

文章编号: 1006-2467(2019)02-0179-09

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.02.008

基于半解析砰击模型的弹性楔形体入水冲击分析

于鹏垚, 赵 勇, 王天霖, 甄春博, 苏绍娟

(大连海事大学 船舶与海洋工程学院, 辽宁 大连 116026)

摘 要: 基于半解析砰击模型, 建立了弹性楔形体入水冲击响应的流固耦合分析方法. 通过对比不同网格密度、时间步长和模态数目下的计算结果, 表明该方法具有较好的收敛性. 通过与商业软件和文献结果对比, 验证了该方法的正确性. 与基于 Wagner 模型的水弹性分析方法相比, 该方法合理地实现了流动分离前后楔形体结构响应的预报. 利用该方法对比分析不同冲击速度下耦合响应和解耦响应, 进一步揭示了流固耦合作用的重要性.

关键词: 入水冲击; 半解析砰击模型; 流固耦合; 水弹性

中图分类号: U 661

文献标志码: A

Water Entry of an Elastic Wedge Based on a Semi-Analytical Slamming Model

YU Pengyao, ZHAO Yong, WANG Tianlin, ZHEN Chunbo, SU Shaojuan

(Transportation Equipment and Ocean Engineering College, Dalian Maritime University,
Dalian 116026, Liaoning, China)

Abstract: A fluid-structure coupled method for the dynamic response of the elastic wedge during the water entry is established based on a semi-analytical slamming model. By comparing the calculation results with different mesh densities, time steps and mode numbers, it is shown that the proposed method has better convergence. The correctness of the method is verified by comparing it with the results of commercial software and literature. Compared with the hydroelastic analysis method based on the Wagner model, this method can reasonably predict the structural response before and after flow separation. The structural responses by the coupling method and decoupling method under different impact velocities are compared and analyzed, and the importance of fluid-structure interaction is further revealed.

Key words: water entry; semi-analytical slamming model; fluid-structure interaction; hydroelasticity

船舶砰击载荷与结构响应在船舶与海洋工程领域具有重要的研究意义. 高频的砰击载荷可能会引起结构的塑性变形和疲劳损伤, 而且伴随着轻质复合材料的应用, 冲击过程中的结构变形与流场间的

耦合作用也愈发突出. V 形剖面是高速船舶的典型剖面形式, 因此, 在砰击问题研究中, 楔形体入水冲击模型被广泛地采用.

Faltinsen^[1]结合正交板理论和 Wagner 解析砰

收稿日期: 2017-07-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51679021, 51709030), 中央高校基本科研业务费(3132018201), 国家重点研发计划重点专项(2016YFC0301500), 辽宁省自然科学基金指导计划(20170520436)

作者简介: 于鹏垚(1988-), 男, 吉林省四平人, 副教授, 现主要从事船舶与海洋工程非线性水动力研究.

通信作者: 王天霖, 男, 教授, 电话(Tel.): 0411-84729611; E-mail: wangtianlin@dlmu.edu.cn.

击模型^[2]分析了双体船湿甲板的砰击响应,其中,冲击速度考虑了湿甲板弹性变形的影响. Khabakhpasheva 等^[3]基于 Wagner 理论和梁理论求解二维楔形体的入水冲击响应,并给出 3 种近似求解方法,讨论了不同耦合程度下各方法的求解精度. 采用不同的结构响应求解方法, Shams 等^[4]和 Datta 等^[5]也利用解析 Wagner 砰击理论分析了楔形体的入水冲击响应. 陈震等^[6]利用 Dytran 软件对二维楔形体的入水砰击问题进行仿真分析. Stenius 等^[7]利用 LS-DYNA 软件分析了二维弹性楔形体入水冲击的流固耦合机理,曹正林等^[8]也采用类似方法进行三体船砰击载荷的分析. Piro 等^[9]采用 CFD 软件 Openfoam 求解流场,采用模态叠加法求解结构响应,进而分析了二维弹性楔形体入水和出水过程的振动响应. 莫立新等^[10]开展了不同刚度楔形体的入水砰击试验. 王文华等^[11]采用一种新型的 CFD 方法分析了各状态参数对弹性楔形体入水性能的影响.

按照流场的求解方法不同,弹性楔形体入水冲击的流固耦合分析方法可分为基于解析砰击模型的分析方法和基于计算流体力学的分析方法,与基于计算流体力学的分析方法相比,基于解析砰击模型的分析方法计算效率更高^[12]. 现有的基于解析砰击模型的分析方法普遍是基于 Wagner 模型进行流场求解, Wagner 模型仅考虑了砰击压力的一阶线性项,而且未考虑流动分离后的水动力. 本文基于半解析砰击模型^[13-15](引入虚拟物面的 Modified Logvinovich Model^[12], MLM)建立弹性楔形体入水冲击响应的流固耦合分析方法,其中,流场的求解是在 MLM 的基础上实现的,结构响应采用模态叠加法来计算,并计入结构弹性振动对冲击速度的影响来实现耦合作用的分析. 与基于 Wagner 模型的水弹性分析方法相比,该方法不仅计及砰击压力的二阶项,而且能够实现流动分离后楔形体动力响应的分析.

1 半解析砰击模型

如图 1 所示,初始时刻 $t = 0$, 流体静止, OX 轴与初始静水面重合,楔形体为对称剖面,其与静水面的交点位于 XOZ 平面的原点 O 处. $O'\xi$ 轴沿着楔形体的斜边方向,初始时刻, O' 与原点 O 重合. \mathbf{n} 为楔形体斜边的法向方向,远离流体的方向为正. $c(t)$ 为水平方向的浸湿半宽, $s(t)$ 为沿着斜边的浸湿长度. 假定流体为不可压缩的理想流体且忽略重力的影响,利用伯努利方程并考虑速度势空间导数对应的二阶项,可得流场内任意一点的压力

$$p(x, y, t) = -\rho \left(\varphi_t + \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 \right) \quad (1)$$

式中: ρ 为流体的密度; $\varphi(x, y, t)$ 为流场内的速度势; φ_t 为速度势的时间导数.

