 D}{2} \left[3(D-1)(D-2) + \frac{4}{Q^2} \right] \\ F_2 &= 4.09\pi^4 - 2.09\pi^4 D \\ F_3 &= 8\pi^4 - 6\pi^4 D \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

对应的有量纲形式的作用力 f_i ($i=1, 2, 3$) 如下:

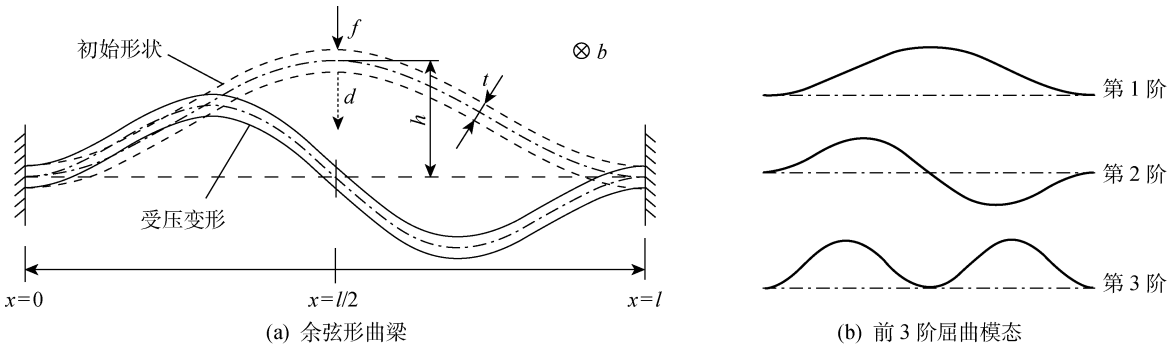


图 1 跨中受压的余弦形曲梁及其前 3 阶屈曲模态示意图

Fig. 1 Schematic diagram of prefabricated cosine beam under lateral force at midpoint and the first three buckling modes

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{\pi^4 E I d}{2 l^3 t^2} [3(d-h)(d-2h) + 4t^2] \\ f_2 &= \frac{\pi^4 E I h}{l^3} \left(4.09 - 2.09 \frac{d}{h} \right) \\ f_3 &= \frac{\pi^4 E I h}{l^3} \left(8 - 6 \frac{d}{h} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: E 为弹性模量; I 为截面转动惯量.

当 f_1 取极大值时, 对应应有

$$d = h \pm \sqrt{3h^2 - 4t^2} / 3$$

式(1)中的 3 种力-位移关系可用图 2 表达.

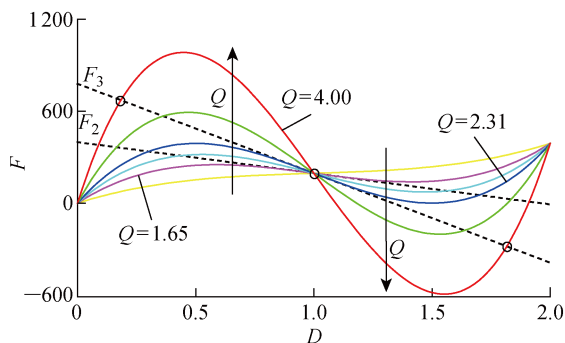


图 2 不同几何特性的余弦形曲梁的力-位移关系

Fig. 2 Different solutions of normalized force-displacement relationship for pre-fabricated cosine beam

由图 2 可见: 随着位移增加, 垂向力的值总是先增加到最大(该峰值称为正向屈曲力), 而后, 随着位移增加而减小, 出现“负刚度”区域, 最后, 垂向力从最小值开始又随着位移增加而增大; 当 $Q = 1.65$ 时, F_1 与 F_2 相切; 当 $Q = 2.31$ 时, F_1 与 F_3 相切, 且与 $F = 0$ 的水平线相切.

本文利用余弦形预制曲梁的力-位移关系中“正刚度”区域来设计制造一种新型非线性刚度隔振器, 拟用于船舶设备的主动与被动隔振. 为保证隔振器的初始刚度以及满足变形过程中侧向稳定性的要求, 避免下压时出现余弦形曲梁的 2 阶屈曲变形, 将 2 个相同的余弦形曲梁的中部和两端固结^[5], 如图 3 所示, 从而保证曲梁在极限载荷作用下直接由 1 阶屈曲形状转变为 3 阶屈曲形状而不发生侧向翻转.

