

文章编号:1006-2467(2019)05-0535-05

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.05.004

# 考虑小应变下刚度衰减特征的软土本构模型

张硕<sup>1</sup>, 叶冠林<sup>1</sup>, 甄亮<sup>2</sup>, 李明广<sup>1</sup>, 陈超斌<sup>1</sup>

(1. 上海交通大学 土木工程系, 上海 200240;

2. 上海公路桥梁(集团)有限公司 顶管事业部, 上海 200135)

**摘要:**针对上海软土统一本构模型不能模拟小应变情况下土体剪切模量的衰减特征问题,结合小应变下经典刚度理论对小应变范围内的上海软土统一本构模型进行改进,以使软土本构模型能够模拟土体在小应变下的刚度变化规律,并将模拟结果与上海浅层软土在小应变下的三轴剪切试验结果进行对比,以验证改进的软土本构模型的合理性。结果表明,改进的软土本构模型能够模拟小应变情况下土体较高的初始切变模量及其非线性衰减特征,并能够较好地表征自然黏土体的结构和超固结特性。

**关键词:**软土;本构模型;小应变;非线性;结构;超固结性

**中图分类号:**P 75      **文献标志码:**A

## Constitutive Model of Soft Soil After Considering Small Strain Stiffness Decay Characteristics

ZHANG Shuo<sup>1</sup>, YE Guanlin<sup>1</sup>, ZHEN liang<sup>2</sup>, LI Mingguang<sup>1</sup>, CHEN Chaobin<sup>1</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Shanghai Road and Bridge (Group) Co., Ltd., Shanghai 200135, China)

**Abstract:** Although the Shanghai soil unified model can describe the influence of soil structure and over consolidation, it cannot simulate the highly nonlinear modulus in small strain range. In this paper, combined with the classical theory of small strain stiffness, a small strain constitutive model based on Shanghai soil unified model is developed. The small strain constitutive model can describe the change rule of soil stiffness in the small strain range. The capability of the model is checked by the triaxial compression test results on Shanghai shallow soil. The results show that small strain constitutive model can describe that soil stiffness in the small strain range has initial high modulus and the non-linear attenuation characteristics, and the influence of structure and over consolidation on soil can also be reproduced well by the model.

**Key words:** soft soil; constitutive model; small strain; nonlinearity; structure; over consolidation

近年来,随着城市地下空间的开发和利用,对地下建筑工程施工过程中周边土体变形的要求越来越

高,其应变的控制范围( $0.01\% \sim 0.10\%$ )很小,而采用土体在小应变情况下的刚度特征能够准确分析土

收稿日期:2018-05-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41727802)

作者简介:张硕(1990-),男,河南省南阳市人,博士生,主要从事岩土本构关系及地下结构工程分析。

通信作者:叶冠林,男,教授,博士生导师,电话(Tel.):021-34204833;E-mail: ygl@sjtu.edu.cn.

与地下结构的相互作用<sup>[1-2]</sup>。随着高精度局部测量设备的出现,许多学者发现,在小应变情况下土体具有较高的初始切变模量和非线性衰减特征,从而解释了传统的三轴剪切试验设备所测土体刚度与现场实测刚度明显不同的原因。

国内外学者对考虑小应变刚度衰减特征的土体本构模型进行了研究。例如:Taylor 等<sup>[3]</sup>提出的三面模型引入了一个历史界面,以使小应变下的刚度折减更接近于光滑情况下的刚度折减;Simpson<sup>[4]</sup>提出了块串模型,即通过一个人拉着一串块体的形式来描述前期应力变化对土体小应变特性的影响。但是,这些模型的参数较多,且有些参数没有明确的物理意义,因此,在工程中实际运用的难度较大。Benz<sup>[5]</sup>提出的 HSS 模型是在 Hardin-Soil-Model 模型的基础上引入割线模型随应变历史标量折减的修正模型,其实用性强、参数的物理意义明确,但定义加载曲线的参数只有 2 个,无法描述土体结构、超固结性及各向异性等特性。

本文在文献[6]提出的上海软土统一本构模型的基础上,改进了小应变范围内的切变模量公式,并将改进的软土本构模型的计算结果与上海浅层软土的实测结果进行对比,以验证改进的软土本构模型的合理性。

## 1 上海软土统一本构模型

上海软土统一本构模型<sup>[6]</sup>考虑了三维应力状态、超固结比、结构及应力诱导各向异性对土体力学特性的影响。上海软土统一本构模型是基于上、下负荷面的概念建立的,下负荷面、正常屈服面和上负荷面如图 1 所示<sup>[6]</sup>。其中: $\sigma$  为有效主应力; $\tau$  为切应力;点 $(\sigma, \tau)$ 、 $(\bar{\sigma}, \bar{\tau})$ 、 $(\bar{\sigma}, \bar{\tau})$  分别表示现在的应力状态、相应的正常固结土的应力状态和自然土的应力