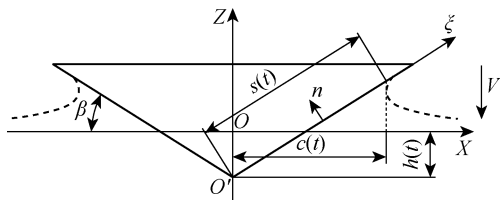


图 1 入水砰击的坐标系与参数

Fig. 1 Coordinates and parameters of water entry

在砰击剖面为钝形剖面的前提下, Korobkin^[12]采用渐近分析方法详细地推导了 MLM 砰击模型,得到匀速入水时,楔形剖面表面压力沿 OX 轴水平方向的分布为

$$P(x, t) = \frac{1}{2} \rho V^2 \times \left(\frac{2\dot{c}}{V} \frac{c}{\sqrt{c^2 - x^2}} - \cos^2 \beta \frac{c^2}{c^2 - x^2} - \sin^2 \beta \right) \quad (2)$$

式中: V 为剖面匀速入水的速度; β 为楔形剖面的斜升角.

$c(t)$ 可由下式的 Wagner 条件进行求解:

$$\int_0^{\pi/2} f(c(t) \sin \theta) d\theta = \frac{\pi}{2} h(t) \quad (3)$$

对于斜升角为 β 的楔形剖面, 则有

$$c(t) = \frac{\pi h(t)}{2 \tan \beta} \quad (4)$$

式(2)中, $\frac{1}{2} \rho V^2 \frac{2\dot{c}}{V} \frac{c}{\sqrt{c^2 - x^2}}$ 为伯努利方程中一阶线性项对应的压力成分, 也就是 Wagner 模型中确定的砰击压力; $\frac{1}{2} \rho V^2 \left[-\cos^2 \beta \frac{c^2}{c^2 - x^2} - \sin^2 \beta \right]$ 为伯努利方程中的二阶修正项, 对应速度势的空间导数项. 由于 $-\cos^2 \beta \frac{c^2}{c^2 - x^2}$ 的影响, 当 $x \rightarrow c(t)$ 时, 相应位置的压力趋近于负无穷. Korobkin^[12]指出在砰击力计算时可以忽略不合理的负压区域, 仅在 $P(x, t) > 0$ 的范围内做压力积分. 由 Zhao 等^[16]全非线性分析方法给出的刚性楔形体入水冲击压力分布可以看出, 楔形体表面不应存在负压, 而且应在剖面的浸湿范围内应均存在正压力. 为避免不合理的负压, 本文将浸湿范围内的正压区域映射到整个浸湿范围上. 假定当 $x = a(t)$ 时, $P(x, t)$ 恰好为 0, 则在 $-a(t) < x < a(t)$ 区间内, 楔形剖面表面的压力为正值.

定义 $\tau = a(t)/c(t)$, $\tau = \sqrt{1 - X^2}$, 将其代入方程 $P(a(t), t) = 0$, 可以求解

$$X = \frac{\sin(2\beta)}{\pi(1 + \sqrt{1 - 4\pi^{-2}\sin^4\beta})} \quad (5)$$

当 β 已知时, τ 即为一个定值. 此时利用 τ 将 $-a(t) < x < a(t)$ 区间内的压力值映射到 $-c(t) < x < c(t)$ 上, 则在楔形体浸湿表面上, 修正的压力分布为

$$P(x, t) = \frac{1}{2}\rho V^2 \left[\frac{2\dot{c}}{V} \frac{c}{\sqrt{c^2 - (\tau x)^2}} - \cos^2\beta \frac{c^2}{c^2 - (\tau x)^2} - \sin^2\beta \right] \quad (6)$$

可见, 当 $x = c(t)$ 时, $P(x, t) = 0$, 避免了不合理的负压.

当楔形剖面为有限宽度时, 冲击过程中水流会沿着楔形体的表面发生分离. 对于流动分离后的砰击载荷, 可以采用引入虚拟物面的方法进行分析^[13-15]. 如图2所示, 在流动分离边界处, 引入斜升角为 α 的虚拟物面, 假设在流动分离发生后, 液面沿虚拟物面上升, 对应斜边长度为 L 的楔形剖面, 其剖面形状表达式为

$$f(x) = \begin{cases} x \tan \beta, & 0 \leq x \leq L \cos \beta \\ L \sin \beta + (x - L \cos \beta) \tan \alpha, & x \geq L \cos \beta \end{cases} \quad (7)$$

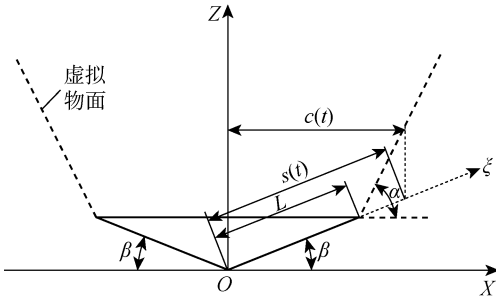


图2 流动分离后的参数

Fig. 2 Parameters after flow separation

欲求流动分离后的楔形剖面表面的压力, 需要求解流动分离后, 各个时间步上的 $c(t)$ 和 $\dot{c}(t)$, 对式(3)的 Wagner 条件两边同时求导, 可得

$$\int_0^{\pi/2} f_x(c(t) \sin \theta) \dot{c}(t) \sin \theta d\theta = \frac{\pi}{2} V \quad (8)$$

$$f_x(x) = \begin{cases} \tan \beta, & 0 \leq x \leq L \cos \beta \\ \tan \alpha, & x \geq L \cos \beta \end{cases}$$