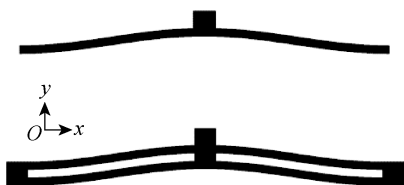


图 3 单余弦形曲梁与并联双余弦形曲梁

Fig. 3 Single cosine beam and centrally-clamped cosine beam

余弦形预制双曲梁非线性隔振器的设计包括梁的两约束端距离 l 、梁截面厚度 t 、梁截面宽度 b 、中心拱高 h 等几何参数. 设计时, 先根据实际应用场景确定梁外形的长度和宽度, 再依据隔振器在给定参振质量下的静变形与最大允许振幅, 由式(2)反复核算来确定 t, h , 以保证刚度与振幅满足使用要求. 所设计的非线性隔振器外形与应用场景如图 4 所示. 隔振器材质为丙烯腈-丁二烯-苯乙烯 (ABS) 树脂, 其弹性模量为 1.8 GPa, 泊松比为 0.39, 密度为 1.04 g/cm³, 抗拉强度为 50 MPa. 采用 3D 打印成型技术一体成型, 设计参数可变范围较大, 且避免了金属材料的焊接缺陷与残余应力等影响.

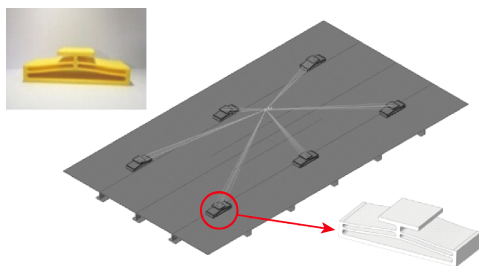


图 4 余弦形预制双曲梁非线性隔振器

Fig. 4 Centrally-clamped cosine-shaped beam as a nonlinear vibration isolator

1.2 非线性隔振器系统的动力学方程

在设计余弦形预制双曲梁非线性隔振器时, 采用足够大的 $Q = h/t$, 有利于提升隔振器的承载性能. 由图 2 可以看出, 当 $Q = h/t > 2.31$, 即 $9h^2 > 48t^2$ 时, 曲线 $F(D, Q)$ 与 $F = F_3$ 有 3 个交点, 交点横坐标 D 的有量纲值为

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= h - \frac{1}{3} \sqrt{9h^2 - 48t^2} \\ d_2 &= h \\ d_3 &= h + \frac{1}{3} \sqrt{9h^2 - 48t^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中: $d = d_1$ 时所对应的有量纲垂向力为

$$f = \frac{\pi^4 E I h}{l^3} \left(8 - 6 \frac{d_1}{h} \right) = \frac{2\pi^4 E I}{l^3} (h + \sqrt{9h^2 - 48t^2}) \quad (4)$$

但是, Q 的增幅是有限度的. 随着 h 增大, 尽管垂向最大允许载荷会增加, 但垂向刚度也随之增大, 使得系统的固有频率将增大而不利隔振.

根据振源的不同, 通常将隔振分为两种不同的模型, 即主动隔振与被动隔振^[6]. 如图 5 所示, 主动隔振是将振源与基础隔离开, 以避免或减小系统的振动向基础传播; 被动隔振则是避免或减小基础运

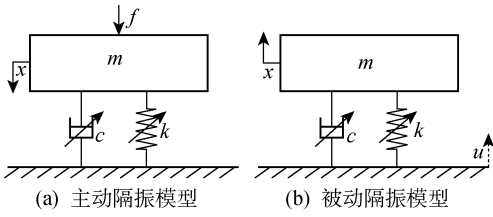


图5 两种不同的隔振系统模型

Fig. 5 Active and passive vibration isolating system

动对系统或设备的激励。

对于主动隔振,所建立的动力学微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1(x + \Delta) + k_2(x + \Delta)^2 + k_3(x + \Delta)^3 = F + mg \quad (5)$$

式中: c 为阻尼系数; m 为质量; g 为重力加速度; Δ 为静位移; x 为振动位移; \dot{x} 为振动速度; \ddot{x} 为振动加速度; k_1 、 k_2 、 k_3 均为系数,其值可由式(2)得到,即

$$k_1 = \frac{\pi^4 EI}{2l^3 t^2} (6h^2 + 4t^2)$$

$$k_2 = -\frac{9h\pi^4 EI}{2l^3 t^2}$$

$$k_3 = \frac{3\pi^4 EI}{2l^3 t^2}$$

Δ 满足 $k_1\Delta + k_2\Delta^2 + k_3\Delta^3 = mg$, 故有

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k_1 + 2k_2\Delta + 3k_3\Delta^2)x + (k_2 + 3k_3\Delta)x^2 + k_3x^3 = F \quad (6)$$