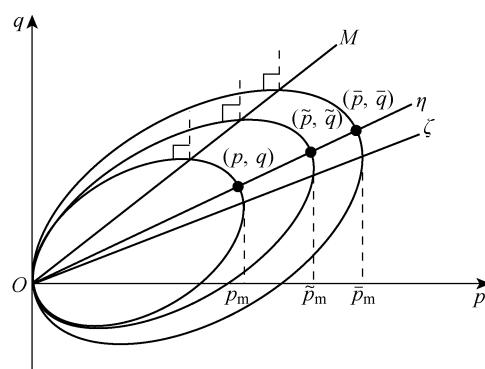


图 1  $pOq$  面上的下负荷面、正常屈服面和上负荷面

Fig. 1 Normal yielding surface, subloading surface and superloading surface in  $pOq$  space

状态; $\eta$  为切应力比; $\zeta$  为各项异性参数; $M$  为临界状态比。将正常屈服面与上负荷面的比值定义为  $R^*$ , 下负荷面与上负荷面的比值定义为  $R$ , 即

$$R^* = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma} = \frac{\bar{\tau}}{\tau}, \quad 0 < R^* \leqslant 1 \quad (1)$$

$$R = \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{\tau}{\bar{\tau}}, \quad 0 < R \leqslant 1 \quad (2)$$

下负荷面是经过现有应力点并与正常屈服面几何相似的面,其屈服面方程为

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} + \ln \frac{M^2 - \zeta^2 + \eta^{*2}}{M^2 - \zeta^2} + \ln R^* - \ln R - \frac{\varepsilon_v^p}{C_p} = 0 \quad (3)$$

式中: $\sigma_0$  为参考有效主应力; $\varepsilon_v^p$  为塑性体应变; $\eta^*$  为应力与各项异性参数的差值; $C_p$  为系数,由压缩系数  $\lambda$ 、回弹系数  $\kappa$  及初始孔隙比  $e_0$  确定,即

$$C_p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0}$$

统一本构模型采用联合流动法则建立,塑性体应变为

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

式中: $\Lambda$  为塑性因子,由下负荷面的协调方程确定; $\sigma_{ij}$  为应力分量; $f$  为应力函数,

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \beta_{ij}} d\beta_{ij} + \frac{dR^*}{R^*} - \frac{dR}{R} - \frac{d\varepsilon_v^p}{C_p} = 0$$

$\beta_{ij}$  为各向异性分量。

统一本构模型<sup>[6]</sup>中改进了 Cyclic Mobility 模型的超固结状态发展函数,使其与整个塑性应变有关,从而更加适应修正后的黏土结构状态发展函数,即

$$d\dot{R}^* = \frac{aM}{C_p} R^* (1 - R^*) \sqrt{\frac{2}{3}} \|d\varepsilon_{ij}^p\| \quad (5)$$

$$0 < R^* \leqslant 1$$

超固结状态参数  $R$  的发展式为

$$dR = -\frac{m_R M}{C_p} \frac{(\sigma/\sigma_0)^2}{(\sigma/\sigma_0)^2 + 1} \|d\varepsilon_{ij}^p\| \ln R \quad (6)$$

式中: $a$  为结构性控制参数; $m_R$  为超固结消散控制参数。

## 2 小应变下切变模量公式的修正

Hardin<sup>[7]</sup>提出的切变模量关系式常用于表征小应变范围内的切变模量衰减特性,其表达式为

$$G = \frac{G_0}{(1 + \gamma/\gamma_{ref})^2} \quad (7)$$

式中: $G_0$  为初始切变模量; $\gamma$  为切应变; $\gamma_{ref}$  为对应的

切应变的阈值。

Santos 等<sup>[8]</sup>采用在小应变下初始切变模量降至其初始值的 70%时的切应变  $\gamma_{0.7}$  替换  $\gamma_{ref}$ , 所得小应变范围内切变模量衰减特性的表达式为

$$G = \frac{G_0}{(1 + a\gamma/\gamma_{0.7})^2} \quad (8)$$

式中:  $a = 3/7$ .