当发生流动分离后, 引入 θ_s , 假定当 $\theta = \theta_s$ 时, 有 $c(t) \sin \theta_s = L \cos \beta$, 那么

$$\dot{c}(t) \left(\tan \beta \int_0^{\theta_s} \sin \theta d\theta + \tan \alpha \int_{\theta_s}^{\pi/2} \sin \theta d\theta \right) = \frac{\pi}{2} V$$

$$\dot{c}(t) = \frac{\pi V}{2 \tan \beta (1 - \cos \theta_s) + 2 \tan \alpha \cos \theta_s} \quad (9)$$

在确定 $\dot{c}(t)$ 后, 便可积分求得 $c(t)$, 进而确定流动分离后, 浸湿表面沿水平方向的压力分布

$$P(x, t) = \frac{1}{2} \rho V^2 \left[\frac{2\dot{c}(t)}{V} \frac{c}{\sqrt{c^2 - (\tau x)^2}} - \cos^2\beta \frac{c^2}{c^2 - (\tau x)^2} - \sin^2\beta \right] \quad (10)$$

可以看出, 对于流动分离前后, 楔形剖面表面的砰击压力表达式在形式上一致的, 只是分离前后 $\dot{c}(t)$ 计算表达式不同.

为便于计算广义力, 利用 $c(t) = s(t) \cos \beta$, $x = \xi \cos \beta$, 可得砰击压力沿 $O'\xi$ 轴的分布

$$P(\xi, t) = \frac{1}{2} \rho V^2 \left[\frac{2\dot{s}(t) \cos \beta}{V} \frac{s}{\sqrt{s^2 - (\tau \xi)^2}} - \cos^2\beta \frac{s^2}{s^2 - (\tau \xi)^2} - \sin^2\beta \right] \quad (11)$$

相应的楔形体斜边浸湿速度为

$$\dot{s}(t) = \begin{cases} \frac{\pi V}{2 \sin \beta}, & \text{未发生流动分离} \\ \frac{\pi V}{2 \sin \beta (1 - \cos \theta_s) + 2 \cos \beta \tan \alpha \cos \theta_s}, & \text{发生流动分离} \end{cases} \quad (12)$$

2 弹性体周围的压力场与广义力

在弹性结构的入水冲击过程中, 结构的自身振动会与流场间产生耦合作用, 文献[1, 7]中的处理方法, 是利用楔形体浸湿范围内的平均振动速度来修正刚性楔形体法向 \mathbf{n} 方向的冲击速度, 进而得到计及结构弹性效应的压力分布

$$P(\xi, t) = -\rho \ddot{\bar{w}}(s(t)) \sqrt{s^2(t) - \xi^2} - \rho(-V \cos \beta + \dot{\bar{w}}(s(t))) \times \frac{s(t)}{\sqrt{s^2(t) - (\tau \xi)^2}} \dot{s}(t) - \frac{1}{2} \rho (V \cos \beta - \dot{\bar{w}}(s(t)))^2 \times \left[\frac{s^2(t)}{s^2(t) - (\tau \xi)^2} - \tan^2 \beta \right] \quad (13)$$

式中: $\ddot{\bar{w}}(s(t))$ 为楔形体浸湿表面在法向 \mathbf{n} 方向的平均振动加速度; $\dot{\bar{w}}(s(t))$ 为楔形体浸湿表面在法向 \mathbf{n} 方向的平均振动速度.

可以看出, 式(13)由3项组成, 第1项为楔形体振动加速度对流场压力的影响, 此项参考 Wagner 模型中的振动加速度项对应的压力场给出^[1]; 第2

和 3 项为考虑弹性振动速度 $\bar{w}(s(t))$ 影响的压力分布, 其中 $V \cos \beta - \bar{w}(s(t))$ 代表在刚性楔形体入水速度 V 在 \mathbf{n} 方向速度量 $V \cos \beta$ 上考虑弹性振动的影响, 即用 $V \cos \beta - \bar{w}(s(t))$ 替换式(11)中的 $V \cos \beta$.

同样, 考虑弹性振动对冲击速度的影响, 可得楔形体斜边浸湿速度

$$\dot{s}(t) = \begin{cases} \frac{\pi(V \cos \beta - \bar{w}(s(t)))}{\sin 2\beta}, & \text{流动分离前} \\ \frac{\pi(V \cos \beta - \bar{w}(s(t)))}{\sin 2\beta(1 - \cos \theta_s) + 2\cos^2 \beta \tan \alpha \cos \theta_s}, & \text{流动分离后} \end{cases} \quad (14)$$

为便于后续推导, 将弹性楔形体周围的压力场分解为刚体冲击对应的压力项 $P_r(\xi, t)$ 和弹性效应对应的压力项 $P_e(\xi, t)$, 即 $P(\xi, t) = P_r(\xi, t) + P_e(\xi, t)$, 则有

$$\begin{aligned} P_r(\xi, t) &= \rho V \cos \beta \frac{s(t)}{\sqrt{s^2(t) - \xi^2}} \dot{s}(t) - \\ &\quad \frac{1}{2} \rho (V \cos \beta)^2 \left[\frac{s^2(t)}{s^2(t) - (\tau \xi)^2} - \tan^2 \beta \right] \quad (15) \\ P_e(\xi, t) &= -\rho \bar{w}(s(t)) \sqrt{s^2(t) - \xi^2} - \\ &\quad \rho \bar{w}(s(t)) \frac{s(t)}{\sqrt{s^2(t) - \xi^2}} \dot{s}(t) + \\ &\quad \left(\rho V \cos \beta \bar{w}(s(t)) - \frac{1}{2} \rho \bar{w}^2(s(t)) \right) \times \\ &\quad \left[\frac{s^2(t)}{s^2(t) - (\tau \xi)^2} - \tan^2 \beta \right] \quad (16) \end{aligned}$$