与式(5)相比,式(6)更容易求解。

对于被动隔振,所建立的动力学微分方程为

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{u}) + k_1(x - u + \Delta) + k_2(x - u + \Delta)^2 + k_3(x - u + \Delta)^3 = mg \quad (7)$$

令 $z = x - u$, u 为基础位移激励,则有

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + (k_1 + 2k_2\Delta + 3k_3\Delta^2)z + (k_2 + 3k_3\Delta)z^2 + k_3z^3 = -m\ddot{u} \quad (8)$$

式中: \dot{u} 、 \ddot{u} 分别为基础振动的速度和加速度。

形如式(6)和(8)的非线性振动微分方程称为 Helmholtz-Duffing 方程^[7-8], 可用谐波平衡法求解^[9-10]。具体方法:将隔振系统激励项和方程的解都利用傅里叶级数展开;然后,将其代入隔振系统的运动微分方程中,令同阶谐波项的系数相等,即可将原方程转化为一系列的代数方程;通过求解代数方程即可确定傅里叶级数的系数,从而获得隔振系统的解析解。本文分别利用谐波平衡法求解式(6)和(8)的近似解析解。

2 非线性隔振系统响应

2.1 主动隔振系统响应求解

对于主动隔振系统动力学方程(式(6)),假设

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= f\cos(\omega t + \epsilon) \\ x(t) &= a_0 + a_1\cos\omega t \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: ω 为圆频率; t 为时间; ϵ 为相位; a_0 为非线性响应常数; a_1 为响应谐波。

将式(9)代入式(6),其等号左边可精确展开成不同阶次谐波的线性组合。然后,令等号两边的常数项、 $\sin\omega t$ 、 $\cos\omega t$ 的系数相等,则有

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_3 a_0^3 + \bar{k}_2 a_0^2 + \bar{k}_1 a_0 + (3/2)\bar{k}_3 a_0 a_1^2 + (1/2)\bar{k}_2 a_1^2 &= 0 \\ -ca_1\omega &= -f\sin\epsilon \\ 2\bar{k}_2 a_0 a_1 + \bar{k}_1 a_1 - ma_1\omega^2 + \frac{3}{4}\bar{k}_3 a_1^3 + 3\bar{k}_3 a_0^2 a_1 &= f\cos\epsilon \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:

$$\bar{k}_1 = k_1 + 2k_2\Delta + 3k_3\Delta^2$$

$$\bar{k}_2 = k_2 + 3k_3\Delta$$

$$\bar{k}_3 = k_3$$

忽略 $a_0 = O(a_1^2)$ 的高阶项,并由后两式消去 ϵ , 可得

$$\left(\frac{3}{4}\bar{k}_3 a_1^3 + 2a_1 a_0 \bar{k}_2 + a_1 \bar{k}_1 - m\omega^2 a_1 \right)^2 + (ca_1\omega)^2 = f^2 \quad (11)$$

$$x(t) = \frac{\bar{k}_2 a_1^2}{2\bar{k}_1} + a_1\cos\omega t \quad (12)$$

式(11)与(12)反映了主动隔振系统非线性隔振模型的圆频率-振幅响应特性,其相位 ϵ 满足

$$\tan\epsilon = \frac{c\omega}{2\bar{k}_2 a_0 + \bar{k}_1 - m\omega^2 + 0.75\bar{k}_3 a_1^2} \quad (13)$$

2.2 被动隔振系统响应求解

对于被动隔振系统非线性动力学方程(式(8)),假设

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}(t) &= \Lambda\cos(\omega t + \varphi) \\ z(t) &= b_0 + b_1\cos\omega t \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: Λ 为基座加速度激励幅值; φ 为被动隔振系统的相位; b_0 、 b_1 分别为被动隔振系统非线性响应常数和响应谐波。

式(14)的求解过程与主动隔振系统类似,最终可得

$$\left(\frac{3}{4}\bar{k}_3 b_1^3 + 2b_1 b_0 \bar{k}_2 + b_1 \bar{k}_1 - m\omega^2 b_1 \right)^2 + (cb_1\omega)^2 = (-m\Lambda)^2 \quad (15)$$

$$z(t) = -\frac{\bar{k}_2 b_1^2}{2\bar{k}_1} + b_1\cos\omega t \quad (16)$$

将 $z(t)$ 代入 $x = u + z$, 可得

$$x = u + z = -(\Lambda/\omega^2)\cos(\omega t + \varphi) + b_0 + b_1\cos\omega t \quad (17)$$