本文采用 Santos 等<sup>[8]</sup>提出的切变模量关系式来表征小应变范围内的切变模量衰减特性, 即

$$G = \begin{cases} \frac{G_0}{(1 + a\gamma/\gamma_{0.7})^2}, & \gamma < \gamma_c \\ \frac{E}{2(1 + \nu)}, & \gamma \geq \gamma_c \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\gamma_c$  为参考切应变;  $E$  为弹性模量;  $\nu$  为泊松比。当切应变  $\gamma < \gamma_c$  时, 考虑小应变范围内切变模量的衰减特性; 而当  $\gamma \geq \gamma_c$  时, 塑性应变开始变得更为重要, 材料的切变模量随着塑性应变的产生而继续折减, 此时, 不再考虑小应变下切变模量的折减, 而采用传统弹塑性模型的切变模量表达式。

因为初始切变模量  $G_0$  由弯曲元试验确定, 为方便应用, 本文假设参考切应变  $\gamma_c = 0.1\%$ , 并将  $\gamma = \gamma_c = 0.1\%$  代入下式:

$$\frac{G_0}{(1 + 0.001a/\gamma_{0.7})^2} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (10)$$

式中:

$$E = \frac{(1 - 2\nu)(1 + e_0)}{\kappa} \sigma$$

### 3 改进的本构模型参数及确定方法

改进的软土本构模型采用 9 个材料参数和 3 个初始状态。其中, 压缩系数  $\lambda$ 、回弹系数  $\kappa$ 、临界状态比  $M$  以及初始孔隙比  $e_0$  由正常固结重塑土的室内试验和三轴剪切试验获得。泊松比  $\nu$  根据经验选取,  $\nu$  的取值范围为 0.35~0.40。由于黏土在单向剪切过程中产生的应力诱导各向异性非常小, 对应力-应变关系的影响可以忽略, 而且本文不考虑各向异性, 故将初始各项异性参数  $\zeta_0$  和各向异性发展控制参数  $b_r$  均设为 0。

结构性控制参数  $a$  和超固结消散控制参数  $m_R$  的取值根据文献[6]中推荐的方法由固结试验曲线拟合得到, 参数  $a$  影响固结试验曲线后半段的斜率, 参数  $m_R$  影响固结试验曲线拐点的曲率。对于黏土,  $a$  值取 0~1,  $m_R$  值取 1~10,  $\gamma_{0.7}$  可由小应变下的三轴剪切试验或经验公式得到。

原状土的结构性初始状态参数  $R_0^*$  值取灵敏度的倒数, 且以原位十字剪切试验所获灵敏度的倒数

为最佳值, 其次为无侧限单轴抗压剪切试验所获灵敏度的倒数。土的超固结初始状态参数  $R_0$  值取为超固结比的倒数, 等于先期固结压力与当前压力的比值, 先期固结压力由常规固结试验确定。

### 4 改进软土本构模型的验证

为了验证改进的上海软土统一本构模型的有效性, 本文将上海浅层软土在小应变下的三轴剪切试验结果与改进软土本构模型的计算结果进行对比。为了取得高品质的原状土样, 本文采用块状取土法在上海市中西医结合医院施工现场取样。试验仪器采用陈超斌等<sup>[9]</sup>改造的三轴仪, 即在传统的三轴仪基础上安装局部位移传感器(LVDT), 以分析在小应变为 0.01%~0.10% 时土体的刚度衰减规律。

模型计算所用材料的性能参数见表 1, 初始状态参数见表 2。三轴剪切试验中土体的切变模量  $G$  与切应变  $\gamma$  的关系为

$$G = \frac{\Delta\tau}{\Delta\gamma} \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{2}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (12)$$

式中:  $\Delta\tau$  为切应力增量;  $\Delta\gamma$  为切应变增量;  $\epsilon_1$  为轴向应变;  $\epsilon_2$  为径向应变。

表 1 上海软土层的材料性能参数

Tab. 1 Material parameters of Shanghai soil

土深度/m	$e$	$M$	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$a$	$m_R$	$\gamma_{0.7}$
13	0.86	1.10	0.155	0.020	0.35	5	0.2	4.0
39	0.66	1.15	0.070	0.013	0.35	2	1.5	3.5

表 2 上海软土层的初始状态参数

Tab. 2 Initial state parameters of Shanghai soil

土深度/m	$R_0^*$	$R_0$
13	0.2	1.2
39	1.0	2.5

图 2 所示为三轴剪切试验所得小应变下土体的切变模量  $G$  及切应力  $\tau$  与切应变  $\gamma$  的关系。可见, 土体切变模量的衰减速率较小。当  $\gamma = 0.005\%$  时, 随着应变的不断增加, 切变模量迅速衰减; 当  $\gamma = 0.100\%$  后, 切变模量的衰减速率趋缓, 修正的上海软土统一本构模型能够很好地描述这种特性。图 3 所示为三轴剪切试验所得大应变下土体的切应力及孔压  $p_u$  与切应变的关系。可见, 修正的上海软土统一本构模型与原统一本构模型描述大应变下土体切应力及孔压与切应变关系的差别不大, 与图 3 的试