本文采用模态叠加法计算楔形体入水冲击过程中的结构响应, 需给出各阶模态对应的广义力. 若第 i 阶振动模态下, 沿着斜边法向方向的位移振型为 $\phi_i(\xi)$, 则在斜边浸湿长度为 $s(t)$ 时, 对应的广义冲击力为

$$f_i(s(t)) = \int_0^{s(t)} P(\xi, t) \phi_i(\xi) d\xi \quad (17)$$

令 $f_i(s(t)) = f_{\text{exc}, i}(s(t)) + f_{\text{ela}, i}(s(t))$, 则有

$$f_{\text{exc}, i}(s(t)) = \int_0^{s(t)} P_r(\xi, t) \phi_i(\xi) d\xi \quad (18)$$

$$f_{\text{ela}, i}(s(t)) = \int_0^{s(t)} P_e(\xi, t) \phi_i(\xi) d\xi \quad (19)$$

式中: $f_{\text{exc}, i}(s(t))$ 为楔形体剖面的广义激励力, 其仅与剖面的振型和刚性剖面所受的砰击压力有关, 而与剖面的弹性振动无关; $f_{\text{ela}, i}(s(t))$ 为弹性效应引起的广义水动力.

若楔形体 j 阶振动模态对应的主坐标为 $p_j(t)$, 可得湿表面上的瞬时平均振动位移、瞬时平均振动速度和瞬时平均振动加速度的表达式

$$\left. \begin{aligned} \bar{w}(s(t)) &= \sum_{j=1}^m \bar{\psi}_j(s(t)) p_j(t) \\ \dot{\bar{w}}(s(t)) &= \sum_{j=1}^m \bar{\psi}_j(s(t)) \dot{p}_j(t) \\ \ddot{\bar{w}}(s(t)) &= \sum_{j=1}^m \bar{\psi}_j(s(t)) \ddot{p}_j(t) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: $s(t)$ 为浸湿的楔形体斜边长度; m 为计及的弹性模态的数目; $\dot{p}_j(t)$ 为 j 阶振动模态主坐标对时间的一阶导数; $\ddot{p}_j(t)$ 为 j 阶振动模态主坐标对时间的二阶导数; $\bar{\psi}_j(s(t))$ 为 j 阶振动模态下, 在斜边浸湿长度为 $s(t)$ 时的法向方向上的平均振动位移, 其表达式为

$$\bar{\psi}_j(s(t)) = \int_0^{s(t)} \frac{\psi_j(\xi)}{s(t)} d\xi \quad (21)$$

将式(16)和(20)代入式(19), 弹性效应引起的广义力可以进一步表达为

$$\begin{aligned} f_{\text{ela}, i}(s(t)) &= - \sum_{j=1}^m A_{ij}(s(t)) \ddot{p}_j(t) - \\ &\quad \sum_{j=1}^m B_{ij}(s(t)) \dot{p}_j(t) + \\ &\quad \sum_{j=1}^m D_{ij}(s(t)) \dot{p}_j^2(t) \quad (22) \end{aligned}$$

式中: $A_{ij}(s(t))$ 为楔形体的广义流体附加质量; $B_{ij}(s(t))$ 为振动速度线性项对应的广义流体附加阻尼; $D_{ij}(s(t))$ 为振动速度平方项对应的广义流体附加阻尼. 其表达式应为

$$A_{ij}(s(t)) = \int_0^{s(t)} \rho \bar{\psi}_j(s(t)) \sqrt{(s(t))^2 - \xi^2} \times \phi_i(\xi) d\xi \quad (23)$$

$$\begin{aligned} B_{ij}(s(t)) &= \int_0^{s(t)} \rho \bar{\psi}_j(s(t)) \frac{s(t)}{\sqrt{(s(t))^2 - \xi^2}} \times \\ &\quad \dot{s}(t) \phi_i(\xi) d\xi - \int_0^{s(t)} \rho V \cos \beta \bar{\psi}_j(s(t)) \times \\ &\quad \left[\frac{s^2(t)}{s^2(t) - (\tau \xi)^2} - \tan^2 \beta \right] \phi_i(\xi) d\xi \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{ij}(s(t)) &= \int_0^{s(t)} \frac{1}{2} \rho \bar{\psi}_j^2(s(t)) \left[\frac{s^2(t)}{s^2(t) - (\tau \xi)^2} - \tan^2 \beta \right] \phi_i(\xi) d\xi \quad (25) \end{aligned}$$

那么, 在第 i 阶振动模态下, 楔形体剖面对应的广义冲击力为

$$\begin{aligned} f_i(s(t)) &= - \sum_{j=1}^m A_{ij}(s(t)) \ddot{p}_j(t) - \\ &\quad \sum_{j=1}^m B_{ij}(s(t)) \dot{p}_j(t) + \\ &\quad \sum_{j=1}^m D_{ij}(s(t)) \dot{p}_j^2(t) + f_{\text{exc}, i}(s(t)) \quad (26) \end{aligned}$$