式(15)~(17)反映了被动隔振系统非线性隔振模型的圆频率-振幅响应特性,相位 φ 满足

$$\tan \varphi = \frac{c \omega}{2 \bar{k}_2 b_0 + \bar{k}_1 - m \omega^2 + 0.75 \bar{k}_3 b_1^2} \quad (18)$$

式中:阻尼系数近似取为 $c \approx 2 \zeta \sqrt{m \bar{k}_1}$, ζ 为黏性阻尼比.

2.3 数值解验证

式(6)和(8)对应的微分方程可用多种方法求解. 由于广泛用于工程中的龙格-库塔方法具有精度高、收敛性好、稳定、易于程序实现的优点,所以本文利用 4 阶 5 级龙格-库塔方法求解非线性振动微分方程,并与谐波平衡法的解析解进行对比. 隔振器的尺寸设计参考船舶中常用的 BE-120 橡胶隔振器,其长度为 140 mm、宽 85 mm,其余参数的选取依据

隔振器在给定参振质量时的静变形与最大允许振幅条件. 本文所设计的非线性隔振器参数的设计自由度大、选择范围广,所选主动隔振系统计算参数: $l = 0.14 \text{ m}$; $b = 85 \text{ mm}$; $h = 14 \text{ mm}$; $t = 5 \text{ mm}$; $\zeta = 0.005$; $m = 300 \text{ kg}$; $f = 100 \text{ N}$; $\Delta = 1.14 \text{ mm}$; $d_1 = 6.08 \text{ mm}$; 振动频率 $f_r = 10 \text{ Hz}$. 被动隔振系统计算除 $f_r = 20 \text{ Hz}$ 、加速度的激励幅值 $\Delta = 1.96 \text{ m/s}^2$ 外,其余参数与主动隔振系统计算一致. 当系统达到静平衡时,根据 $k_1 \Delta + k_2 \Delta^2 + k_3 \Delta^3 = mg$ 所得隔振器变形量 $\Delta = 1.14 \text{ mm}$,由式(3)计算所得最大允许振幅为 6.08 mm ,最大静载荷为 8.543 kN .

图 6 和 7 分别示出了主、被动隔振模型的振动位移与响应相迹图,包括谐波平衡法求得的近似解析解与利用龙格-库塔方法所得数值解.

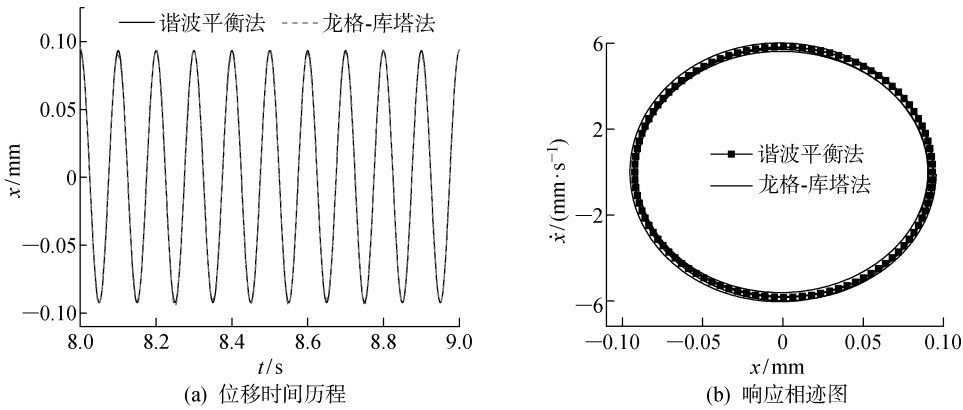


图 6 主动隔振系统响应的谐波平衡解析解与数值解
Fig. 6 Analytical and numerical solutions of the active vibration isolating system