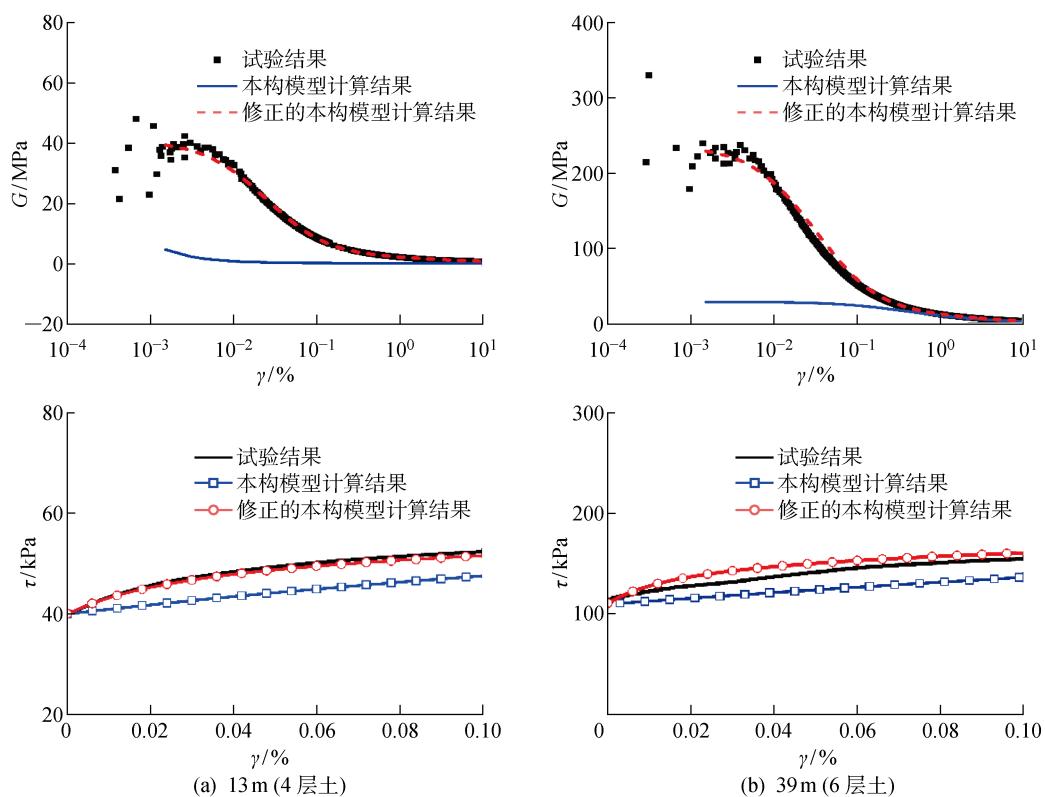


图 2 小应变下三轴剪切试验所得土体切变模量及切应力与切应变的关系

Fig. 2 Relationship between shear modulus and deviator stress with shear strain in triaxial compression test (small strain)