3 流固耦合方程的建立与求解

在不计及结构阻尼时,基于模态叠加法建立的楔形体动力学方程为

$$a\ddot{p} + cp = F \quad (27)$$

式中: a 为结构广义质量矩阵; c 为结构广义刚度矩阵; F 为广义力矩阵。

将式(26)代入式(27),可得弹性楔形体入水冲击的流固耦合方程

$$(a + A)\ddot{p} + B\dot{p} - D\dot{p}^2 + cp = F_{\text{exc}} \quad (28)$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & \cdots & A_{1m}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ A_{m1}(t) & \cdots & A_{mm}(t) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11}(t) & \cdots & B_{1m}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ B_{m1}(t) & \cdots & B_{mm}(t) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} D_{11}(t) & \cdots & D_{1m}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ D_{m1}(t) & \cdots & D_{mm}(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{p}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{p}_m(t) \end{bmatrix}$$

$$\ddot{p} = \begin{bmatrix} \ddot{p}_1(t) \\ \vdots \\ \ddot{p}_m(t) \end{bmatrix}, \quad F_{\text{exc}} = \begin{bmatrix} f_{\text{exc},1}(t) \\ \vdots \\ f_{\text{exc},m}(t) \end{bmatrix}$$

m 为计入的弹性模态数目。

引入 $q = \dot{p}$ 将上述二阶微分方程组转化为一阶微分方程组,即

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \frac{F_{\text{exc}} + Dq^2 - Bq - cp}{a + A} \end{bmatrix} \quad (29)$$

每个时间步上还需要求解各个剖面 $s(t)$, 则共需要求解 $(2m+1)$ 个方程。采用四阶龙格-库塔法进行步进求解,求解过程中不断更新矩阵 F_{exc} 、 A 、 B 、 D 和 $\bar{\phi}_j(s(t))$ 。考虑在初始时刻,整个结构处于静止状态,因而可取初值条件 $\dot{q} = q = p = 0$, $\dot{s}(t) = s(t) = 0$ 。

在具体求解中,本文采用适用范围更广的有限元方法来进行结构模型的模态分析,得到楔形体的离散振型 $\phi_i(\xi)$ 。对于式(23)~(25)中的积分值,可借助有限元模型的网格节点通过梯形积分来计算。如图3所示, $O'\xi$ 线上的短线代表有限元模型中离散节点的位置,由于楔形剖面上的网格是预先划分,当计算中 $s(t)$ 从零开始逐渐增大,会存在 $s(t)$ 的端点恰好位于两节点之间。若计算该时刻广义力,需

要重新插值得到 $s(t)$ 端点位置对应的振型,并求解式(23)~(26)中的积分。而在每个时间步上都进行振型的插值和求积分需要消耗大量时间,也将导致计算更加复杂。

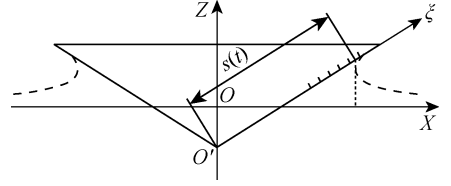


图3 网格与浸湿长度的关系

Fig. 3 Relationship between mesh and wetted length

为解决上述问题,以第 i 阶弹性模态为例,预先计算一系列 s 值下的下列各式的函数值

$$T_{1,i}(s^k) = \int_0^{s^k} (\sqrt{(s^k)^2 - \xi^2}) \phi_i(\xi) d\xi \quad (30)$$

$$T_{2,i}(s^k) = \int_0^{s^k} \frac{s^k}{\sqrt{(s^k)^2 - (\xi)^2}} \phi_i(\xi) d\xi \quad (31)$$

$$T_{3,i}(s^k) = \int_0^{s^k} \left[\frac{(s^k)^2}{(s^k)^2 - (\tau\xi)^2} - \tan^2\beta \right] \phi_i(\xi) d\xi \quad (32)$$

$$T_{4,i}(s^k) = \bar{\phi}_j(s^k) = \int_0^{s^k} \frac{\phi_j(\xi)}{s^k} d\xi \quad (33)$$

式中: s^k 取值恰好位于有限元模型中的节点处。当 t 时刻 $s(t)$ 位于线元的中间时,采用线性插值的方法确定瞬时刻的上述积分 $T_{1,i}(s(t))$ 、 $T_{2,i}(s(t))$ 和 $T_{3,i}(s(t))$, 则 t 时刻 $A_{ij}(s(t))$ 、 $B_{ij}(s(t))$ 和 $f_{\text{exc},i}(s(t))$ 可以分别表达如下

$$A_{ij}(s) = \rho T_{4,i}(s) T_{1,i}(s) \quad (34)$$

$$B_{ij}(s) = \rho T_{4,i}(s) T_{2,i}(s) \dot{s}(t) + T_{4,i}(s) T_{3,i}(s) \rho V \cos \beta \quad (35)$$

$$D_{ij}(s) = \frac{1}{2} \rho T_{4,i}^2(s^k) T_{3,i}(s^k) \quad (36)$$

$$f_{\text{exc},i}(s) = T_{2,i}(s) \dot{s}(t) \rho V \cos \beta - \frac{1}{2} \rho (V \cos \beta)^2 T_{3,i}(s) \quad (37)$$

可以看出,利用上述方法更新水弹性方程式(28)中的相应系数,避免了每个时间步上振型的插值和积分的求解,加快了计算速度。

4 算法分析

4.1 计算模型

以文献[9]中的弹性楔形体为例进行分析,其中,楔形体底升角为 10° ,斜边长度 $L=0.5$ m,板条梁的厚度 $h=18$ mm,结构材料为钢材,密度为 7850 kg/m³,弹性模量 $E=210$ GPa,流体的密度为 1000 kg/m³,板条梁两端取为简支边界。楔形体的

冲击速度为 4 m/s. 本文计算中, 楔形体的模态分析利用商业有限元软件 Nastran 来实现. 采用壳单元进行板条梁的建模, 建模中板条梁的宽度取值为 0.04 m, 并且沿着宽度方向仅划分一个网格. 通过模态分析, 得到各阶模态的振型、固有频率、广义质量和广义刚度信息, 如图 4 和表 1 所示. 本文仅列出前 5 阶振型.