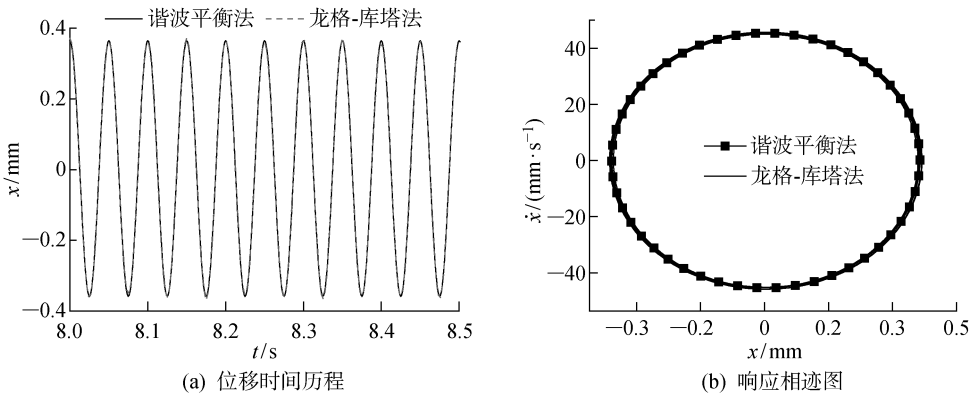


图 7 被动隔振系统响应的谐波平衡解析解与数值解
Fig. 7 Analytical and numerical solutions of the passive vibration isolating system

由图 6 和 7 可见,谐波平衡法得到的近似解析解与龙格-库塔方法所得数值解基本吻合,从而验证了谐波平均法求解的有效性.

图 8 所示为式(12)对应的主动隔振系统的非线性响应常数 a_0 与响应谐波 a_1 的幅频特性曲线. 可

以看出,非线性隔振系统的响应曲线的顶端向左倾斜,即呈现出“渐软”式非线性隔振系统的幅频曲线特征,这与图 2 中垂向力变化曲线的斜率(刚度)逐渐减小的变化规律一致,且随着载荷幅值的增加,幅频曲线的倾斜程度增大.

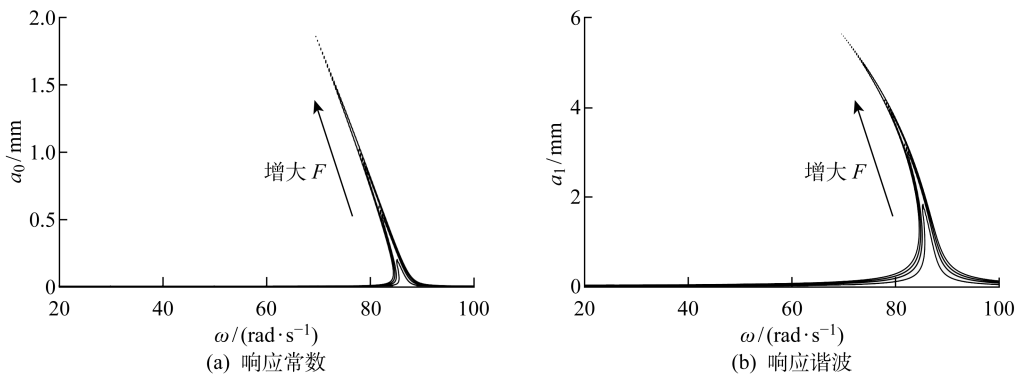


图 8 主动隔振系统响应的幅频特性曲线

Fig. 8 Frequency response curves of the active vibration isolating system

3 余弦形预制双曲梁隔振器的振动传递率

对于主动隔振系统,由于输入载荷是外力,所以选用力传递率作为衡量隔振器性能的参数^[11],能够较好地反映隔振器效率.非线性隔振系统的力传递率和线性隔振系统的力传递率有着相同的意义^[12],均表示传递到基础上的动态力幅值与激励力幅值的比值.

对于主动隔振系统的力传递率,首先计算传递到基础上的动态力,即弹性力 F_{res} 与阻尼力 F_{dam} ,两者的相位相差 90° ,其计算公式为

$$F_{\text{res}} \approx \left(\tilde{k}_3 a_0^3 + \tilde{k}_2 a_0^2 + \tilde{k}_1 a_0 + \frac{3}{2} \tilde{k}_3 a_0 a_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{k}_2 a_1^2 \right) + \left(2 \tilde{k}_2 a_0 a_1 + \tilde{k}_1 a_1 + \frac{3}{4} \tilde{k}_3 a_1^3 + 3 \tilde{k}_3 a_0^2 a_1 \right) \cos \omega t$$

$$F_{\text{dam}} = -c a_1 \omega \sin \omega t$$

如果仅考虑动态力,则力传递率的表达式为

$$T_F = \frac{\sqrt{(2 \tilde{k}_2 a_0 a_1 + \tilde{k}_1 a_1 + 0.75 \tilde{k}_3 a_1^3 + 3 \tilde{k}_3 a_0^2 a_1)^2 + (c a_1 \omega)^2}}{f}$$