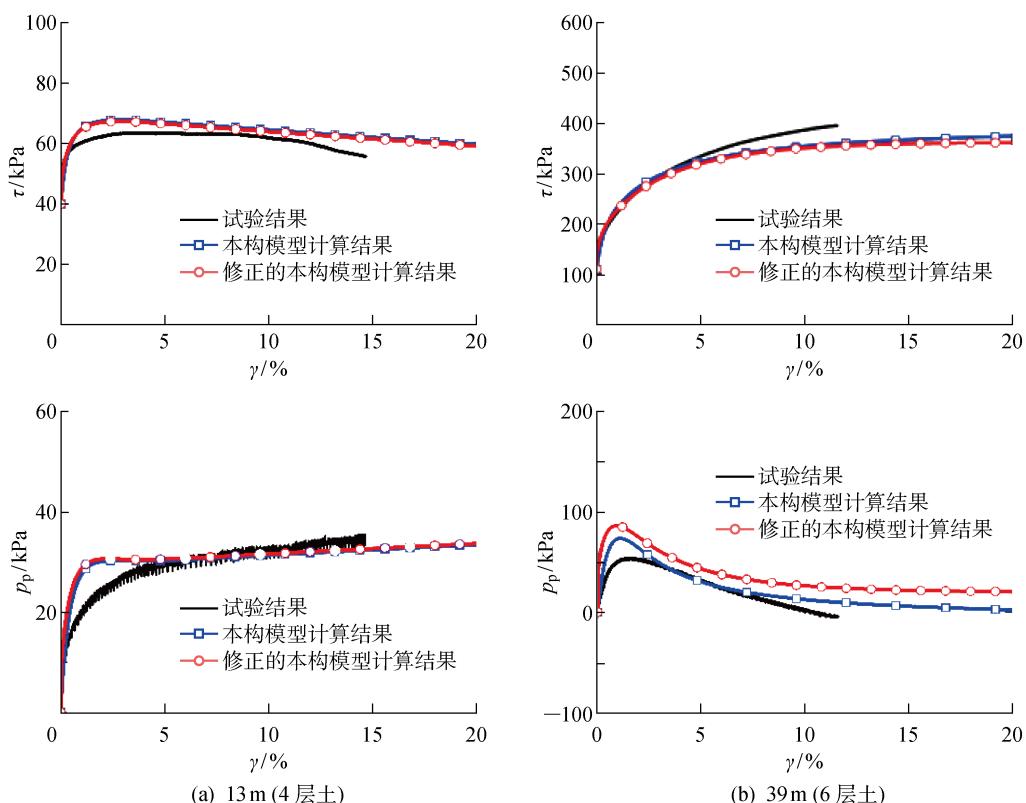


图 3 大应变下三轴剪切试验所得土体的切应力及孔压与切应变的关系

Fig. 3 Relationship between shear modulus and deviator stress with shear strain in triaxial compression test (large strain)

验结果相比,修正的上海软土统一本构模型仍能够较好地再现自然黏土的结构和超固结特性。

## 5 结语

针对小应变情况下上海软土统一本构模型中的切变模量进行改进,以使软土本构模型能描述小应变情况下土体较高的初始切变模量和非线性衰减特征,并通过与上海浅层软土在小应变下的三轴剪切试验结果进行对比,验证了改进的软土本构模型的合理性。结果表明:当切应变小于0.005%时,切变模量的衰减速率较小;当切应变达到0.005%时,随着应变的不断增加,切变模量迅速衰减;当切应变达到0.100%后,切变模量的衰减速率趋缓。通过与上海浅层软土的三轴剪切试验结果进行对比发现,改进的软土本构模型能够描述小应变情况下土体较高的初始切变模量和非线性衰减特征,并能够表征自然黏土体的结构和超固结特性。

## 参考文献:

- [1] 徐明,邹文浩,章龙管.房屋刚度对隧道开挖引起的土体变形的影响[J].*岩石力学与工程学报*,2014,33(4):838-848.  
XU Ming, ZOU Wenhao, ZHANG Longguan. The influence of building stiffness on soil deformation induced by tunneling [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(4): 838-848.
- [2] 邹文浩,徐明.考虑土体小应变刚度特征时隔断结构保护效果的三维数值分析[J].*岩土工程学报*,2013,35(S1):203-209.  
ZOU Wenhao, XU Ming. 3D numerical analysis of the mitigation effect of separation pile and diaphragm wall with the consideration of soil small strain stiffness[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(S1): 203-209.
- [3] TAYLOR R N, STALLEBRASS S E. Development and evaluation of a constitutive model for the prediction of ground movements in overconsolidated soils [J]. *Géotechnique*, 1997, 47(2): 235-253.
- [4] SIMPSON B. Retaining structures: Displacement and design[J]. *Géotechnique*, 1992, 42(4): 541-576.
- [5] BENZ T. Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences [D]. Stuttgart, Germany: University Stuttgart, 2007.
- [6] YE G L, YE B. Investigation of the overconsolidation and structural behavior of Shanghai clays by element testing and constitutive modeling [J]. *Underground Space*, 2016, 1(1): 62-77.
- [7] HARDIN B O. The nature of stress-strain behavior of soils [C]// *Proceedings of the ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference*. Pasadena, CA: ASCE, 1978: 3-90.
- [8] SANTOS J A, CORREIA A G. Reference threshold shear strain of soil its application to obtain a unique strain-dependent shear modulus curve for soil [C]// *15th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. Istanbul, Turkey: ASCE, 2001: 267-270.
- [9] 陈超斌,武朝军,叶冠林,等.小应变三轴试验方法及其在上海软土的初步应用[J].*岩土工程学报*,2015,37(S2):37-40.  
CHEN Chaobin, WU Chaojun, YE Guanlin, et al. Small-strain triaxial test method and its preliminary application in Shanghai soft clay [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, 37(S2): 37-40.

(本文编辑:何雪)