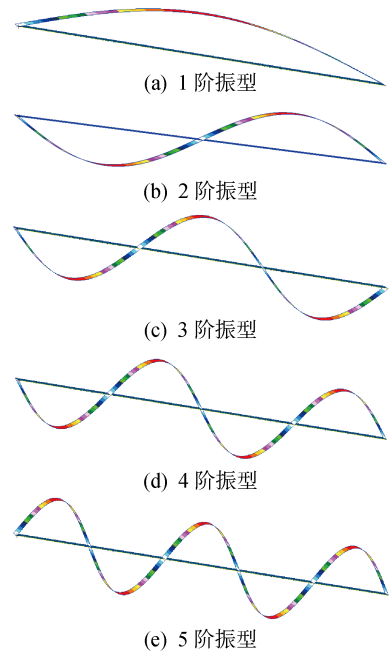


图 4 模态振型
Fig. 4 Mode shapes

表 1 模态信息

Tab. 1 Modal information

模态阶数	固有频率/Hz	广义质量/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	广义刚度/($\text{MN} \cdot \text{m}$)
1	168.58	1.00	1.12
2	671.01	1.00	17.78
3	1 497.55	1.00	88.54
4	2 632.74	1.00	273.64
5	4 056.43	1.00	649.60

4.2 收敛性分析

对本文方法中涉及到的楔形体网格离散数目和计算模态数目进行收敛性分析. 将楔形体的斜边分别离散为 100、200 和 400 等份进行计算, 用于计算的模态数目为前 5 阶模态, 时间步长为 $4.0 \mu\text{s}$, 得到楔形体斜边中心位置处沿着斜边法线方向的振动位移如图 5 所示. 图中: m 为楔形体的网格离散数目; w 为振动位移. 可以看出, 不同网格密度下的振动响应十分接近, 200 与 400 等份之间的最大位移响应

偏差为 0.077%. 将楔形体的斜边离散为 200 份, 计算的模态数目为前 5 阶模态, 时间步长 Δt 分别取值为 4.0、2.0 和 $1.0 \mu\text{s}$, 得到楔形体斜边中心位置处沿着斜边法线方向的振动位移如图 6 所示. 可以看

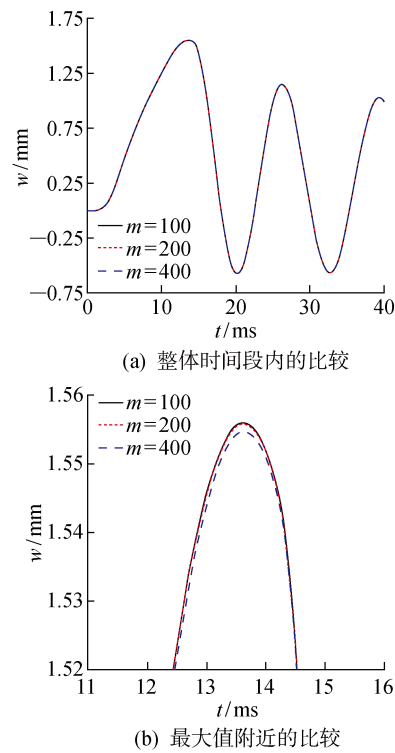


图 5 网格密度的收敛性
Fig. 5 Convergence of mesh densities

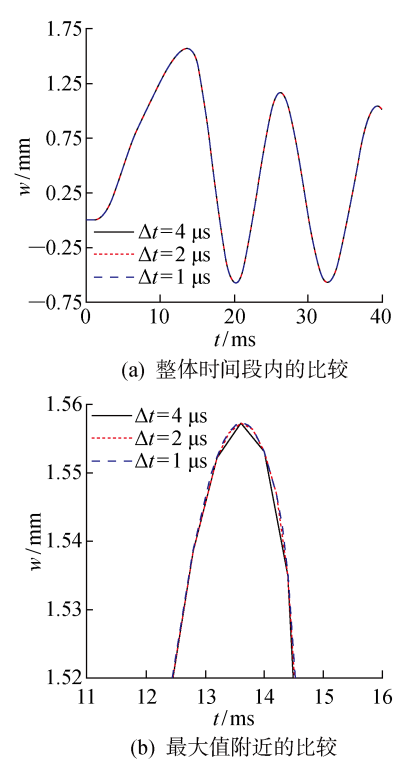


图 6 时间步长的收敛性
Fig. 6 Convergence of time steps

出,不同时间步长下的振动响应十分接近,4.0 μs 与 1.0 μs 对应的最大位移响应偏差小于 0.001%。将楔形体的斜边离散为 200 份,时间步长取值为 4.0 μs ,用于计算的模态数目分别为前 1、3 和 5 阶模态,得到楔形体斜边中心位置处沿着斜边法线方向的振动位移如图 7 所示。可以看出,不同计算模态下的振动响应十分接近,前 3 阶与前 5 阶计算模态的最大位移响应偏差为 0.083%。