对于被动隔振系统,选取位移传递率作为衡量隔振器性能的参数.系统的振动位移传递率定义为系统绝对位移响应幅值与基础位移幅值的比值,系统绝对位移的表达式为

$$x = u + z = -\frac{\Delta}{\omega^2} \cos(\omega t + \varphi) + b_0 + b_1 \cos \omega t = b_0 + \left(b_1 - \frac{\Delta}{\omega^2} \cos \varphi \right) \cos \omega t + \frac{\Delta}{\omega^2} \sin \varphi \sin \omega t$$

如果仅考虑动态位移,则位移传递率的表达式为

$$T_D = \frac{\sqrt{(b_1 \omega^2 - \Delta \cos \varphi)^2 + (\Delta \sin \varphi)^2}}{\Delta}$$

其中:被动隔振系统的相位 φ 由式(18)得出.

4 参数对隔振器隔振性能的影响

4.1 非线性刚度系数对振动传递率的影响

改变余弦形双曲梁的几何参数,即不同的 k_1 、 k_2 和 k_3 ,以分析非线性刚度系数对振动传递率的影响.本文只改变余弦形双曲梁的初始拱高 h , h 分别取 14.0,14.5,15.0,15.5,16.0 mm,以区分不同的 k_1 、 k_2 和 k_3 ,其余参数分别为 $l=0.14$ m, $b=85$ mm, $t=5$ mm, $\zeta=0.005$, $m=300$ kg, $f=85.8$ N, $\ddot{u}=0.286$ m/s².输入载荷参照《机械振动-客船和商船适居性振动测量、报告和评价准则》(GB/T 7452-2007)^[13],工作区域振动加速度的上限为 0.286 m/s² 时对应的激励力为 85.8 N.振动传递率随振动频率的变化情况如图 9 所示.由图 9 可见,在相同的激励下,随着 h 值增大,系统的刚度增加,固有频率增大,传递率曲线向右迁移,传递率曲线顶端向左倾斜的趋势逐渐减缓.因此,在设计隔振器时, h 值的选取应当针对隔振质量并兼顾隔振效率.另一方面,共振点的振动传递率随着 h 的增加而变化不大,说明在相同频率比时,振动传递率对刚度的变化不敏感,阻尼效应对传递率起主导作用.

4.2 激励幅值对振动传递率的影响

增大激励力的幅值(对于被动隔振系统,增大激励加速度的幅值),所得不同激励幅值下的振动传递率曲线如图 10 所示.其中,输入载荷按照工作区域振动加速度上限为 0.286 m/s²,对应的主动隔振系统激励力为 85.8 N,分别取该加速度或激励力的 120%,100%,80%,50%,其余参数同上.由图 10 可见,在大部分频率范围内,改变激励幅值并不影响振动传递率,而在其响应幅值有多个取值(“不稳定”区域)时,激励力或激励位移的增大会增强振动传递率曲线向左倾斜的程度,使系统具有更加明显的非线性特征.

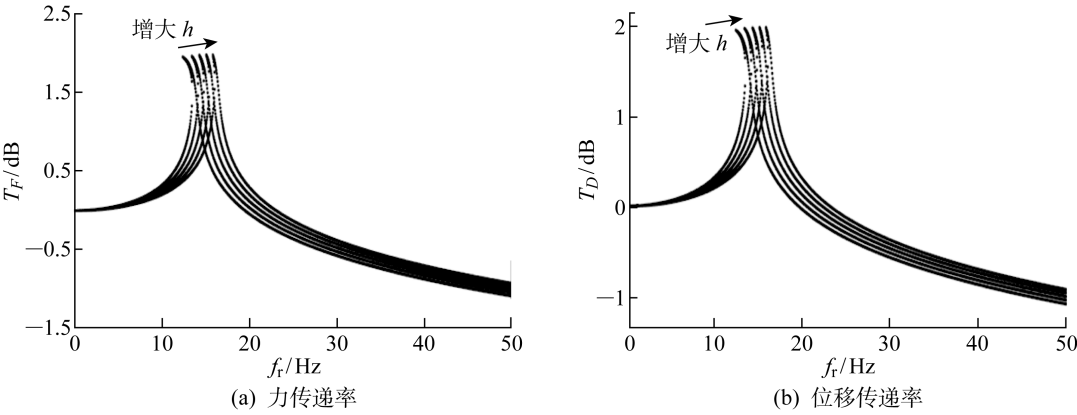


图 9 不同 h 下的振动传递率曲线
Fig. 9 Vibration transmissibility curves of the isolators with different h