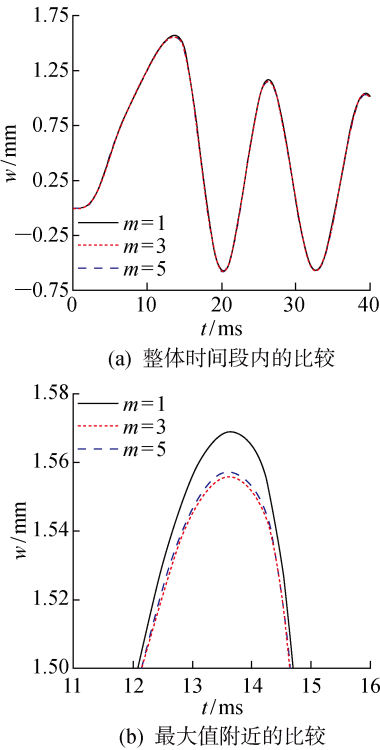


图 7 模态数目的收敛性
Fig. 7 Convergence of mode numbers

总体看来,本文算法具有较好的网格收敛性和模态收敛性。后续将斜边划分为 200 等份,并取前 5 阶振动模态用于计算。

4.3 算法验证

本文方法和 Nastran 软件给出的解耦响应计算结果对比如图 8 所示。图中,楔形体冲击速度为 4 m/s,比较对象为楔形体中间位置沿着法向方向的位移。解耦响应为将刚性楔形体的砰击载荷加载到楔形体结构上得到的动力响应。对于 Nastran 计算结果,砰击载荷采用本文中的半解析模型计算,结构响应采用动力分析中的直接法。对于本文方法,当水动力系数矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 和 \mathbf{D} 为 $\mathbf{0}$,且 $\ddot{\mathbf{w}}$ 与 $\dot{\mathbf{w}}$ 为 0 时,本文方法给出的结果即为解耦响应。可以看出,本文方法与 Nastran 软件的计算结果几乎完全吻合,表明本文方法可用于解耦响应的计算,同时也验证了本文程序中所采用数值算法的正确性。

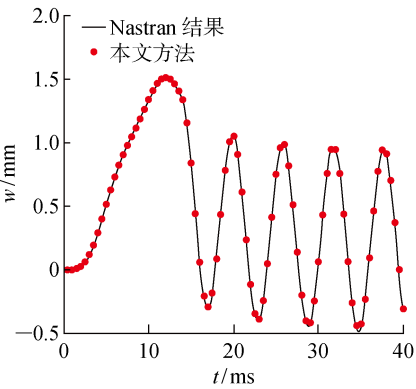


图 8 解耦结果的比较
Fig. 8 Comparison of decoupling results

图 9 所示为本文方法与文献 [9] 的计算结果的对比。可以看出,本文方法不仅可以求解流动分离前的结构变形,而且也可获得流动分离后的振动响应。与基于 Wanger 砰击模型的计算结果相比,本文方法与利用 CFD 方法求解流场的计算结果更为接近。总体看来,本文方法可以应用于弹性楔形体入水冲击响应的分析。

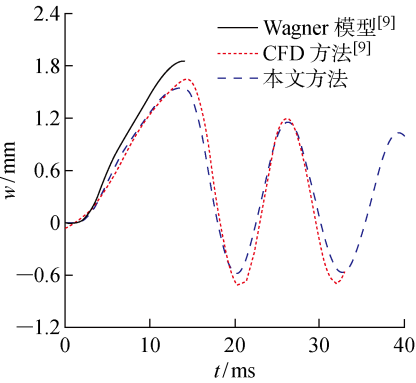


图 9 本文方法与文献结果的对比
Fig. 9 Comparison of this method with the literature results

5 流固耦合的影响分析

为分析流固耦合作用的影响,进行不同冲击速度下弹性楔形体入水冲击响应的解耦方法和耦合方法的对比计算,结果如图 10 所示。图中,楔形体参数为 4.1 中的计算模型,比较对象为楔形体中间位置沿着法向方向的位移。可以看出,在低速状态下,解耦方法和耦合方法在流动分离前的结构响应比较接近(见图 10(a)),而流动分离后两者存在明显不同,主要由于流动分离后结构的自身振动响应其主要作用,解耦方法未考虑流体的附加质量,以干模态下的固有频率振动,而耦合方法考虑了附加质量的影响,

将以湿模态固有频率进行振动. 随着冲击速度的增加, 在流动分离前的阶段, 2 种方法计算结果也将出现明显差别. 定义 w_{DC} 和 w_C 分别为解耦和耦合方法的位移响应峰值, 如图 10(d) 和表 2, 在某些冲击速

度范围内, 解耦方法的最大位移响应小于耦合方法; 而在某些冲击速度范围内, 解耦方法的最大位移响应大于耦合方法, 表明十分有必要采用合理的考虑弹性效应的耦合方法来分析结构的入水冲击响应.

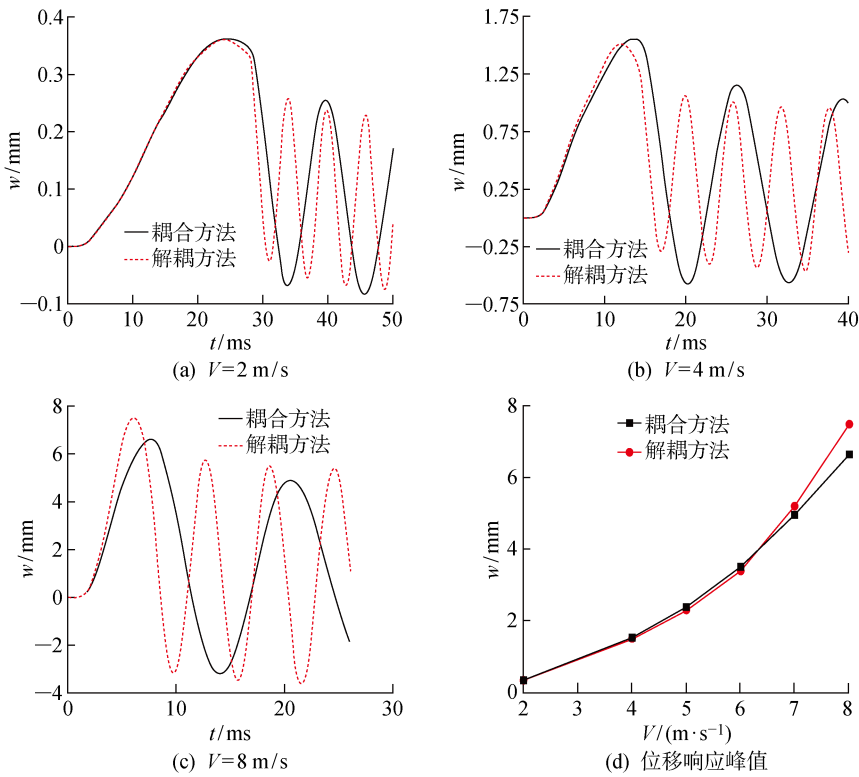


图 10 不同冲击速度下解耦与耦合方法的比较

Fig. 10 Comparison between decoupling and coupling methods under different impact velocities