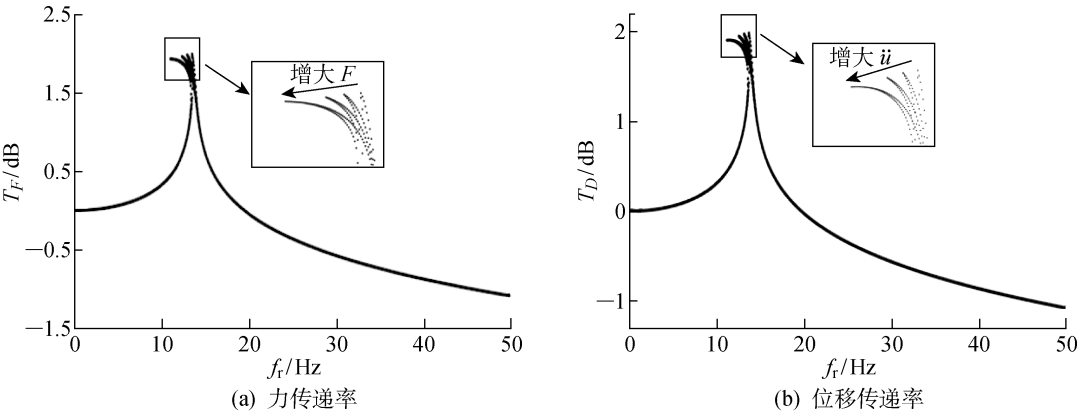


图 10 不同激励幅值下的振动传递率曲线
Fig. 10 Vibration transmissibility curves under different excitation amplitudes

4.3 阻尼系数对振动传递率的影响

选取隔振系统的黏性阻尼比 $\zeta=0.005, 0.010, 0.020, 0.050, 0.080, 0.100$, 其余参数同上, 以分析阻尼系数的影响, 所得不同黏性阻尼比条件下的振动传递率曲线如图 11 所示. 可见: 随着 ζ 值增大, 共

振点的力和位移传递率明显降低, 且存在一条明显向左倾斜的“脊骨线”贯穿曲线族峰值点, 由非线性刚度系数和激励幅值所决定, 而 ζ 对曲线骨架没有影响; 随着 ζ 值变小, 振动传递率曲线逐渐向频率较小的方向倾斜, 系统的不稳定性逐渐增强.

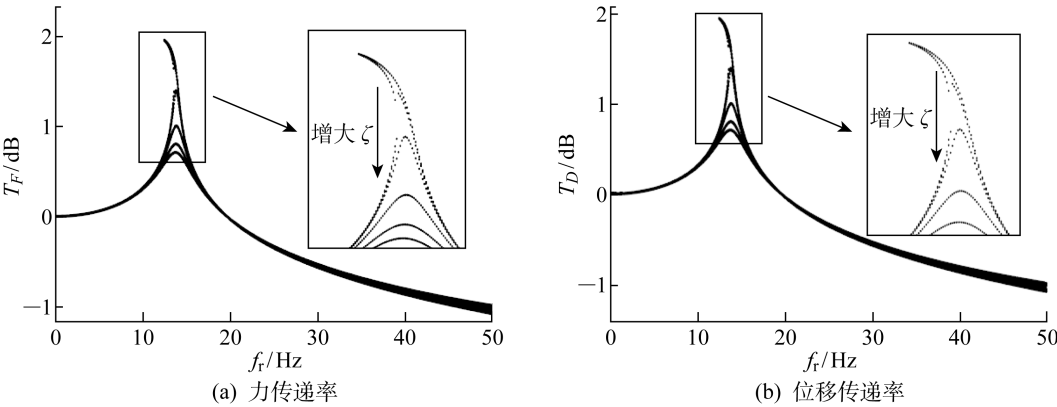


图 11 不同黏性阻尼比下的振动传递率曲线
Fig. 11 Vibration transmissibility curves for different damping coefficients

5 结论

(1) 所设计的余弦形预制双曲梁非线性隔振器的质量轻、承载能力强且设计过程简单。隔振器的刚度呈非线性,表达为位移的3次多项式,采用谐波平衡法计算的隔振系统振动微分方程的解析解与其数值解基本吻合。