表 2 解耦方法和耦合方法位移响应峰值的比较
Tab. 2 Comparison of displacement response peak value between decoupling and coupling methods

$V /$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	w_{DC} / mm	w_C / mm	$\frac{ w_C - w_{DC} }{w_C} / \%$
2	0.363 47	0.361 59	0.52
4	1.556 3	1.517 8	2.54
5	2.411 1	2.317 5	4.04
6	3.539 4	3.414 8	3.65
7	4.988 8	5.216 9	4.37
8	6.670 9	7.495 4	11.00

6 结论

本文基于对半解析砰击模型、弹性结构的广义力和耦合动力方程的研究, 系统地建立了弹性楔形体入水冲击的流固耦合分析方法. 研究得到结论如下:

(1) 通过对比不同网格密度、时间步长和模态

数目下的计算结果, 验证了该方法的收敛性.

(2) 通过与商业软件结果、文献结果的对比, 表明该方法可用于冲击过程中解耦和耦合响应的预报, 而且与基于 Wagner 模型的水弹性分析方法相比, 该方法不仅能够合理地预报流动分离前的结构响应, 而且能够反映出流动分离后的振荡响应.

(3) 采用耦合方法和解耦方法对比分析不同冲击速度下楔形体的结构响应, 表明在弹性结构入水冲击分析时应合理地考虑流固耦合的影响, 而本文方法可为该问题的分析提供参考.

参考文献:

[1] FALTINSEN O M. Water entry of a wedge by hydroelastic orthotropic plate theory [J]. *Journal of Ship Research*, 1999, 43: 180-193.

[2] WAGNER H. Über stoss-und gleitvorgänge an der oberfläche von flüssigkeit [J]. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1932, 12 (4): 193-215.

[3] KHABAKHPASHEVA T I, KOROBKIN A A.

- Elastic wedge impact onto a liquid surface: Wagner's solution and approximate models [J]. **Journal of Fluids and Structures**, 2013, 36: 32-49.
- [4] SHAMS A, PORFIRI M. Treatment of hydroelastic impact of flexible wedges [J]. **Journal of Fluids and Structures**, 2015, 57: 229-246.
- [5] DATTA N, SIDDIQUI M A. Hydroelastic analysis of axially loaded Timoshenko beams with intermediate end fixities under hydrodynamic slamming loads [J]. **Ocean Engineering**, 2016, 127: 124-134.
- [6] 陈震, 肖熙. 二维楔形体入水砰击仿真研究 [J]. **上海交通大学学报**, 2007, 41(9): 1425-1428.
CHEN Zhen, XIAO Xi. The simulation study on water entry of 2D wedge bodies[J]. **Journal of Shanghai Jiao Tong University**, 2007, 41(9): 1425-1428.
- [7] STENIUS I, ROSEN A, KUTTENKEULER J. Hydroelastic interaction in panel-water impacts of high-speed craft [J]. **Ocean Engineering**, 2011, 38(2): 371-381.
- [8] 曹正林, 吴卫国. 影响高速三体船连接桥砰击压力峰值因素研究 [J]. **武汉理工大学学报(交通科学与工程版)**, 2008, 32(1): 5-8.
CAO Zhenglin, WU Weiguo. Research on factors affecting the slamming pressure peak value of trimaran cross structure [J]. **Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering)**, 2008, 32(1): 5-8.
- [9] PIRO D J, MAKI K J. Hydroelastic analysis of bodies that enter and exit water [J]. **Journal of Fluids and Structures**, 2013, 37: 134-150.
- [10] 莫立新, 王辉, 蒋彩霞, 等. 变刚度楔形体板架落体砰击试验研究 [J]. **船舶力学**, 2011, 15(4): 394-401.
- MO Lixin, WANG Hui, JIANG Caixia, *et al.* Study on dropping test of wedge grillages with various types of stiffness [J]. **Journal of Ship Mechanics**, 2011, 15(4): 394-401.
- [11] 王文华, 黄一, 王言英, 等. 弹性楔形体各状态参数对入水运动性能的影响 [J]. **船舶力学**, 2014, 18(11): 1320-1330.
WANG Wenhua, HUANG Yi, WANG Yanying, *et al.* Effect of status parameters for elastic wedge on dynamic performance of water-entry [J]. **Journal of Ship Mechanics**, 2014, 18(11): 1320-1330.
- [12] KOROBKIN A. Analytical models of water impact [J]. **European Journal of Applied Mathematics**, 2004, 15(6): 821-838.
- [13] TASSIN A, KOROBKIN A A, COOKER M J. On analytical models of vertical water entry of a symmetric body with separation and cavity initiation [J]. **Applied Ocean Research**, 2014, 48: 33-41.
- [14] YU Pengyao, REN Huilong, LI Hui, *et al.* Slamming study of wedge and bow-flared sections [J]. **Journal of Ship Mechanics**, 2016, 20(9): 1109-1120.
- [15] 段文洋, 朱鑫, 倪阳, 等. 考虑流动分离的有限宽楔形剖面匀速入水受力分析 [J]. **船舶力学**, 2013, 17(8): 911-919.
DUAN Wenyang, ZHU Xin, NI Yang, *et al.* Constant velocity water entry of finite wedge section with flow separation [J]. **Journal of Ship Mechanics**, 2013, 17(8): 911-919.
- [16] ZHAO R, FALTINSEN O. Water entry of two-dimensional bodies [J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 1993, 246: 593-612.