(2) 非线性振动系统的响应曲线顶端相对于线性系统的响应曲线顶端向左倾斜,呈现出“渐软”式非线性系统的幅频曲线特征。

(3) 足够大的 h/t 有利于提升隔振器的承载性能,但 h 值过大,将使得系统刚度增加,振动传递率曲线向高频方向迁移,不利于低频隔振。在相同频率比时,阻尼效应对传递率起主导作用。

(4) 在大部分频率范围内,改变激励幅值并不影响振动传递率,而在响应幅值的“不稳定”区域,激励力和激励位移的增大将会强化振动传递率曲线的非线性特征。存在一条明显向左倾斜的“脊骨线”贯穿振动传递率曲线族峰值点,随着黏性阻尼比减小,曲线沿着“脊骨线”逐渐向频率较小的方向倾斜,系统的不稳定性逐渐增强。

参考文献:

- [1] 刘小彬. 船舶柴油发电机组浮筏隔振系统建模及振动特性分析[D]. 大连: 大连海事大学, 2013.
LIU Xiaobin. Modeling and vibration characteristics analysis of floating raft vibration isolation system of marine diesel generator set[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2013.
- [2] 朱海潮, 何琳, 霍睿, 等. 钢丝绳隔振器用于船舶主机隔振[J]. 中国造船, 2003(2): 35-40.
ZHU Haichao, HE Lin, HUO Rui, *et al.* Wire rope isolator used in vibration isolation of marine main propulsion engines[J]. *Shipbuilding of China*, 2003(2): 35-40.
- [3] 束立红, 周炜, 吕志强, 等. 钢丝绳隔振器在大型机械设备的振动冲击隔离设计中的应用[J]. 振动与冲击, 2006, 25(4): 78-81.
SHU Lihong, ZHOU Wei, LÜ Zhiqiang, *et al.* Stainless steel wire-rope isolator used in vibration and impact isolation design for large machine equipment [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, 25(4): 78-81.
- [4] QIU J, LANG J H, SLOCUM A H. A curved-beam bistable mechanism [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2004, 13(2): 137-146.

- [5] QIU J, LANG J H, SLOCUM A H. A centrally-clamped parallel-beam bistable MEMS mechanism [C]// *14th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*. Interlaken, Switzerland: IEEE, 2001: 353-356.
- [6] 鲍文博, 白泉, 陆海燕. 振动力学基础与 MATLAB 应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015.
BAO Wenbo, BAI Quan, LU Haiyan. Foundation of vibration mechanics and application of MATLAB [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2015.
- [7] NAYFEH A H, MOOK D T. Nonlinear oscillations [M]. New York: Wiley, 1979.
- [8] HAYASHI C. Nonlinear oscillations in physical systems[M]. New York: McGraw-Hill, 1964.
- [9] 陈树辉. 强非线性振动系统的定量分析方法[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
CHEN Shuhui. Quantitative analysis methods for strongly nonlinear vibration systems [M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [10] 陈予恕. 非线性振动[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
CHEN Yushu. Nonlinear vibration [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002.
- [11] 彭超, 程林, 王志海, 等. 基于谐波平衡法的非线性低频隔振系统振动特性研究[J]. 电子机械工程, 2015, 31(3): 1-6.
PENG Chao, CHENG Lin, WANG Zhihai, *et al.* Vibration characteristics analysis of nonlinear low-frequency vibration isolation system based on harmonic balance method [J]. *Electro-Mechanical Engineering*, 2015, 31(3): 1-6.
- [12] 刘兴天, 黄修长, 张志谊, 等. 激励幅值及载荷对准零刚度隔振器特性的影响[J]. 机械工程学报, 2013, 49(6): 89-94.
LIU Xingtian, HUANG Xiuchang, ZHANG Zhiyi, *et al.* Influence of excitation amplitude and load on the characteristics of quasi-zero stiffness isolator [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(6): 89-94.
- [13] 国家质量监督检验检疫总局. 机械振动-客船和商船适居性振动测量、报告和评价准则: GB/T 7452-2007 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2002.
State Administration for Quality Supervision and Inspection and Quarantine. Mechanical vibration-guidelines for the measurement, reporting and evaluation of vibration with regard to habitability on passenger and merchant ships: GB/T 7452-2007 [S]. Beijing: China Standards Press.

(本文编辑:何雪)